

03;08

## Модель однопузырьковой сонолюминесценции

© С.Ш. Рехвиашвили

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик  
E-mail: rsergo@mail.ru

Поступило в Редакцию 24 марта 2008 г.

Предлагается новая физическая модель однопузырьковой сонолюминесценции — свечения, возникающего в результате быстрого схлопывания кавитационного пузырька в жидкости при воздействии на нее ультразвуком. Модель основана на понятии дробной (фрактальной) размерности, которая вводится при описании фотонного поля, излучаемого горячей полостью пузырька. В рамках модели делается попытка объяснить экспериментальные результаты, которые противоречат имеющимся теоретическим представлениям.

PACS: 78.60.Mq

В начале 90-х годов прошлого века было экспериментально обнаружено новое и необычайное явление — однопузырьковая сонолюминесценция (ОСЛ) (см. обзор [1] и многочисленные ссылки в нем). Явление ОСЛ состоит в следующем. В жидкости (как правило, это вода), находящейся при нормальных условиях, под действием ультразвука возникают пузырьки с радиусом  $1\text{--}5\ \mu\text{m}$ , заполненные насыщенным паром. Пузырьки последовательно проходят стадии расширения, сжатия и коллапса с последующим возникновением световой вспышки голубого цвета. В настоящее время принято считать, что в результате коллапса пар внутри пузырька может нагреваться до температуры  $1\text{--}2\ \text{eV}$  и сжиматься до плотности  $10^3\ \text{kg/m}^3$ . Это указывает на огромную импульсную кумуляцию энергии: при ОСЛ происходит увеличение плотности энергии по сравнению с исходной плотностью энергии акустического поля. Сущность этого явления пока остается непонятой.

Физическая интерпретация ОСЛ сталкивается с весьма серьезными трудностями. В частности, не находят ясного объяснения следующие экспериментальные факты. Спектр ОСЛ имеет гладкий вид, монотонно возрастающий в сторону ультрафиолета, без каких-либо заметных

отдельных линий, что свидетельствует о тепловом механизме свечения<sup>1</sup>. Максимум этого спектра приходится на ультрафиолетовую область, из чего следует, что температура равняется десяткам тысяч градусов, т.е. соответствует плазменному состоянию вещества. При таких высоких температурах в спектре ОСЛ, очевидно, должны иметься отдельные атомарные и молекулярные линии излучения (водород, кислород, радикалы), но они отсутствуют в пределах чувствительности регистрирующих приборов. Ситуация дополнительно усложняется тем, что свечение происходит из области размером меньше микрона, а длина волны возбуждающего ультразвука составляет несколько сантиметров. На опыте также обнаруживается сильная зависимость ОСЛ от температуры жидкости. Если температуру воды понизить с 40 до 0°C, то яркость ОСЛ возрастает приблизительно в сто раз. При этом небольшой процент инертных газов, растворенных в воде, благоприятствует яркому и устойчивому свечению.

В настоящей работе для объяснения феномена ОСЛ предлагается теоретическая модель, которая учитывает наличие недоступных для электромагнитных волн состояний в  $k$ -пространстве, появляющихся вследствие размерного эффекта. Основным параметром модели, который может быть определен экспериментально, является размерность подобия (фрактальная размерность) для фотонного газа. Аналогичный подход был предложен ранее автором в работах [2–4] при попытке описания фотолуминесценции полупроводниковых квантовых точек и диэлектрических частиц.

Рассмотрим сжатие кавитационного пузырька под воздействием ультразвука. В адиабатных условиях для пара внутри пузырька можно записать условие

$$C_V dT = -pdV, \quad (1)$$

где  $C_V$  — изохорная теплоемкость,  $T$  — температура,  $p$  — давление,  $V$  — объем. Давление внутри пузырька

$$p = p_0 + \frac{2\gamma}{r}, \quad (2)$$

где  $p_0$  — давление в жидкости, развиваемое внешним акустическим полем,  $r$  — радиус пузырька,  $\gamma$  — поверхностное натяжение жидкости.

<sup>1</sup> В этом смысле термин „люминесценция“ здесь не совсем удачен.

Считая теплоемкость постоянной, из (1) и (2) запишем

$$\Delta T = -\frac{4\pi}{C_V} \int_R^0 p r^2 dr = \frac{1}{C_V} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 p_0 + 4\pi R^2 \gamma \right), \quad (3)$$

где  $R$  — начальный радиус пузырька. Выражение (3) отражает тот простой факт, что при сжатии внутри пузырька происходит нагрев пара, а максимальная температура соответствует работе сжатия, совершаемой акустическим полем, и исходной энергии образования данного пузырька. При этом минимальное давление  $p_0$  должно равняться механическому напряжению, требуемому для разрыва среды и образованию пузырька радиусом  $R$ . Более подробно критерии образования кавитационных пузырьков с учетом вязкости жидкости проанализированы в [5].

Проведем ориентировочный численный расчет для водяного пара с удельной теплоемкостью  $25 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ . Концентрация молекул пара в пузырьке оценивается по следующей формуле:  $n = (p_0 + 2\gamma/R)/(k_B T)$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана. При  $\gamma = 0.073 \text{ N/m}$ ,  $R = 1 \mu\text{m}$ ,  $p_0 = 0.1 \text{ MPa}$  и  $T = 300 \text{ K}$  концентрация, плотность и теплоемкость составляют  $n = 5.9 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ ,  $\rho = 1.8 \text{ kg/m}^3$  и  $C_V = 10^{-14} \text{ J/K}$ . Увеличение температуры при сжатии пузырька равно  $\Delta T = 130 \text{ K}$ . С физической точки зрения для малого пузырька полученные численные оценки представляются вполне реалистичными (температура повышается ненамного больше температуры кипения воды), но они глубоко противоречат экспериментальным данным, получаемым из спектров ОСЛ. Для снятия этого противоречия мы далее рассмотрим размерные свойства самого процесса излучения электромагнитных волны.

Как и для вакуума, при подсчете числа электромагнитных мод в оптически однородном веществе больших размеров считается, что волны плотно заполняют весь выбранный объем в  $k$ -пространстве. Логично предположить, что в общем случае это положение не имеет места. Поскольку число мод равно числу степеней свободы колебаний, которыми представляется излучение, то при значительном уменьшении размера не все состояния в  $k$ -пространстве могут быть доступны. При сжатии пузырька внутри происходит нагрев пара и заполнение полости пузырька фотонным газом. Степень заполнения пузырька фотонным газом характеризуется параметром размерности  $D$ , который выступает в роли своеобразного показателя степени когерентности. Пользуясь

стандартными соображениями фрактальной геометрии, для параметра размерности запишем

$$D = \frac{\ln(z/A)}{\ln(1/\lambda)} = \frac{\ln(z/B)}{\ln(\omega)}, \quad (4)$$

где  $z$  — число фотонов,  $A$  и  $B$  — некоторые константы,  $\lambda$  — длина волны,  $\omega$  — частота. Выражение (4) подразумевает, что показатель подобия определяется длиной волны или частотой фотонов. Таким образом, число фотонов с различными длинами волн, наполняющих пузырек, равно

$$z = \frac{A}{\lambda^D} = B\omega^D. \quad (5)$$

Учитывая, что электромагнитная волна обладает двумя возможными поляризациями, из (5) находим спектральную плотность мод

$$g(\omega) = \frac{dz}{d\omega} = \frac{4}{\Gamma(D/2)} \left( \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{L}{c} \right)^D \omega^{D-1}, \quad (6)$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция Эйлера,  $c$  — скорость света в вакууме,  $L \propto 2R$  — линейный размер полости. Отметим, что выражения, схожие с (5) и (6), были получены ранее в [6,7] для газа фотонов в нанокристаллическом твердом теле. Принимая во внимание распределение фотонов по энергиям, для спектральной плотности энергии, приходящейся на объем и единичный интервал телесных углов  $4\pi$ , на основе (6) запишем

$$E_\omega = \frac{\hbar}{\pi\Gamma(D/2)L^{3-D}} \left( \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{k_B T}{\hbar c} \right)^D \varphi \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right), \quad (7)$$

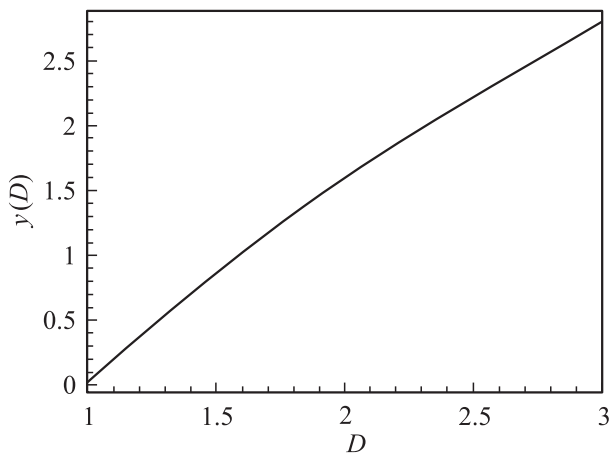
$$\varphi(x) = \frac{x^D}{\exp(x) - 1},$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка. При  $D = 3$  из (7) точно следует формула Планка, поделенная на  $4\pi$ . Функция  $\varphi(x)$  имеет максимум, зависящий от размерности  $D$ . Его положение определяется следующей формулой:

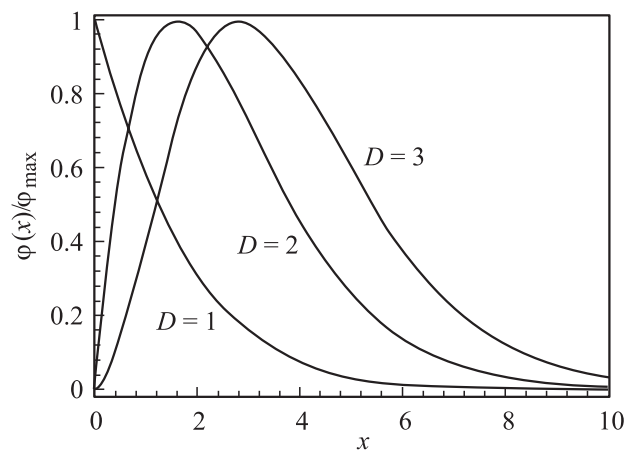
$$\omega_{\max} = \frac{k_B T}{\hbar} y(D), \quad (8)$$

$$y(D) = D + W(-D \exp(-D)),$$

где  $W(x)$  — функция Ламберта, являющаяся решением трансцендентного уравнения  $W(x) \exp(W(x)) - x = 0$  [8]. График функции  $y(D)$  показан



**Рис. 1.** Функция, определяющая размерный эффект смещения Вина.



**Рис. 2.** Функция, определяющая зависимость спектральной плотности черного излучения от частоты и параметра размерности.

на рис. 1. Формула (8) обобщает закон смещения Вина и указывает на одно замечательное явление (рис. 2) — красное смещение максимума черного излучения при уменьшении размерности  $D$ .

Если тело является абсолютно черным, то приходящаяся на единицу площади интенсивность излучения в телесном угле  $d\Omega$  и частотном интервале  $d\omega$  будет равна

$$dJ = cE_\omega \cos(\theta)d\Omega d\omega. \quad (9)$$

Если считать, что  $E_\omega$  не зависит от телесного угла, то после подстановки (7) в (9) и интегрирования по переменным  $\Omega$  и  $\omega$  получим

$$J = D\xi(D+1)\Gamma\left(\frac{D+1}{2}\right)\frac{\hbar c^2}{2L^{3-D}}\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{k_B T}{\hbar c}\right)^{D+1}, \quad (10)$$

где  $\xi(x)$  — дзета-функция Римана. Формула (10) — это известный закон Стефана–Больцмана с учетом размерной зависимости для теплового излучения электромагнитных волн. Как можно видеть, с уменьшением размера  $L$  интенсивность черного излучения, приходящаяся на единицу площади, увеличивается по степенному закону:  $J \sim 1/L^{3-D}$ . Из (10) для размерностей 3, 2 и 1 имеем

$$J = \frac{\pi^2 k_B^4}{60c^2 \hbar^3} T^4, \quad J = \frac{\xi(3)k_B^3}{2\pi c \hbar^2 L} T^3, \quad J = \frac{\pi k_B^2}{12\hbar L^2} T^2 \quad (11)$$

( $\xi(3) = 1.202$ ). Из (10) и (11) замечаем, что интенсивность черного излучения, приходящаяся на единицу площади, зависит от размера  $L$  при  $D < 3$ . Эта зависимость крайне резкая. Например, из третьей формулы (11) следует, что в одномерном случае потоку фотонов мощностью 1 W, проходящему через поверхность площадью 1 m<sup>2</sup>, соответствует температура  $1.5 \cdot 10^6$  K. В трехмерном случае этой же температуре соответствует гигантская удельная интенсивность излучения порядка  $10^{17}$  W/m<sup>2</sup>. Данные свойства черного излучения (они, разумеется, не связаны с реальной высокой температурой), по мнению автора, позволяют естественным образом интерпретировать эксперименты с ОСЛ. Так, при  $T = 450$  K,  $L = 0.1 \mu\text{m}$  и  $D = 1$  получаем удельную интенсивность излучения  $J = 9.6 \cdot 10^6$  W/m<sup>2</sup>, которая при  $D = 3$  будет соответствовать температуре  $T = 3600$  K. При  $D = 1$  с уменьшением размеров светящейся области до единиц нанометров соответствующая „кажущаяся“ температура при  $D = 3$  увеличивается до десятков тысяч градусов. Из-за малости реальных температур для наблюдения ОСЛ жидкость должна обладать малой теплоемкостью и

высоким поверхностным натяжением, что следует из формулы (3). Этим, скорее всего, обусловлены высокая способность воды к ОСЛ и температурная зависимость ОСЛ в воде. Вода имеет наименьшее значение теплоемкости и наибольшее значение поверхностного натяжения из всех жидкостей, которые использовались в экспериментах (см. [1]). Влияние растворенного в воде благородного газа в рассмотренной модели объясняется уменьшением эффективного размера светящейся области при сжатии пузырька.

Таким образом, проведенные рассуждения дают основание полагать, что ОСЛ может быть обусловлена не колоссальным повышением температуры, как это считается многими исследователями, а размерным эффектом черного излучения. Уменьшение размеров излучателя, вероятно, приводит к снижению параметра размерности для поля тепловых фотонов. Проявление этого явления можно ожидать также при взрыве тонкой проволоки в воде [9].

## Список литературы

- [1] Маргулис М.А. // УФН. 2000. Т. 170. № 3. 263–287.
- [2] Рехвиашвили С.Ш., Гаев Д.С. // Материалы XI Международного симпозиума „Нанопизика и наноэлектроника“. Н. Новгород: ИФМ РАН, 2007. Т. 2. С. 424–425.
- [3] Потапов А.А., Рехвиашвили С.Ш., Гаев Д.С. // Нелинейный мир. 2007. Т. 5. № 10–11. С. 716–721.
- [4] Рехвиашвили С.Ш., Гаев Д.С. // Нано- и микросистемная техника. 2007. № 11. С. 23–28.
- [5] Груздков А.А., Петров Ю.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. В. 3. С. 6–10.
- [6] Рехвиашвили С.Ш. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 22. С. 65–69.
- [7] Рехвиашвили С.Ш., Кишитокова Е.В. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 10. С. 50–55.
- [8] Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E. et al. // Adv. Comput. Math. 1996. V. 5. P. 329–359.
- [9] Кортхондэжия В.П., Мдивнишвили М.О., Саралидзе З.К. // ЖТФ. 2006. Т. 76. В. 11. С. 43–46.