

04

## Электродинамическая модель микроволнового стримера

© В.А. Битюрин, П.В. Веденин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва  
E-mail: bityurin@ihed.ras.ru

В окончательной редакции 11 марта 2009 г.

Представлена основанная на аналитических соотношениях модель СВЧ-стримера, позволяющая описывать его эволюцию как при вытягивании вдоль внешнего электрического поля, так и после остановки. Проведено сравнение с численными 2D расчетами электростатического этапа в воздухе.

PACS: 52.80.Pi

Сложность реализации численными методами решения электродинамической задачи о распространении микроволнового стримера в свободном пространстве с привлечением достаточно полной системы плазмохимических реакций явилась причиной поиска упрощенных подходов. Описанная в [1] модель пригодна для исследования лишь начального этапа удлинения плазменного облака (плазмоида). В работах [2–3] предложены модели, позволяющие рассматривать различные режимы распространения микроволнового разряда навстречу источнику излучения в электрическом поле. В рамках же представленной в данном сообщении модели можно рассматривать характерные особенности эволюции плазмоида не только вплоть до полного прекращения вытягивания вдоль внешнего надпробойного электрического поля, но и на более поздних электродинамических этапах.

Стример, центр которого совмещен с началом системы координат, удлиняется вдоль внешнего электрического поля  $\text{Re}\{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) \times \exp(-i\omega t)\}$ , параллельно оси  $z$ . Нескомпенсированные высокочастотные объемные заряды расположены симметрично относительно плоскости  $z = 0$  и локализованы преимущественно на фронтах бегущих в усиленном электрическом поле в двух взаимно противоположных направлениях волн ионизации (ВИ). Внутри соединяющего заряженные

головки плазменного канала электрическое поле, как показали численные расчеты [4,5], квазиоднородно.

Выражение для медленно изменяющейся во времени комплексной амплитуды электрического поля включает в себя зарядовую и токовую составляющие

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_Q^{(+)} + \mathbf{E}_Q^{(-)} + \mathbf{E}_1, \quad (1)$$

где

$$\begin{cases} \mathbf{E}_Q^{(+)} \\ \mathbf{E}_1 \end{cases} \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} -\nabla \\ ik/c \end{cases} \int dV' \begin{pmatrix} \rho^{(\pm)}(\mathbf{r}') \\ \mathbf{j}(\mathbf{r}') \end{pmatrix} G(R), \quad \mathbf{j} = \frac{\sigma}{1-i\vartheta} \mathbf{E},$$

$\rho^{\pm}$  — амплитуда плотности избыточного заряда в объеме  $V^{(\pm)}$  (знаки  $\pm$  относятся к областям  $\begin{pmatrix} z > 0 \\ z < 0 \end{pmatrix}$ ),  $k = \frac{\omega}{c}$ ,  $c$  — скорость света,  $G(R) = \frac{\exp(ikR)}{R}$ ,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $\sigma = \frac{e^2 N_e}{m\nu}$  — средняя на периоде  $T = 2\pi\omega^{-1}$  проводимость плазмы,  $\vartheta = \frac{\omega}{\nu} < 1$ ,  $\nu$  — транспортная частота столкновений электронов.

Применив теорему Гаусса, получаем приближенное выражение для амплитудного значения полного высокочастотного заряда в объеме  $V^{\pm}$

$$Q^{(\pm)} \equiv \rho_{\max}^{(\pm)} \int dV f_Q^{(\pm)}(\mathbf{r}) \cong \pm \frac{i\sigma_c E_c \pi r_{ch}^2}{\omega(1-i\vartheta)}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{\max}^{\pm}$  — максимальные значения амплитуды плотности заряда,  $f_Q^{\pm} = \frac{\rho^{\pm}}{\rho_{\max}^{\pm}}$ ,  $r_{ch}$  — эффективный радиус плазменного канала ( $kr_{ch} \ll 1$ ) в плоскости  $z = 0$ ,

$$r_{ch}^2 = \frac{1}{\pi} \iint dx dy f_e(x, y, 0), \quad (3)$$

а  $f_e(\mathbf{r}) = N_e(\mathbf{r})/N_{ec}$ . Все величины с индексом „с“ относятся к точке  $\mathbf{r}_c = (0, 0, 0)$ .

После простых преобразований, учитывающих соотношение (2) и слабую неоднородность амплитуды продольного поля внутри тонкого плазменного канала, выражения для зарядовой и токовой  $z$ -составляющих поля принимают вид:

$$\begin{cases} E_{Qz}^{(\pm)} \\ E_{1z} \end{cases} \cong \frac{iE_c \Lambda}{1-i\vartheta} \begin{cases} \mp \Psi_{Qz}^{(\pm)} \\ \Psi_{1z} \end{cases}, \quad E_c = \frac{E_{0c}}{1 + \frac{i\Lambda(2\Psi_{Qc} - \Psi_{1c})}{1-i\vartheta}}, \quad (4)$$

где

$$\Psi_{Qz}^{(\pm)} = k^{-2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\int dV' f_Q^{(\pm)}(\mathbf{r}') G(R)}{\int dV f_Q^{(\pm)}(\mathbf{r})}, \quad \Psi_{1z} = \frac{1}{\pi r_{ch}^2} \int dV' f_e(\mathbf{r}') G(R),$$

$$\Lambda = \frac{\sigma_*(kr_{ch})^2}{4}, \quad \sigma_* = \frac{\sigma_c}{\omega \varepsilon_0}.$$

В данной работе рассмотрена простейшая конфигурация стримера: разноименно заряженные головки с центрами зарядов в точках  $(0, 0, \pm l_Q)$  соединены находящимся в поле  $E_z = E_c$  однородно заполненным плазмой  $N_e = N_{ec}$  цилиндром с длиной  $2l_{ch}$  и радиусом  $r_{ch}$ . Максимальный линейный размер головки значительно меньше масштаба  $l_Q$ . В рамках такой модели выражения для форм-факторов  $\Psi_{Qc}$  ( $\Psi_{Qc} = \Psi_{Qz}^{(+)}(\mathbf{r} = 0)$ ) и  $\Psi_{1c}$  упрощаются:

$$\begin{aligned} \Psi_{Qc} &\cong \frac{(1 - ikl_Q)}{(kl_Q)} \exp(ikl_Q) \Psi_{1c} \\ &= -i \left( \frac{2}{kr_{ch}} \right)^2 \int_0^{kl_{ch}} d\eta \left( \exp\left(i\sqrt{(kr_{ch})^2 + \eta^2}\right) - \exp(i\eta) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Под длиной стримера будем подразумевать расстояние  $2l_{st}(t)$  между точками, в которых амплитуда электрического поля максимальна ( $|E_h| = |E_z(0, 0, \pm l_{st})|$ ). Введя в рассмотрение эффективную головку, внутри которой сосредоточен полный заряд  $Q^{(\pm)}$  ( $f_Q^{(\pm)} = 1$ ), можно оценить величину поля  $E_{Qh}^{(\pm)}$  (см. (4)). Так, например, для случаев головка-сфера (радиус  $r_s$ ) и головка-диск (радиус  $r_d$ , толщина  $\Delta$ ) имеем

$$E_{Qh}^{(\pm)} = \frac{Q^{(\pm)}}{4\pi\varepsilon_0} \begin{cases} r_s^{-2}, & \text{сфера,} \\ 2r_d^{-2}(1 + \xi - \sqrt{1 + \xi^2}), & \text{диск,} \end{cases} \quad (6)$$

где  $\xi = r_d/\Delta$ . С учетом вышесказанного выражение для максимальной амплитуды полного электрического поля принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} |E_h^{(\pm)}| &\cong \left| E_0 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( p_Q \frac{Q^{(\pm)}}{r_h^2} + \frac{Q^{(\mp)}(1 - 2ikl_Q)}{4l_Q^2} \exp(2ikl_Q) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{iE_c\Lambda}{1 - i\vartheta} \Psi_{1h} \right|, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $r_h$  — характерный поперечный размер головки,  $p_Q$  — форм-фактор.

Удлинение стримера происходит в результате ионизации в усиленном в области головок поле. Из уравнения электронного баланса в бездиффузионном приближении (высокое давление) следует, что волна ионизации распространяется со скоростью

$$i_{st} \cong p_V \gamma_h(|E_h|) l_{st}, \quad (8)$$

где  $p_V = \frac{\Delta/l_{st}}{\ln(N_{e1}/N_{e0})}$ ,  $\gamma = \nu_i - \nu_a$ ,  $\nu_i$ ,  $\nu_a$  — частоты прямой ионизации и прилипания,  $N_{e1,0}$  — концентрация электронов соответственно за и перед фронтом ВИ,  $\Delta$  — ширина фронта.

Совместный анализ результатов численных 2D расчетов электростатического этапа эволюции СВЧ-стримера в воздухе [5] и выражений для амплитуды  $|E_c|$  и  $|E_h|$  показал следующее: а) наблюдавшееся в расчетах состояние  $|E_c|$ ,  $|E_h|$ ,  $r_h/l_{st}$ ,  $p_V \cong \text{const}$ , ( $p_V \sim 10^{-2}$ ) в рамках нашей модели может быть воспроизведено лишь в условиях

$$\sigma_* r_{ch}^2 / l_{st}^2, (l_Q, l_{ch}, \Delta) / l_{st}, p_Q (l_{st}/r_h)^2 \cong \text{const}, \quad (9)$$

б) нарастающий вследствие процессов объемной фотоионизации эффективный радиус канала связан с масштабом  $l_{st}$  соотношением

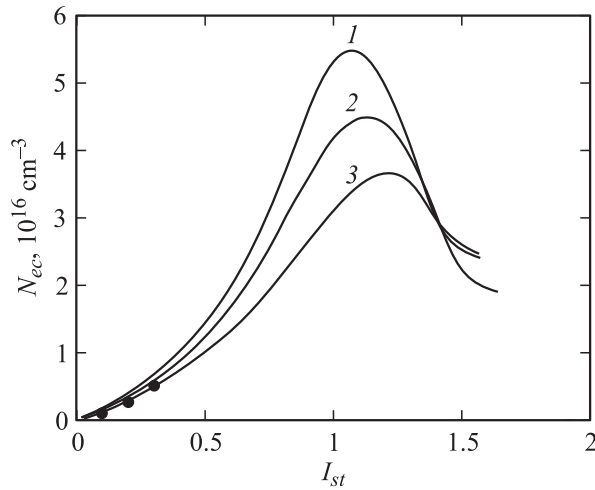
$$r_{ch} \cong r_0 \left( \frac{l_{st}}{r_0} \right)^\mu, \quad (10)$$

где  $r_0$  — начальный радиус плазменного облака, а  $\mu = 0.35 \div 0.5$ .

Замыкает модель система уравнений плазмохимической кинетики, из которой определяется концентрация  $N_{ec}(|E_c(t)|)$  в канале.

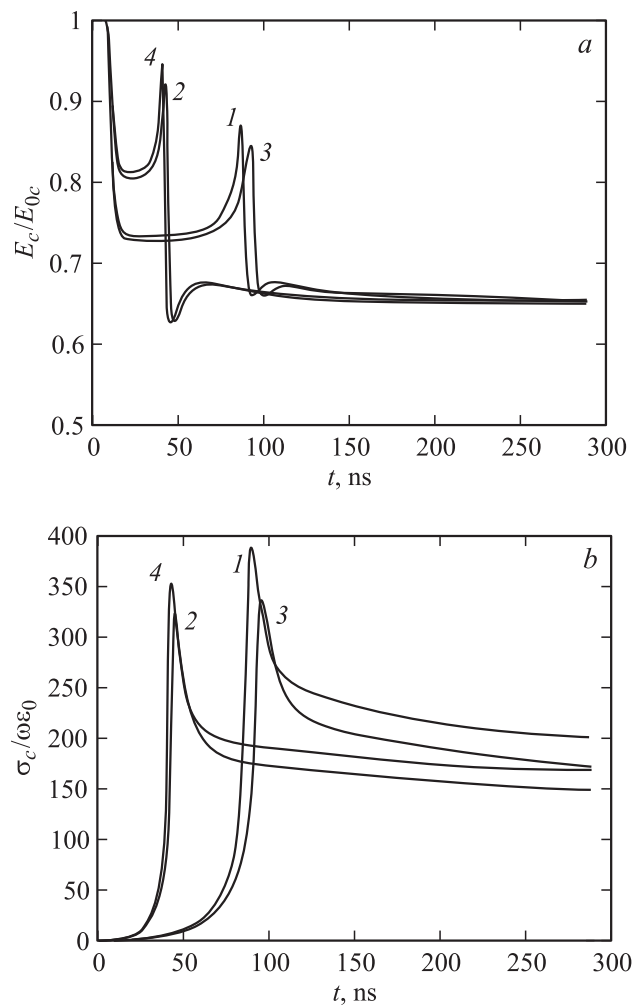
Ввиду отсутствия информации о динамике используемых нами параметров по завершении электростатического этапа предполагается неизменность величин  $\mu$ ,  $p_V$ ,  $l_Q$ ,  $l_{ch}/l_{st}$ ,  $p_Q (l_{st}/r_h)^2$  в продолжение всего расчета. Параметр  $\mu$  выражается через определяемые из фотографий итоговые размеры  $l_{st}^{(\max)}$  и  $r_{ch}^{(\max)}$ , а величина форм-фактора  $p_Q (l_{st}/r_h)^2$  устанавливается такой, чтобы обеспечить вытягивание на длину  $2l_{st}^{(\max)}$ .

Рис. 1 демонстрирует следующее: а) основанная на интегральных соотношениях модель адекватно описывает эволюцию концентрации электронов на электростатическом этапе; б) вклад этого этапа в итоговое значение  $N_{ec}(l_{st}^{(\max)})$  мал; в) величина  $N_{ec}(l_{st}^{(\max)})$  слабо зависит от скорости удлинения стримера (8).



**Рис. 1.** Зависимость концентрации  $N_{ec}$  от полудлины стримера  $l_{st}$  в воздухе для условий расчета:  $P_0 = 5 \cdot 10^4$  Па, длина волны  $\lambda = 9$  см;  $E_0 = 60$  кВ/см;  $r_0 = 0.02$  см;  $l_Q = 0.9l_{st}$ ;  $l_{ch} = l_Q$ ;  $p_v = 5 \cdot 10^{-3}$  (1),  $10^{-2}$  (2),  $3 \cdot 10^{-2}$  (3);  $\mu = 0.35$ . Точки — результаты 2D численных расчетов [3].

Рис. 2 отражает характерную картину эволюции амплитуды поля и проводимости при различных значениях параметров  $l_Q/l_{st}$  и  $l_{ch}/l_{st}$ . Вытягивание плазмоида вдоль внешнего электрического поля начинается при выполнении условия  $\sigma_* > 1$ . Резкое падение амплитуды  $|E_c|$  вызвано нарастанием объемного заряда, а последующая стабилизация связана с замедлением процессов образования электронов и удалением головок стримера от центра. Электростатический этап оканчивается, когда становится заметным влияние вихревого электрического поля, компенсирующего поле заряда головок. По прохождении резонанса (в резонансе  $l_{st} = l_{st}^{(res)}$  достигается максимум амплитуды) уменьшение функций  $|E_c(t)|$ ,  $|Q^{(\pm)}(t)|$ ,  $|E_h^\pm(t)|$  и  $i_{st}(t)$  продолжается, пока рождение электронов в процессах прямой и ассоциативной ионизации преобладает над рекомбинацией. После прекращения вытягивания начинается заключительный этап эволюции плазмоида в условиях  $\Lambda$ ,  $|E_c| \cong \text{const}$ . Слабая зависимость амплитуды на заключительном этапе от параметров  $l_Q/l_{st}$  и  $l_{ch}/l_{st}$  объясняется тем, что вихревая составляющая поля



**Рис. 2.** Зависимости  $|E_c/E_0|$  (a) и  $\sigma_*$  (b) от времени для условий расчета:  $P_0 = 5 \cdot 10^4$  Па,  $\lambda = 9$  см;  $E_0 = 60$  кВ/см;  $r_0 = 0.02$  см;  $2l_{st} = 0.4\lambda$ ;  $\mu = 0.35$ ;  $p_V = 10^{-2}$ ;  $l_{ch} = l_Q$ ,  $l_Q = (0.7, 0.9)l_{st}$  (1, 2);  $l_{ch} = 0.9l_{st}$ ,  $l_Q = 0.7l_{st}$  (3);  $l_{ch} = 0.7l_{st}$ ,  $l_Q = 0.91l_{st}$  (4).

преобладает над зарядовой ( $|\Psi_{1c}| > 2\Psi_{Qc}$ ), а в величину форм-фактора  $\Psi_{1c}$  основной вклад вносит область интегрирования в окрестности нуля. Резонансная длина стримера  $l_{st}^{(res)}$  обратно пропорциональна параметру  $l_Q/l_{st}$ , поэтому с возрастанием величины последнего время достижения резонанса сокращается.

Суммируя вышеизложенное, подчеркнем, что в рамках представленной модели оказалось возможным воспроизвести все наблюдавшиеся в 2D расчетах закономерности поведения характеристик СВЧ стримера на электростатическом этапе, а также проследить особенности эволюции в окрестности резонанса. Продемонстрирована слабая зависимость итоговых характеристик канала от параметров модели.

Работа выполнена в рамках программы президиума РАН П-09.

## Список литературы

- [1] Веденин П.В., Попов Н.А. // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. С. 531–547.
- [2] Веденин П.В., Попов Н.А. // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. В. 1. С. 49–63.
- [3] Александров К.В., Грачев Л.П., Есаков И.И., Федоров В.В., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 2006. Т. 76. В. 11. С. 52–60.
- [4] Веденин П.В., Розанов Н.Е. // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. С. 868–880.
- [5] Найдис Г.В. // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. С. 1288–1296.