

06

## Межзонные переходы в узкозонной цилиндрической квантовой точке InSb

© Э.М. Казарян, А.В. Меликсетян, А.А. Саркисян

Российско-Армянский (Славянский) государственный университет,  
Ереван, Армения

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

E-mail: shayk@ysu.am

В окончательной редакции 10 мая 2007 г.

В режиме сильного размерного квантования теоретически рассмотрены межзонные переходы в узкозонных цилиндрических квантовых точках из InSb с учетом непараболичности закона дисперсии электронов и легких дырок. В рамках двухзонной модели Кейна для электронов и легких дырок и параболической дисперсии для тяжелых вычислены соответствующие коэффициенты поглощения ансамбля квантовых точек, а также определены пороговые частоты поглощения. Показано, что эти частоты лежат в инфракрасной области. Количественные вычисления сделаны на основе данных по выращиванию квантовых точек из InSb, приведенных в работе К.Д. Моисеева и др. [1].

PACS: 71.20.Nr, 61.72.Lk

В недавно опубликованной работе [1] сообщалось о первых результатах по выращиванию квантовых точек (КТ) из InSb на подложках из InAs. При этом были реализованы КТ со средней высотой  $L = (3.4 \pm 1) \cdot 10^{-7}$  см и радиусом  $R = (27.2 \pm 7.5) \cdot 10^{-7}$  см. Хорошо известно, что соединение InSb является узкозонным и по этой причине может составить элементную базу для создания лазеров на КТ в инфракрасной области. В связи с этим возникает необходимость детального изучения физических и, в частности, оптических характеристик КТ из InSb.

Изучению особенностей межзонного поглощения в КТ различных геометрических форм и размеров посвящено большое количество как теоретических, так и экспериментальных работ (см., например, [2–6]). При этом была выявлена существенная зависимость характера оптических переходов от симметрии КТ и профиля ее ограничивающего потенциала [4–6].

Следует отметить, что в вышеуказанных работах [3–6] закон дисперсии носителей заряда рассматривался параболическим. Однако в узкозонных полупроводниковых соединениях, и в частности в InSb, из-за наличия „межзонного взаимодействия“ закон дисперсии электронов и легких дырок (ЛД) становится непараболическим [7]. Поэтому вполне естественным становится вопрос об изучении влияния непараболичности закона дисперсии носителей заряда на характер дипольных переходов в КТ.

В предлагаемом сообщении теоретически исследованы межзонные дипольные переходы в узкозонной цилиндрической КТ из InSb с радиусом  $\rho_0$  и высотой  $L$ . При этом нами рассматриваются как переходы между зонами ЛД и проводимости, так и между зоной тяжелых дырок (ТД) и зоной проводимости. Закон дисперсии электрона и ЛД аппроксимируется в рамках двухзонной модели Кейна, а закон дисперсии ТД описывается параболическим приближением [7]. Ограничивающий потенциал КТ имеет вид

$$U(r) = \begin{cases} 0, & \{\rho < \rho_0, |z| < L/2\} \\ \infty, & \{\rho \geq \rho_0, |z| \geq L/2\}. \end{cases} \quad (1)$$

Закон дисперсии электрона и ЛД в двухзонном кейновском приближении для соединения InSb [7] дается выражением, по виду совпадающим с релятивистским:

$$E^{e(lh)} = \sqrt{\mathbf{p}^2 s^2 + (\mu^{e(lh)} s^2)^2} - \mu^{e(lh)} s^2, \quad (2)$$

а для „невоздействующей“ зоны ТД [7] он является стандартным:

$$E^{hh} = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu^{hh}}, \quad (3)$$

где  $s$  — параметр „взаимодействия“ зон ( $s \sim 10^8$  см/с),  $\mu^{e(lh)}$  — эффективная масса электрона (ЛД),  $\mu^{hh}$  — эффективная масса ТД ( $\mu^e = \mu^{lh} = 0.015m_0$ ,  $\mu^{hh} = 0.5m_0$ ).

Уравнение для огибающей волновой функции электрона (ЛД) в пределах КТ будет аналогичным клейн-гордоновскому, а для ТД имеет

место обычное уравнение Шредингера с соответствующей эффективной массой. Эти уравнения после преобразований можно объединить в одно общее:

$$\frac{1}{2\mu} \hat{\mathbf{p}}^2 \psi = \varepsilon \psi, \quad (4)$$

где  $\mu = \mu^e$ ,  $\varepsilon = ((E^{e(lh)} + \mu^e s^2)^2 - (\mu^e s^2)^2) / (2\mu^e s^2)$ ,  $\psi = \psi^{e(lh)}$  для электрона и ЛД;  $\mu = \mu^{hh}$ ,  $\varepsilon = E^{hh}$ ,  $\psi = \psi^{hh}$  для ГД.

При этом соответствующие волновые функции должны удовлетворять граничным условиям:

$$\psi(\rho_0, \varphi, z) = 0, \quad \psi\left(\rho, \varphi \pm \frac{L}{2}\right) = 0. \quad (5)$$

Окончательно для волновых функций получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \psi_{n,m,n_\rho}^{e(lh)}(\rho, \varphi, z) &= \frac{1}{\rho_0 |J_{|m|+1}(\alpha_{n_{\rho+1}, |m|})|} \\ &\times \sqrt{\frac{2}{\pi L}} J_{|m|}(\kappa_{n_\rho, |m|}^{e(lh)} \rho) e^{im\varphi} \sin \frac{\pi n}{2} \left( \frac{z}{L/2} - 1 \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \psi_{n,m,n_\rho}^{hh}(\rho, \varphi, z) &= \frac{1}{\rho_0 |J_{|m|+1}(\alpha_{n_\rho+1, |m|})|} \\ &\times \sqrt{\frac{2}{\pi L}} J_{|m|}(\kappa_{n_\rho, |m|}^{hh} \rho) e^{im\varphi} \sin \frac{\pi n}{2} \left( \frac{z}{L/2} - 1 \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $n = 1; 2; \dots$ ,  $m = 0; \pm 1; \dots$ ,  $\kappa_{n_\rho, |m|}^{e(lh)} = \sqrt{2\mu^e \varepsilon_{n_\rho, |m|}^{e(lh)} / \hbar^2}$ ,  $\kappa_{n_\rho, |m|}^{hh} = \sqrt{2\mu^{hh} \varepsilon_{n_\rho, |m|}^{hh} / \hbar^2}$  определяются из граничных условий (5) ( $\varepsilon_{n_\rho, |m|}^{e(lh)} = \frac{\hbar^2 \alpha_{n_\rho+1, |m|}^2}{2\mu^e \rho_0^2}$ ,  $\varepsilon_{n_\rho, |m|}^{hh} = \frac{\hbar^2 \alpha_{n_\rho+1, |m|}^2}{2\mu^{hh} \rho_0^2}$ ),  $n_\rho$  ( $n_\rho = 0; 1; \dots$ ) нумерует положительные нули  $\alpha_{n_\rho+1, |m|}$  функции Бесселя  $J_{|m|}$  (при фиксированном  $m$ ). Для энергетических спектров соответственно можем записать:

$$E_{n,m,n_\rho}^{e(lh)} = \sqrt{\frac{s^2 \hbar^2 \pi^2 n^2}{L^2} + \frac{s^2 \hbar^2 \alpha_{n_\rho+1, |m|}^2}{\rho_0^2} + (\mu^e s^2)^2 - \mu^e s^2}, \quad (8)$$

$$E_{n,m,n\rho}^{hh} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu^{hh} L^2} + \frac{\hbar^2 \alpha_{n\rho+1,|m|}^2}{2\mu^{hh} \rho_0^2}. \quad (9)$$

На основе полученных результатов можем вычислить коэффициент поглощения (КП) в рассматриваемой системе при падении света вдоль оси КТ, в рамках дипольного приближения. Для режима сильного размерного квантования, когда можно пренебречь экситонными эффектами [3], КП для переходов между зонами ЛД и проводимости, а также между зоной ТД и зоной проводимости, будут иметь вид:

$$\begin{aligned} K^{lh-e}(\omega, \rho_0) &= \frac{A}{V} \sum_{\substack{n^e, m^e, n_\rho^e \\ n^h, m^h, n_\rho^h}} \left| \int \psi_{n^e, m^e, n_\rho^e}^e \psi_{n^h, m^h, n_\rho^h}^{lh} dV \right|^2 \\ &\times \delta(\hbar\omega - \varepsilon_g - E_{n^e, m^e, n_\rho^e}^e - E_{n^h, m^h, n_\rho^h}^{lh}) \\ &= \frac{A}{\pi \rho_0^2 L} \sum_{n, m, n_\rho} \delta\left(\hbar\omega - 2\sqrt{\frac{s^2 \hbar^2 \pi^2 n^2}{L^2} + \frac{s^2 \hbar^2 \alpha_{n\rho+1,|m|}^2}{\rho_0^2} + (\mu^e s^2)^2}\right), \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K^{hh-e}(\omega, \rho_0) &= \frac{A}{\pi \rho_0^2 L} \\ &\times \sum_{n, m, n_\rho} \delta\left(\hbar\omega - \sqrt{\frac{s^2 \hbar^2 \pi^2 n^2}{L^2} + \frac{s^2 \hbar^2 \alpha_{n\rho+1,|m|}^2}{\rho_0^2} + (\mu^e s^2)^2} \right. \\ &\left. - \mu^e s^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu^{hh}} \left( \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{\alpha_{n\rho+1,|m|}^2}{\rho_0^2} \right) \right), \quad (11) \end{aligned}$$

где  $\omega$  — частота падающего света,  $\varepsilon_g$  — ширина запрещенной зоны,  $A$  — величина, пропорциональная квадрату модуля матричного элемента дипольного момента, взятая на амплитудах Блоха. Отметим, что в двухзонном приближении Кейна  $\varepsilon_g = 2\mu^e s^2$ . Как видно из (10) и (11), в обоих случаях имеют место следующие правила отбора:  $n^h = n^e$ ,  $m^h = -m^e$  и  $n_\rho^h = n_\rho^e$ . При этом граничные частоты поглощения

определяются выражениями

$$\hbar\omega_{00}^{lh-e} = 2\sqrt{\frac{s^2\hbar^2\pi^2}{L^2} + \frac{s^2\hbar^2\alpha_{1,0}^2}{\rho_0^2} + (\mu^e s^2)^2}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{00}^{hh-e} = & \sqrt{\frac{s^2\hbar^2\pi^2}{L^2} + \frac{s^2\hbar^2\alpha_{1,0}^2}{\rho_0^2} + (\mu^e s^2)^2} \\ & + \mu^e s^2 + \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu^{hh}L^2} + \frac{\hbar^2\alpha_{1,0}^2}{2\mu^{hh}\rho_0^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

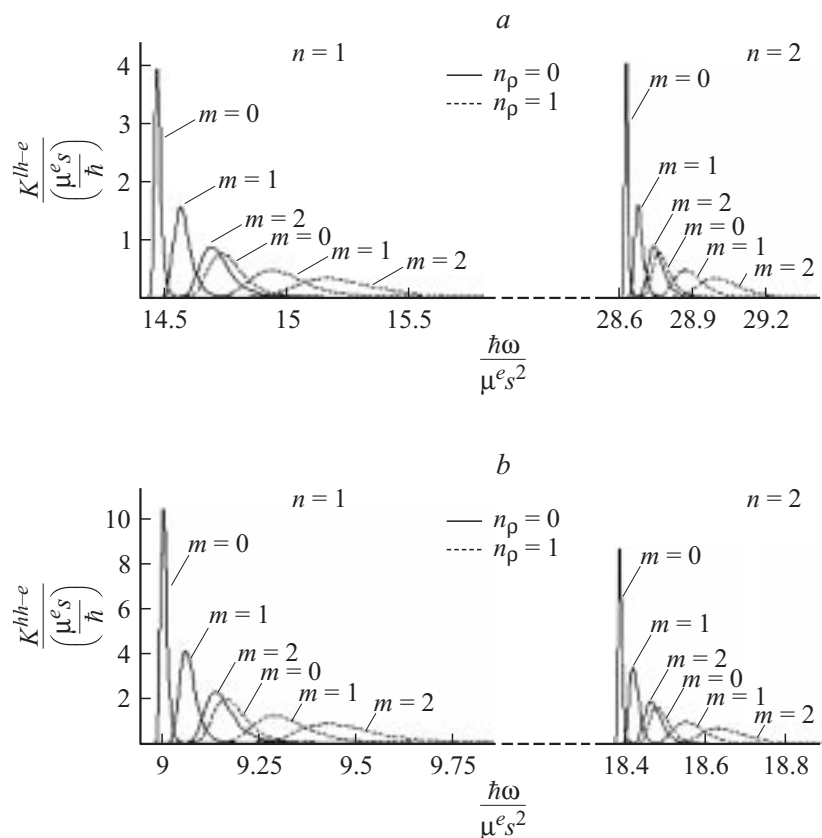
Из формул (12) и (13) следует, что учет непараболичности закона дисперсии приводит к корневой зависимости граничных частот поглощения от  $L^{-2}$  и  $\rho_0^{-2}$ , в то время как для случая параболической дисперсии носителей заряда эта зависимость является линейной.

Для вычисления КП ансамбля невзаимодействующих КТ необходимо величину  $K(\omega, \rho_0)$  умножить на концентрацию цилиндров и проинтегрировать по радиусу цилиндра  $\rho$ . Здесь мы учтем дисперсию радиусов цилиндрических КТ, используя распределение Гаусса со средним радиусом  $\bar{\rho}$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_\rho$ :

$$P(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\rho} \exp\left[-\frac{(\rho - \bar{\rho})^2}{2\sigma_\rho^2}\right], \quad (14)$$

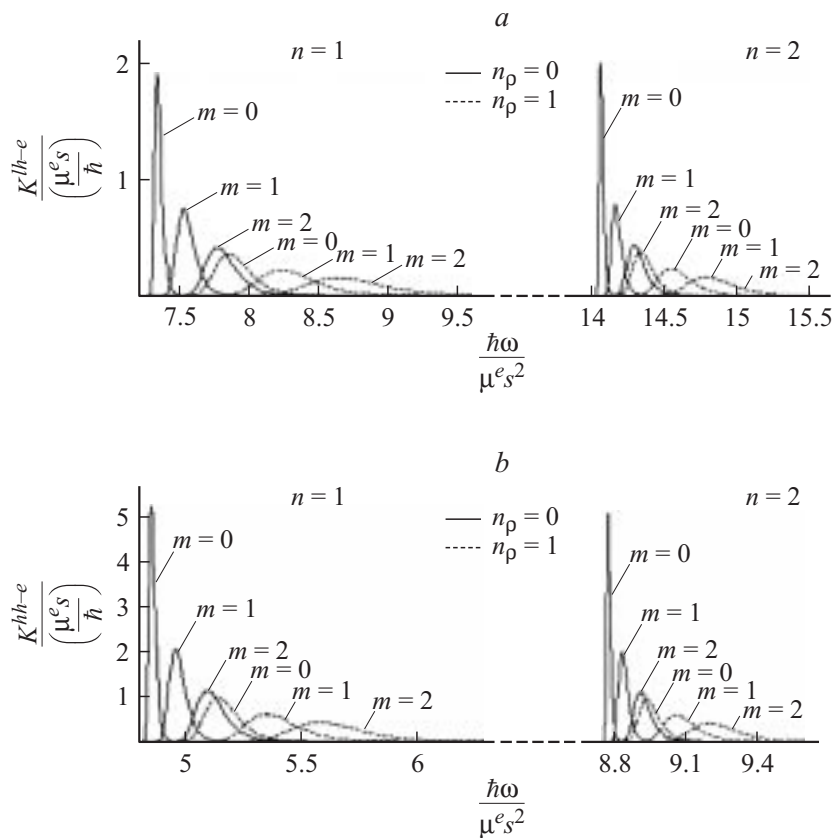
$$K(\omega) = \int_0^\infty P(\rho)K(\omega, \rho)d\rho. \quad (15)$$

На рис. 1 и 2 приведены зависимости КП  $K(\omega)$  от частоты падающего света (в единицах  $K(\omega)/(\mu^e s/\hbar)$  и  $\hbar\omega/(\mu^e s^2)$ ). При этом нами обсуждается случай сильного вертикального квантования в направлении  $Z$ . Используются следующие значения параметров [1]:  $L = 3.4 \cdot 10^{-7}$  см (рис. 1),  $L = 7 \cdot 10^{-7}$  см (рис. 2),  $\bar{\rho} = 2.72 \cdot 10^{-6}$  см,  $\sigma_\rho = 2.72 \cdot 10^{-7}$  см. Фрагменты  $a$  обоих рисунков соответствуют  $lh - e$  переходам, а фрагменты  $b$  —  $hh - e$  переходам. Как видно из рисунков, высоты пиков поглощения  $hh - e$  переходов больше, чем высоты соответствующих пиков в случае  $lh - e$  переходов. Благодаря сильному вертикальному квантованию образуются серии пиков поглощения. При этом каждой серии соответствует свое вертикальное



**Рис. 1.** Зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего излучения для  $L = 3.4 \cdot 10^{-7}$  см.

квантовое число. Ситуация схожа с той, которая имеет место в случае диамагнитного экситона, когда под каждым уровнем магнитного квантования образовывалась серия кулоновских состояний [8]. При увеличении вертикального квантования числа  $n$  соответствующие частоты поглощения увеличиваются. Это является следствием того, что при увеличении  $n$  увеличивается граничная частота поглощения, при которой начинаются переходы между новыми более высокими



**Рис. 2.** Зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего излучения для  $L = 7 \cdot 10^{-7}$  см.

энергетическими уровнями. При этом для соответствующих пороговых частот поглощения, в рамках модели непроницаемой КТ, имеем  $\nu_{00}^{lh-e} = 2.98 \cdot 10^{14}$  Hz,  $\nu_{00}^{hh-e} = 1.86 \cdot 10^{14}$  Hz при  $L = 3.4 \cdot 10^{-7}$  см;  $\nu_{00}^{lh-e} = 1.51 \cdot 10^{14}$  Hz,  $\nu_{00}^{hh-e} = 10^{14}$  Hz при  $L = 7 \cdot 10^{-7}$  см. Для фиксированного значения  $n$  самому высокому пику КП соответствуют нулевые значения квантовых чисел  $m$  и  $n_p$ . При увеличении  $m$  и  $n_p$  пики снижаются.

Данная работа выполнена в рамках Национальной целевой программы Армении „Полупроводниковая наноэлектроника“.

## Список литературы

- [1] *Моисеев К.Д., Пархоменко Я.А., Анкудинов А.В., Гущина Е.В., Михайлова М.П., Титков А.Н., Яковлев Ю.П.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. С. 50–57.
- [2] *Леденцов Н.Н., Устинов В.М., Щукин В.А., Копьев П.С., Алфёров Ж.И., Бимберг Д.* // ФТП. 1998. Т. 32. С. 385–410.
- [3] *Эфрос Ал.Л., Эфрос А.Л.* // ФТП. 1982. Т. 16. С. 1209–1214.
- [4] *Chakraborty T., Pietilainen P.* // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 8460–8470.
- [5] *Андреев А.Д., Липовский А.А.* // ФТП. 1999. Т. 33. С. 1450–1455.
- [6] *Atoyan M.S., Kazaryan E.M., Sarkisyan H.A.* // Physica E. 2004. V. 22. P. 860–866.
- [7] *Аскеров Б.М.* Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 320 с.
- [8] *Сейсян Р.* Спектроскопия диамагнитных экситонов. М.: Наука, 1984. 272 с.