

07

## Интерференция встречных волн в невзаимной киральной среде

© Д.Г. Санников, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет  
E-mail: sannikov@sv.ulsu.ru

Поступило в Редакцию 26 марта 2007 г.

Показано, что в невзаимной киральной среде парциальные потоки встречных волн по мере распространения экспоненциально спадают, тогда как интерференционный поток является незатухающим и осциллирующим по толщине слоя. Найдено условие существования интерференционного потока в непоглощающей среде.

PACS: 41.20.-q

Электродинамические свойства киральных сред в течение длительного времени вызывают интерес исследователей [1–3]. Такие среды характеризуются киральным параметром, пропорциональным отношению линейного размера элемента среды к длине волны. Учет киральности означает учет влияния дискретной структуры вещества, т.е. пространственной дисперсии. Примером киральности в оптическом диапазоне длин волн является оптическая активность вещества. В естественных средах она ограничивается малостью кирального параметра (порядка  $10^{-3}$ ). В искусственных средах значение этого параметра может достигать достаточно больших значений. В последнее время прилагаются активные усилия по созданию и исследованию невзаимных киральных сред, для которых материальные соотношения имеют более общий вид, чем для обычных киральных сред [4,5].

Одним из явлений, наблюдаемых в поглощающих средах и представляющих интерес, можно считать интерференцию встречных волн (ИВВ), характерной особенностью которой является возникновение особого — интерференционного потока энергии, величина которого определяется мнимой частью константы распространения, а направление — разностью фаз интерферирующих волн [6–8]. Расширение возможностей управления интерференционным потоком связано с ре-

ализацией ИВВ в средах с различным типом временной и пространственной дисперсии, анизотропных свойств, электрических и магнитных характеристик. ИВВ имеет многообразные проявления в различных физических системах и может быть положена в основу различных устройств и измерений [9,10]. В настоящей работе проводится анализ энергетических потоков и особенностей ИВВ в киральной невязимной среде, исследуется влияние материальных параметров на характеристики полного и интерференционного потоков в указанной среде.

1. Будем считать, что материальные уравнения для электрического и магнитного полей в рассматриваемой киральной невязимной среде могут быть представлены в виде [4]

$$D = \varepsilon E + (\chi - i\kappa)H, \quad B = \mu H + (\chi + i\kappa)E, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды,  $\kappa$  и  $\chi$  — параметры киральности и невязимности. Рассмотрим распространение в такой среде плоской монохроматической волны частотой  $\omega$  в положительном направлении оси  $z$ . С учетом (1) из уравнений Максвелла приходим к следующим уравнениям для циркулярных компонент электрического  $E_{\pm}$  и магнитного  $H_{\pm}$  полей:

$$\frac{d^2 F_{\pm}}{dz^2} \pm 2ik_0\kappa \frac{dF_{\pm}}{dz} + k_0^2[\varepsilon\mu - \chi^2 - \kappa^2]F_{\pm} = 0, \quad (2)$$

где  $F_{\pm} = F_x \pm iF_y \equiv (E_{\pm}, H_{\pm})$ , а  $k_0 = \omega/c$  — волновое число в вакууме,  $c$  — скорость света. Решения уравнений (2) для напряженностей электрического и магнитного полей с учетом зависимости от времени записываются в виде

$$E_{\pm}(z, t) = A_{\pm} \exp[i(\omega t - k_{\pm}z)], \quad (3)$$

$$H_{\pm}(z, t) = \mp \left[ \frac{dE_{\pm}}{dz} \pm k_0(\chi + i\kappa)E_{\pm} \right] / (k_0\mu), \quad (4)$$

где верхний и нижний знаки отвечают право- и левополяризованной волнам,  $A_{\pm}$  — комплексные амплитуды. Волновые числа собственных циркулярно-поляризованных волн могут быть представлены в виде  $k_{\pm} = k_0 n_{\pm}$ , где соответствующие показатели преломления

$$n_{\pm} = \sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} \pm \kappa = n \pm \kappa, \quad (5)$$

а также введен комплексный параметр  $n = (\varepsilon\mu - \chi^2)^{1/2} = n' - in''$ .

Поле обратной циркулярно-поляризованной волны запишем в виде

$$E_{\pm}(z, t) = B_{\pm} \exp[i(\omega t + k_{\mp}z)], \quad (6)$$

поскольку волновые числа обратных право- и левополяризованной волн оказываются равными волновым числам прямых лево- и правополяризованных волн соответственно. В результате суммарное электрическое поле прямой и обратной волн имеет вид

$$E_{\pm}(z, t) = [A_{\pm} \exp(-ik_{\pm}z) + B_{\pm} \exp(ik_{\mp}z)] \exp(i\omega t), \quad (7)$$

а магнитное поле определяется соотношением (4). Отметим, что в (3), (6) и (7) опущены комплексно-сопряженные слагаемые. С учетом этих соотношений усредненная по времени плотность потока энергии в рассматриваемой среде запишется следующим образом:

$$S = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}[EH^*] = \frac{c}{16\pi} \operatorname{Im}(E_-H_-^* - E_+H_+^*)e_z, \quad (8)$$

где  $e_z$  — орт оси  $z$ . Первое слагаемое в (8) определяет энергию, переносимую результирующей левополяризованной волной, а второе слагаемое — правополяризованной.

2. Рассматриваемый случай бесконечной среды является идеализацией, позволяющей абстрагироваться от эффектов отражения и упростить анализ возникающих в среде потоков при наличии двух встречных волн. Чтобы такая идеализация была максимально приближена к реальности, выделим две параллельные плоскости:  $z = 0$  и  $z = d$ , в которых расположим источники линейно поляризованных вдоль оси  $x$  плоских когерентных волн частотой  $\omega$ , распространяющихся вдоль и против оси  $z$ . Эти волны образованы суперпозицией циркулярно поляризованных волн, поэтому на границах выделенного слоя суммарное поле запишется в виде

$$\begin{aligned} E(0) &= [|A_+| \exp(-i\varphi_+^{(a)}) + |A_-| \exp(-i\varphi_-^{(a)})] e_x = A_0 \exp(-i\psi^{(a)}) e_x, \\ E(d) &= \{|B_+| \exp[i(k_-d - \varphi_+^{(b)})] + |B_-| \exp[i(k_+d - \varphi_-^{(a)})]\} e_x \\ &= B_d \exp(-i\psi^{(b)}) e_x. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $A_0$ ,  $B_d$  и  $\psi^{(a)}$ ,  $\psi^{(b)}$  — вещественные начальные амплитуды и фазы электрического поля на границах слоя. С учетом его линейной

поляризации получаем, что начальные амплитуды и фазы обеих циркулярных поляризаций должны быть одинаковы, т.е.  $|A_{\pm}| = A$ ,  $|B_{\pm}| = B$  и  $\varphi_{\pm}^{(a)} = \varphi^{(a)}$ ,  $\varphi_{\pm}^{(b)} = \varphi^{(b)}$ . В результате из (9) находим связь между амплитудами и фазами циркулярно и линейно поляризованных волн:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad A_0 &= 2A, \quad \psi^{(a)} = \varphi^{(a)}, \\ z = d: \quad B_d &= 2B \exp(k_0 n'' d) \cos(k_0 \kappa d), \quad \psi^{(b)} = \varphi^{(b)} - k_0 n' d. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя полученные соотношения, для общего случая среды с комплексными диэлектрической  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  и магнитной  $\mu = \mu' - i\mu''$  проницаемостями находим выражение для суммарного потока энергии встречных линейно поляризованных волн в произвольной точке  $z$  внутри выделенного слоя:

$$\begin{aligned} S &= \frac{c}{32\pi} \frac{1}{|\mu|} \left\{ [A_0^2 \exp(-2k_0 n'' z) - B_d^2 \sec^2(k_0 \kappa d) \right. \\ &\quad \times \exp(2k_0 n'' (z - d))] (\mu' n' - \mu'' n'') - 2A_0 B_d \sec(k_0 \kappa d) \\ &\quad \left. \times \exp(-k_0 n'' d) \sin[k_0 n' (2z - d) - \Delta\psi] (\mu' n'' + \mu'' n') \right\} e_z, \\ n' &= \left[ \sqrt{(\varepsilon' \mu' - \varepsilon'' \mu'' - \chi^2)^2 + (\varepsilon' \mu'' + \varepsilon'' \mu')^2} + (\varepsilon' \mu' - \varepsilon'' \mu'' - \chi^2) \right]^{1/2} / \sqrt{2}, \\ n'' &= \left[ \sqrt{(\varepsilon' \mu' - \varepsilon'' \mu'' - \chi^2)^2 + (\varepsilon' \mu'' + \varepsilon'' \mu')^2} - (\varepsilon' \mu' - \varepsilon'' \mu'' - \chi^2) \right]^{1/2} / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

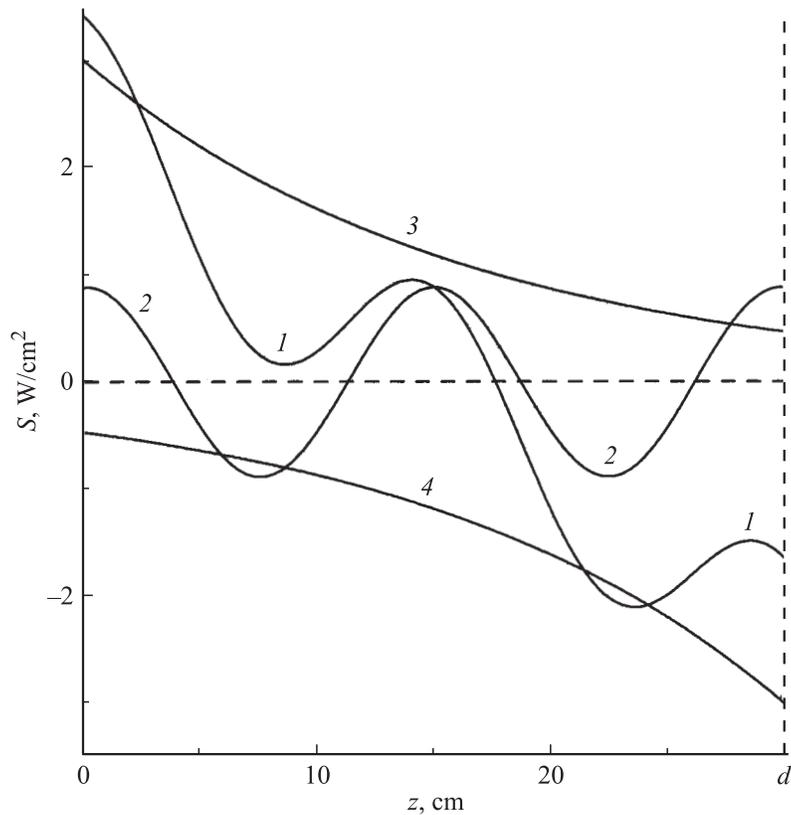
Здесь введена разность начальных фаз для линейно поляризованных волн на границах слоя  $\Delta\psi = \psi^{(b)} - \psi^{(a)}$ . Из (11) следует, что полный поток энергии состоит из двух парциальных потоков  $S_A$  и  $S_B$ , отвечающих только прямой и обратной волнам, и интерференционного потока  $S_{\text{int}}$ , величина которого пропорциональна произведению амплитуд встречных волн. Парциальные потоки экспоненциально спадают по мере распространения в среде, тогда как интерференционный поток является незатухающим и осциллирующим, существенно зависящим локально от разности фаз встречных волн. Важным результатом, являющимся следствием зависимости всех составляющих полного потока от параметра невязности, можно считать наличие интерференционного потока в непоглощающей ( $\varepsilon'' \cong \mu'' \cong 0$ ) среде при выполнении

условия  $\varepsilon'\mu' - \chi^2 < 0$ . Это условие физически осуществимо даже в некиральной среде в частотном диапазоне, где один из параметров  $\varepsilon'$  или  $\mu'$  отрицателен, а их мнимые части практически равны нулю. В этом случае вклад парциальных потоков становится равным нулю.

3. Численный анализ полученных энергетических соотношений проведем для встречных волн, отвечающих СВЧ-диапазону, в котором наиболее широко исследуются электродинамические свойства киральных сред [2]. Будем рассматривать выделенный слой достаточно большой толщины, так что  $d/\lambda \gg 1$ . Исследуем распределение энергии внутри указанного слоя и зависимость распределения интерференционного и полного потоков встречных волн от материальных параметров среды. Неизменными будем считать частоту интерферирующих волн  $\omega/2\pi = 10$  GHz, разность их начальных фаз, которую выберем равной  $\Delta\psi = \pi/2$ , и магнитную проницаемость  $\mu = 1$ . Из полученных соотношений следует, что параметры киральности и невязимности существенно влияют на величину энергетических потоков лишь в том случае, если их значения сопоставимы с  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$ .

На рис. 1 представлены распределения интерференционного, полного и парциальных потоков встречных волн (кривые 1–4) по толщине слоя, построенные для волн одинаковых амплитуд  $A_0 = B_d = 1$  (erg/cm<sup>3</sup>)<sup>1/2</sup> в средах с параметрами  $\chi = 0.07$ ,  $\varepsilon = 0.1 - 0.003i$ ,  $\kappa = 0.2$  при  $d = 30$  см. Величина материальных параметров отвечает  $\Omega$ -средам для выбранного частотного диапазона [11]. Из приведенных зависимостей следует, что интерференционный поток имеет осциллирующую зависимость, которая наиболее существенно влияет на величину полного потока в центре слоя. Вблизи его границ за счет компенсации противоположных по знаку интерференционного и парциальных потоков это влияние ослабевает. Перенос энергии в некоторых точках ( $z \approx 17.7$  см) выделенного слоя может прекратиться. При этом полный поток может быть как положительным, так и отрицательным.

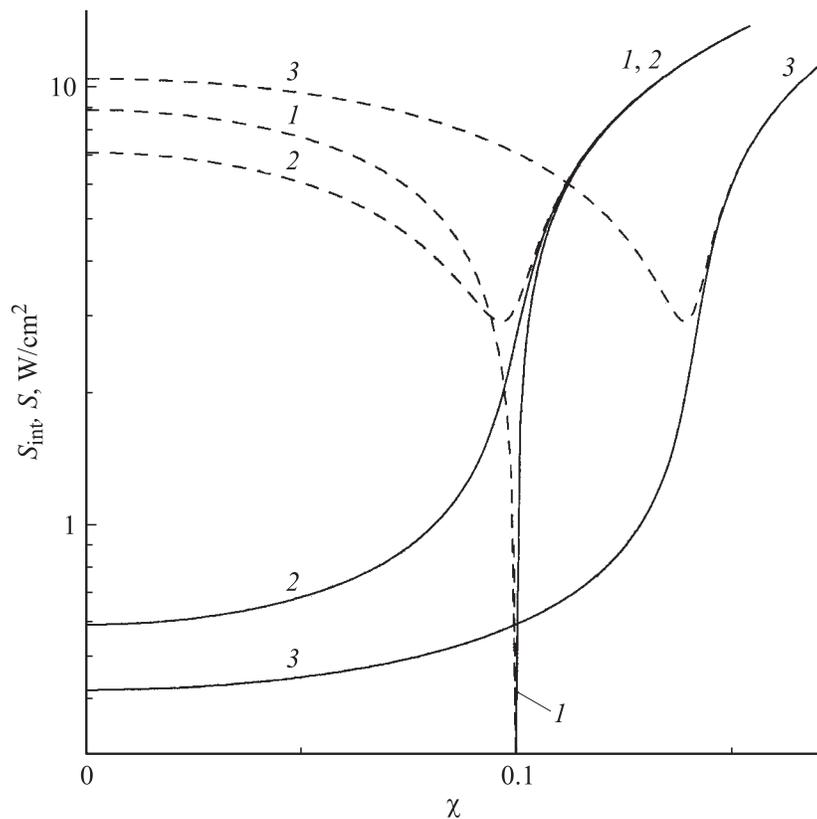
На рис. 2 представлены зависимости интерференционного и полного потоков (сплошные и пунктирные линии) встречных волн с амплитудами  $A_0 = 2$  и  $B_d = 1$  (erg/cm<sup>3</sup>)<sup>1/2</sup> от параметра невязимности  $\chi$ , полученные в сечении  $z = d/2 = 15$  см для среды с параметрами  $\kappa = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.01, 0.01 - 0.001i, 0.02 - 0.001i$  (кривые 1, 2, 3). Из приведенных зависимостей следует, что для выбранных параметров при  $\varepsilon'' = \mu'' = 0$  и  $\chi > \chi_c = \sqrt{\varepsilon'\mu'}$  присутствует только интерференционный поток, который одновременно является и полным, а в области  $\chi < \chi_c$



**Рис. 1.** Зависимости интерференционного, полного и парциальных потоков прямой и обратной волн (кривые 1–4) по толщине слоя;  $\omega/2\pi = 10$  GHz,  $A_0 = B_d = 1$  (erg/cm<sup>3</sup>)<sup>1/2</sup>,  $\chi = 0.07$ ,  $\varepsilon = 0.1 - 0.003i$ ,  $\kappa = 0.2$ ,  $d = 30$  cm.

интерференционный поток пропадает и полный поток является суммой парциальных потоков (кривая 1). При наличии поглощения ( $\varepsilon'' \neq 0$ ) значение параметра  $\chi_c$  сдвигается, знак сдвига определяется величинами  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  (кривые 2, 3).

Анализ тепловыделения, имеющего место при распространении встречных волн в поглощающих средах [8], показывает, что его ве-



**Рис. 2.** Зависимости интерференционного и полного потоков (сплошные и пунктирные линии) встречных волн от параметра невязимности  $\chi$ ;  $\omega/2\pi = 10$  GHz,  $A_0 = 2$ ,  $B_d = 1$  (erg/cm<sup>3</sup>)<sup>1/2</sup>,  $z = d/2 = 15$  cm,  $\kappa = 0.5$  и  $\varepsilon = 0.01, 1.01 - 0.001i, 0.02 - 0.001i$  (кривые 1, 2, 3).

личина также существенно зависит от параметров невязимности и киральности и имеет ярко выраженный интерференционный характер. Поэтому одним из приложений ИВВ может стать формирование как статических, так и динамических (за счет использования встречных волн разных частот) брэгговских решеток.

## Список литературы

- [1] *Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Vitanen A.J.* Electromagnetic waves in chiral and biisotropic media. London: Artech House, 1994.
- [2] *Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* // УФН. 1997. Т. 167. В. 11. С. 1201–1212.
- [3] *Шевченко В.В., Костин М.В.* // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 8. С. 921–926.
- [4] *Третьяков С.А.* // РЭ. 1994. Т. 39. № 10. С. 1457–1470.
- [5] *Tretyakov S.A., Maslovski S.I., Nefedov I.S.* et al. // Electromagnetics. 2003. V. 23. N 8. P. 665–680.
- [6] *Сидоренков В.В., Толмачев В.В.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. В. 21. С. 34–37.
- [7] *Семенов Д.И., Ефимов В.В., Афанасьев С.А.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 11. С. 6–11.
- [8] *Ефимов В.В., Семенов Д.И.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. В. 2. С. 118–120.
- [9] *Колоколов А.А., Скроцкий Г.В.* // УФН. 1992. Т. 162. В. 12. С. 165–174.
- [10] *Сидоренков В.В., Толмачев В.В.* // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 1992. № 1. С. 43–46.
- [11] *Saadoun M.M.I., Engheta N.* // Microwave and Optical Technol. Lett. 1992. N 5. N 4. P. 184–188.