04

О резонансном формировании функции распределения электронов в стратоподобных полях

© Ю.Б. Голубовский, В.О. Некучаев, А.Ю. Скобло

Санкт-Петербургский государственный университет
Ухтинский государственный технический университет
E-mail: alexey_skoblo@yahoo.com

Поступило в Редакцию 18 марта 2008 г.

Рассматривается резонансное поведение функции распределения электронов в пространственно периодических стратоподобных полях в случае разряда в неоне при низких давлениях и малых токах. Численное решение кинетического уравнения Больцмана интерпретируется с позиций аналитической теории [3] путем разложения на два сомножителя, один из которых зависит только от полной энергии. Обсуждаются детали формирования функции распределения как при целочисленных резонансах, следующих из аналитической теории [3], так и при нецелочисленных резонансах.

PACS: 52.25.Dg, 52.80.Hc

В разряде постоянного тока в инертных газах при низких давлениях (доли и единицы Torr) и малых токах (единицы и десятки mA) наблюдаются ионизационные волны (страты) трех типов: S-, P- и R-страты [1,2]. Они различаются падением потенциала на длине страты $U_L = e_0E_0L$ (E_0 — среднее продольное электрическое поле, e_0 — элементарный заряд, L — длина страты). Для S-страт U_L несколько превышает порог возбуждения атомов ε_1, для P-страт U_L примерно в 2 раза меньше. Для R-страт падение потенциала U_L имеет промежуточное значение около 2/3 от U_L для S-страт. Длины волн для этих типов страт при близких E_0 находятся в таком же соотношении.

В работе [3] был предложен механизм резонансного формирования функции распределения электронов по энергиям (ФРЭ) в пространственно периодических полях в рассматриваемых условиях, когда в балансе энергии электронов доминируют неупругие столкновения с атомами. Основная идея была связана с тем, что при определенном (резонансном) значении длины L периода поля вследствие эффекта бунчировки ФРЭ стягивается в узкий максимум, перемещающийся вдоль резонансной траектории в плоскости энергия–координата. Описание эффекта основано в работе [3] на аналитическом решении кинетического уравнения в виде:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(D(w)\,\frac{\partial f_0(\varepsilon, z)}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\big(V(w) f_0(\varepsilon, z)\big)$$
$$= \sum_k wNQ_k(w) f_0(\varepsilon, z) - \sum_k (w+\varepsilon_k)NQ_k(w+\varepsilon_k) f_0(\varepsilon+\varepsilon_k, z), \quad (1)$$

где $D(w) = w/(3NQ(w))$, $V(w) = (2m_e/M)w^2NQ(w)$. Здесь в качестве независимых переменных приняты продольная координата z и полная энергия электрона $\varepsilon = w + e\varphi(z)$ (w — кинетическая энергия, $e\varphi(z)$ — потенциальная энергия), m_e — масса электрона, M — масса атома, N — концентрация атомов, $Q(w)$ — транспортное сечение упругих столкновений электронов с атомами, $Q_k(w)$ — сечение возбуждения k-го состояния с энергией ε_k, f_0 — симметричная часть ФРЭ (ФРЭ слабо анизотропна). Уравнение (1) решалось в [3] в приближении черной стенки на пороге возбуждения ($f_0|_{\varepsilon=e\varphi(z)+\varepsilon_1} = 0$) путем разложения по малому параметру

$$\varkappa = \frac{V(\varepsilon_1)}{D(\varepsilon_1)}\,\frac{\varepsilon_1}{e_0^2E_0^2} = 3\left(\frac{\varepsilon_1}{e_0E_0\lambda_T(\varepsilon_1)}\right)^2 \ll 1, \quad (2)$$

где λ_T — длина энергетической релаксации электронов по отношению к упругим ударам. Главный член разложения решения уравнения (1) представляется в виде:

$$f_0(\varepsilon, z) = \Phi(\varepsilon)G(\varepsilon, z), \quad (3)$$

где

$$G(\varepsilon, z) \equiv \int\limits_z^{z_1(\varepsilon)} \frac{dz'}{D(\varepsilon - e\varphi(z'))}. \quad (4)$$

Здесь $z_0(\varepsilon) < z < z_1(\varepsilon)$, где $z = z_0(\varepsilon)$ — функция, обратная к $\varepsilon = e\varphi(z)$, $z = z_1(\varepsilon)$ — функция, обратная к $\varepsilon = e\varphi(z) + \varepsilon_1$. Функция $\Phi(\varepsilon)$ (амплитуда ФРЭ) удовлетворяет уравнению:

$$\Phi(\varepsilon - \varepsilon_1) = \Phi(\varepsilon) + \varkappa\,\frac{\partial}{\partial \varepsilon}\big(\Psi(\varepsilon)\Phi(\varepsilon)\big) + \varkappa^2 C(\varepsilon)\,\frac{\partial^2\Phi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2}, \quad (5)$$

функции $\Psi(\varepsilon)$ и $C(\varepsilon)$ выражаются в явном виде через $G(\varepsilon, z)$, $D(\varepsilon)$, $V(\varepsilon)$, $z_0(\varepsilon)$ и $z_1(\varepsilon)$.

Если $\varkappa = 0$ (потери энергии в упругих ударах пренебрежимо малы), то $\Phi(\varepsilon) = \Phi(\varepsilon - \varepsilon_1)$, $f_0(\varepsilon, z) = f_0(\varepsilon - \varepsilon_1,\ z - \varepsilon_1/(e_0E_0))$, ФРЭ при сколь угодно больших z воспроизводит исходную ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)|_{z=0}$, инжектированную в поле. Учет малых поправок на упругие удары ($\varkappa \ll 1$) приводит к тому, что по прохождении определенного числа пространственных периодов устанавливается ФРЭ, не зависящая от исходной ФРЭ, инжектированной в поле. Из аналитической теории [3] следуют резонансы ФРЭ при $L = L_S/n$, где $n = 1, 2, 3$ и т.д., $L_S = (\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)/(e_0E_0)$, $\Delta\varepsilon$ — потери энергии в упругих ударах на дистанции от z_0 до z_1 вдоль резонансной траектории ($\Delta\varepsilon \ll \varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon \sim \varkappa\Psi$). При $L = L_S/n$ функция $\Phi(\varepsilon)$ имеет вид узких максимумов (эффект бунчировки), причем на интервале $\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon$ укладывается n максимумов. Будем называть эти резонансы целочисленными. Резонансы при $n = 1$ и $n = 2$ соответствуют S- и P-стратам, наблюдаемым в эксперименте. Рассчитанные ФРЭ согласуются с измеренными [4,5].

В работе [6] на основе численного решения уравнения (1) на примере разряда в неоне показано наличие не только целочисленных резонансов, но также резонансов при $L = (m/n)L_S$, где m и n — целые числа. В частности, резонанс при $L = (2/3)L_S$ был отнесен к R-стратам, наблюдаемым в эксперименте.

Представляет интерес интерпретировать результаты таких численных расчетов с позиций аналитической теории [3] и выяснить детали формирования сомножителей $\Phi(\varepsilon)$ и $G(\varepsilon, z)$. С этой целью в настоящей работе уравнение (1) решалось численно для неона с сечениями неупругих ударов, формально увеличенными в 10 раз, что моделирует приближение черной стенки. Уравнение решалось в поле вида $E(z) = E_0(1 + \alpha\sin(2\pi z/L))$ с глубиной модуляции $\alpha = 0.9$ и средним полем $E_0 = 3\,\mathrm{V/cm}$ при давлении 0.5 Torr. Как и в работе [6], для численного решения уравнения был применен алгоритм из [7].

На рис. 1, a–d изображены ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)$, рассчитанные при $L = L_S$ (S-резонанс), $L = L_S/2$ (P-резонанс), $L = L_S/3$ (Q-резонанс, так он был назван в [6]) и $L = (2/3)L_S$ (R-резонанс). Здесь ФРЭ нормированы так, как если бы среднее по пространственному периоду L значение концентрации электронов было бы равно единице, т.е. $\langle\int_0^\infty w^{1/2} f_0(w + e\varphi(z), z)dw\rangle = 1$. Для интерпретации результатов рассчитанные резонансные ФРЭ аппроксимировались выражением (3). Множитель $G(\varepsilon, z)$ рассчитывался в явном виде через сечения упругих ударов по формуле (4). Полученные таким образом функции G

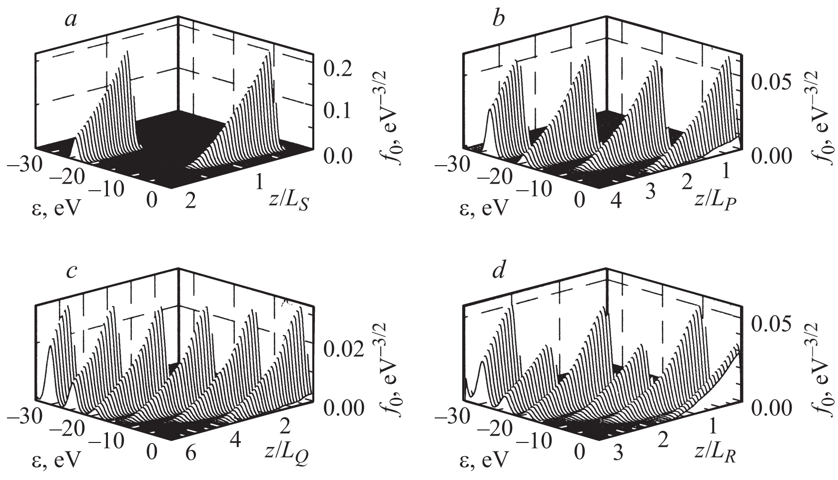

Рис. 1. Рассчитанные резонансные ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)$ для S- (a), P- (b), Q- (c) и (d) R-резонансов.

приведены в переменных $(\varepsilon, z - z_0(\varepsilon))$ на рис. 2, a–d для S-, P-, Q- и R-резонансов. Множитель Φ рассчитывался путем деления $f_0(\varepsilon, z)$ на $G(\varepsilon, z)$. При этом оказалось, что Φ слабо зависит от координаты z, за исключением малых областей вблизи $z_0(\varepsilon)$ и $z_1(\varepsilon)$. Таким образом, удавалось представить Φ как функцию только от полной энергии ε. Это связано с малостью параметра $\varkappa \sim 0.12$ для данных условий. Полученные таким способом амплитуды ФРЭ $\Phi(\varepsilon)$ для S-, P-, Q- и R-резонансов изображены на рис. 3, a–d. На всех трех рисунках энергетический интервал составляет $2(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon) \approx 33.8$ eV, что соответствует потерям энергии в упругих ударах $\Delta\varepsilon \approx 0.3$ eV и в неупругих ударах $\varepsilon_1 \approx 16.6$ eV на длине L_S.

Из рис. 3, a–c (S-, P- и Q-резонансы; $L = L_S$, $L_S/2$, $L_S/3$) видно, что формируются ярко выраженные максимумы $\Phi(\varepsilon)$, причем на интервале $2(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)$ укладываются соответственно два, четыре или шесть максимумов одинаковой величины, что полностью соответствует результатам аналитической теории [3]. На ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)$ (рис. 1, a–c (S-, P- и Q-резонансы)) также видны два, четыре или шесть одинаковых максимумов. Это обусловлено тем, что каждый из максимумов функции $\Phi(\varepsilon)$ накладывается на одну и ту же фазу функции $G(\varepsilon, z)$ (рис. 2, a–c).

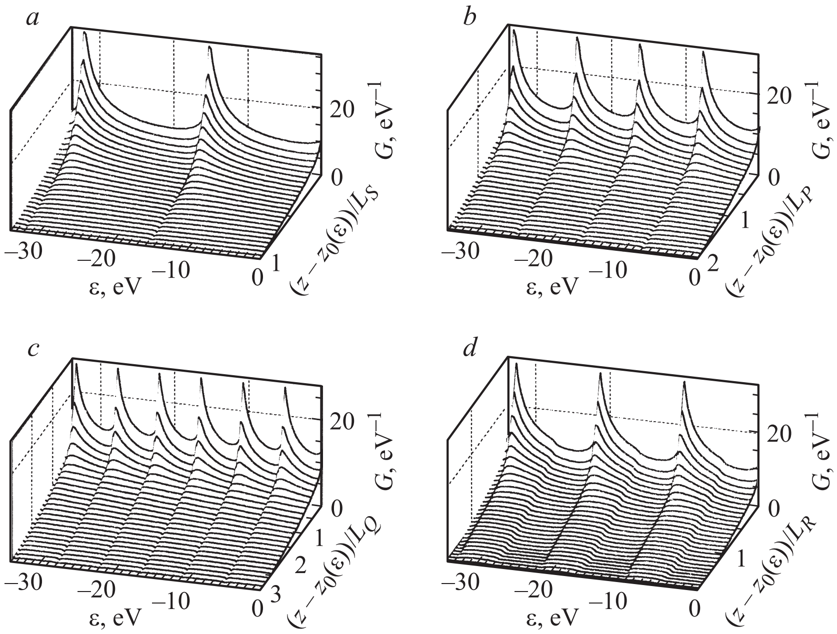

Рис. 2. Функции $G(\varepsilon, z - z_0(\varepsilon))$ для S- (a), P- (b), Q- (c) и (d) R-резонансов.

Как и для Q-резонанса, для нецелочисленного R-резонанса $\big(L = (2/3)L_S$, рис. $3, d\big)$ амплитуда $\Phi(\varepsilon)$ имеет шесть одинаковых максимумов. В то же время ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)$ имеет максимумы, чередующиеся по величине (рис. $1, d$). Этот эффект связан с особенностями функции $G(\varepsilon, z)$ для нецелочисленного резонанса. Как видно из рис. $2, d$ и $3, d$, максимумы функции Φ накладываются на разные фазы функции G. Период функции Φ составляет $(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)/3$, а период функции G составляет $2(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)/3$. Это приводит к чередованию максимумов на ФРЭ (рис. $1, d$). На интервале $2(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)$ имеются три участка более высоких значений функции G и три участка более низких значений функции G (рис. $2, d$), что связано с бо́льшим или меньшим расстоянием по координате между кривыми $z_0(\varepsilon)$ и $z_1(\varepsilon)$ [согласно (4), $G(\varepsilon, z)$ представляет собой интеграл от z до $z_1(\varepsilon)$]. Для целочисленных резонансов это расстояние практически не зависит от фазы страты.

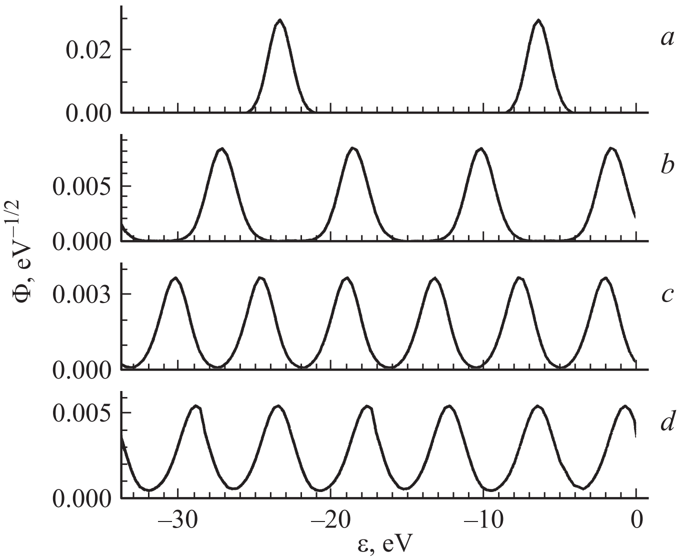

Рис. 3. Амплитуды ФРЭ $\Phi(\varepsilon)$ для S- (a), P- (b), Q- (c) и (d) R-резонансов.

Очевидно, что аналогичная картина будет иметь место для любого другого нецелочисленного резонанса при $L = (m/n)L_S$. Период функции $\Phi(\varepsilon)$ будет составлять величину $(\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon)/n$. При этом максимумы функции $\Phi(\varepsilon)$ будут накладываться на разные фазы функции $G(\varepsilon, z)$, так как период функции $G(\varepsilon, z)$ будет в m раз больше, чем период функции $\Phi(\varepsilon)$. Однако ширина максимумов функции $\Phi(\varepsilon)$ определяется параметром $\varkappa$ [3]. Поэтому проявляются только резонансы с небольшим n. При больших n максимумы сливаются друг с другом. Снижение давления газа приводит к уменьшению параметра $\varkappa$ и сужению максимумов функции $\Phi(\varepsilon)$, тогда проявляется бóльшее количество резонансов. С этим (как уже обсуждалось в работе [6]) можно связать то, что в эксперименте R-страты наблюдаются в основном при более низких давлениях, чем S- и P-страты.

В настоящей работе уточняется физический смысл сомножителей, на которые можно разложить резонансную ФРЭ (3) в пространственно периодическом поле. Как для целочисленных, так и для нецелочисленных резонансов функция $\Phi(\varepsilon)$ имеет совпадающие друг с другом по величине максимумы, форма которых определяется эффектом бунчировки. Произведение $\Phi(\varepsilon)$ на $G(\varepsilon, z)$ дает максимумы одинаковой величины для ФРЭ $f_0(\varepsilon, z)$ в случае целочисленных резонансов. Для целочисленных резонансов структура функции $G(\varepsilon, z)$ обеспечивает чередование максимумов функции $f_0(\varepsilon, z)$.

Работа выполнена по тематическому плану НИР, проводимых по заданию Федерального агенства по образованию. Номер НИР 1.3.08.

Список литературы

[1] *Пекарек Л.* // УФН. 1968. Т. 94. В. 3. С. 463–500.
[2] *Зайцев А.А., Савченко И.А.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. В. 7. С. 1541–1544.
[3] *Цендин Л.Д.* // Физика плазмы. 1982. Т. 8. В. 2. С. 400–409.
[4] *Голубовский Ю.Б., Некучаев В.О., Пономарев Н.С., Порохова И.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. В. 9. С. 14–21.
[5] *Golubovskii Yu.B., Kozakov R.V., Behnke J., Wilke C., Nekutchaev V.O.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 026 404.
[6] *Golubovskii Yu.B., Skoblo A.Yu., Wilke C., Kozakov R.V., Behnke J., Nekutchaev V.O.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. P. 026 414.
[7] *Sigeneger F., Winkler R.* // Contrib. Plasma Phys. 1996. V. 36. N 5. P. 551–571.