

07

## **Об ограничении интенсивности фемтосекундного лазерного импульса в фокусе при его распространении в среде с кубичной нелинейностью**

© А.Г. Волков, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ВМиК  
E-mail: agvolkov@cs.msu.su, vatro@cs.msu.su

*В окончательной редакции 3 апреля 2007 г.*

На основе компьютерного моделирования исследуется самофокусировка аксиально-симметричного пучка в кубично-нелинейной среде с учетом временной дисперсии нелинейного отклика, которая проявляется для импульсов фемтосекундной длительности. Показано, что в зависимости от соотношения длины среды и дифракционной длины дисперсия нелинейного отклика может приводить либо к ограничению скорости роста интенсивности в нелинейном фокусе или к его отсутствию (для слабо дифрагирующих пучков), либо к увеличению трассы его формирования (для пучков, дифракционная длина которых в  $2.5 \div 25$  раз превышает длину среды), либо к сокращению трассы формирования нелинейного фокуса (для пучков с дифракционной длиной, примерно равной длине среды или меньше ее). В основе этого лежит зависимость скорости распространения импульса от его интенсивности.

PACS: 42.65.Jx, 42.65.Re, 42.65.Hw

Исследованию как стационарной, так и нестационарной самофокусировки аксиально-симметричного оптического пучка, распространяющегося в кубично-нелинейной среде, посвящено много работ (см., например, [1–13]) с момента ее открытия [1]. Это объясняется ее проявлением во многих задачах лазерной физики и практических приложениях. Как известно, основная черта самофокусировки в этом случае связана с наличием особенности (неограниченного роста интенсивности) в нелинейном фокусе. Для ее устранения различными авторами предлагалось вводить нелинейное поглощение [3], учитывать насыщение нелинейности либо влияние непараксиальности распространения оптического излучения вблизи фокуса [6] или генериро-

ванной отраженной волны вблизи нелинейного фокуса [11]. В случае импульсов фемтосекундной длительности помимо влияния, например локального мгновенного отклика кубично-нелинейной среды, они еще испытывают действие дисперсии нелинейности, описываемой производной по времени от нелинейного отклика [14–16]. Поэтому для практики представляет интерес исследование самофокусировки аксиально-симметричного пучка в этих условиях.

Распространение импульсов фемтосекундной длительности в среде с кубичной нелинейностью с учетом дисперсии нелинейного отклика и его дифракции описывается так называемым комбинированным уравнением Шрёдингера (КНУШ), которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_r f c_{\perp} A + iD \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\alpha |A|^2 A + \alpha \gamma \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) = 0,$$

$$z > 0, \quad 0 < t < L_t, \quad 0 < r < R, \quad (1)$$

$$\mathbf{f} = (A \exp(i\omega t - ikz) + \hat{e} \cdot \hat{n}) / 2$$

с начальными и граничными условиями

$$A|_{z=0} = A_0(r, t), \quad r \frac{\partial A}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow 0} = A|_{r=R} = A|_{t=0, L_t} = 0. \quad (2)$$

Выше  $f$  — напряженность электрического поля,  $\omega$  и  $k$  — соответственно безразмерная частота и волновое число светового импульса,  $A(z, r, t)$  — нормированная на корень из максимальной интенсивности светового импульса  $A_{0m} = \sqrt{I_0}$  на входе в нелинейную среду комплексная амплитуда импульса, распространяющегося вдоль координаты  $z$ , которая измеряется в единицах дифракционной длины  $l_{dif} = 2ka^2$ ,  $r$  — поперечная координата, нормированная на характерный радиус  $a$  начального профиля пучка на входе в нелинейную среду,  $R$  — ее максимальное значение,  $f c_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial}{\partial r})$  — поперечный оператор Лапласа, записанный в полярных координатах для аксиально-симметричного пучка,  $t$  — нормированное на длительность  $\tau_p$  импульса время в сопровождающей его системе координат. В выбранной нормировке коэффициент  $D_r$  равен единице. Однако он оставлен в уравнении (1) для удобства дальнейшего анализа. Коэффициент  $D$

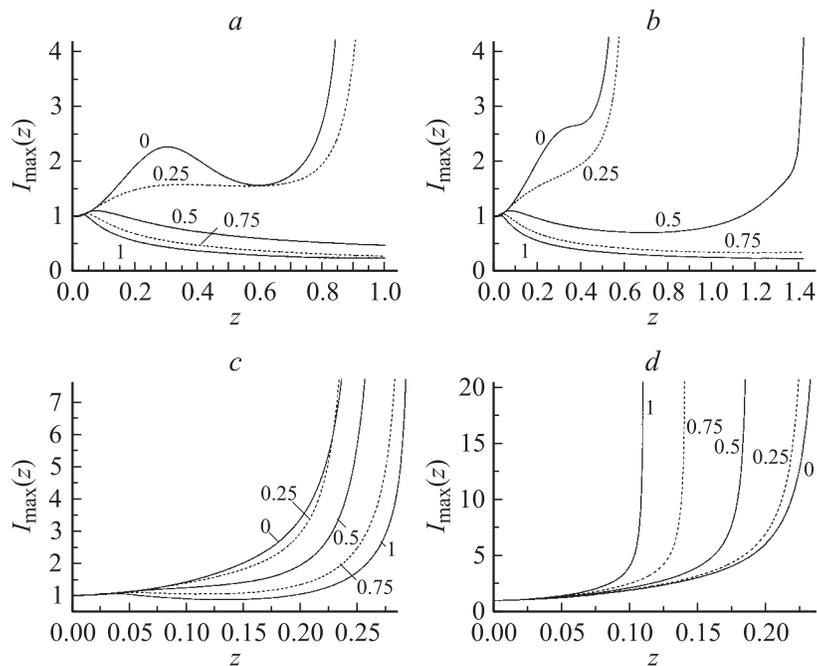
равен отношению дифракционной длины к  $l_{dis} = 2\tau_p^2 / \left| \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}$  — дисперсионной длине:  $D = l_{dif} / l_{dis}$ . Параметр нелинейности определяется  $\alpha = \frac{3\pi k^2 a^2 \chi^{(3)} I_0}{n^2} = l_{dif} / l_{nl}$  как отношение дифракционной длины к характерной нелинейной длине,  $\chi^{(3)}$  — нелинейная восприимчивость среды,  $n$  — ее показатель преломления,  $\gamma = \frac{2}{\omega_0 \tau_p}$  — параметр, обратно пропорциональный произведению длительности импульса на его частоту,  $L_t$  — безразмерный временной интервал, в пределах которого анализируется процесс распространения импульса. Как следует из (1), при его записи пренебрегалось эффектами установления нелинейного отклика, изучение которых выходит за рамки данной работы.

На входе в нелинейную среду задается импульс гауссовой формы, имеющий также гауссово распределение по поперечной координате

$$A_0(r, t) = e^{-r^2 - \eta^2}, \quad \eta = t - L_t/2. \quad (3)$$

Для изучения влияния дифракции оптического излучения и дисперсии нелинейного отклика зафиксируем параметры  $D = 1$ ,  $\alpha = 10$ . При этом данные знаки  $D$  и  $\alpha$  соответствуют компрессии импульсов в случае отсутствия действия дифракции. Следует подчеркнуть, что компьютерное моделирование проводилось на основе предположенного в [17] подхода к описанию распространения фемтосекундных импульсов в рамках КНУШ. Он состоит в преобразовании уравнения (1) к виду, не содержащему производной от нелинейного отклика. В результате этого удалось найти инварианты распространения и построить консервативные разностные схемы (для случая распространения светового импульса в оптическом волокне они записаны в [18,19], а схема построена в [20]). Учитывая, что в аксиально-симметричном случае при выбранном значении параметра нелинейности формируется нелинейный фокус, число узлов по времени и по радиусу выбирались равными  $N_t = 8192$ ,  $N_r = 1000$  для области  $L_t = 30$ ,  $R = 6$ . По мере приближения к нелинейному фокусу шаг по продольной координате уменьшался, так как возрастала интенсивность оптического излучения.

Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. Прежде всего, отметим, что для слабо дифрагирующего пучка  $D_r \leq 10^{-3}$  (рис. 1, а) с ростом влияния дисперсии нелинейности  $\gamma$  пиковая интенсивность в нелинейном фокусе падает. При этом в случае  $D_r \leq 10^{-4}$  эволюция максимума интенсивности для рассмотренных трасс распространения

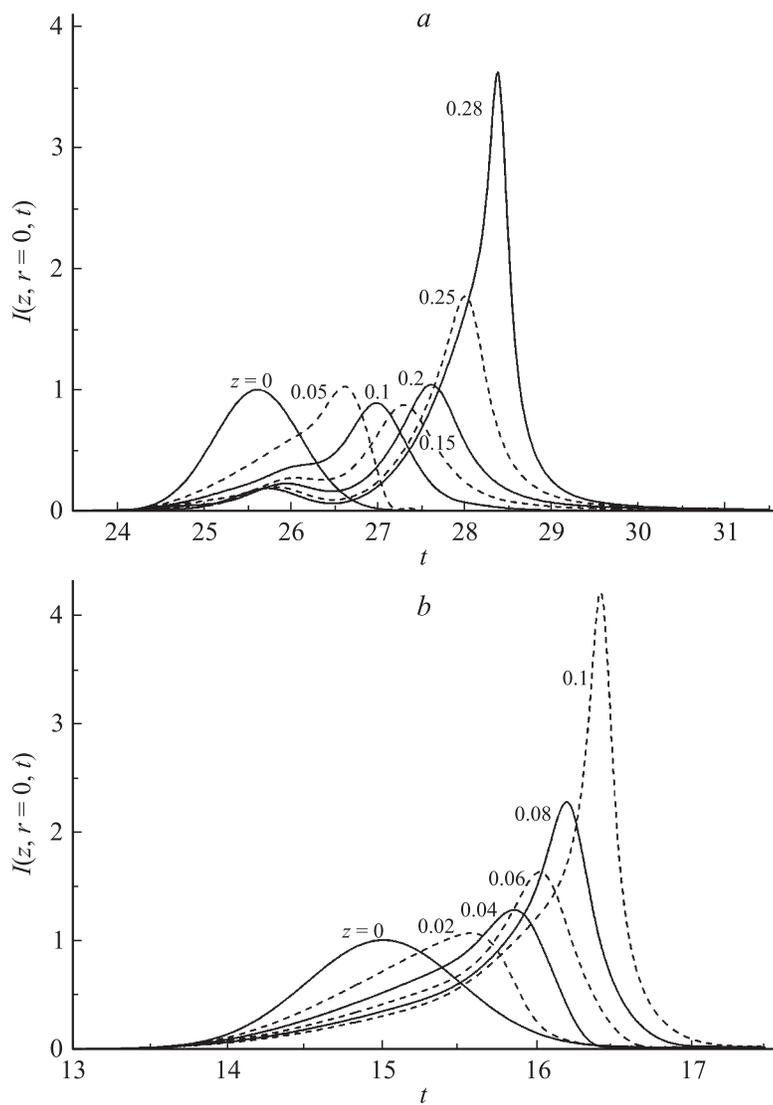


**Рис. 1.** Эволюция пиковой интенсивности импульса вдоль продольной координаты в случае дифракции пучка, равной  $D_r = 10^{-3}$  (a),  $10^{-2}$  (b), 0.1 (c), 1 (d). Цифрами у кривых обозначены значения параметра  $\gamma$ .

совпадает со случаем распространения светового импульса в оптическом волокне [21]. Заметим, что пиковая интенсивность определялась следующим образом:

$$I_{\max}(z) = \max_{r,t} |A(z, r, t)|^2. \quad (4)$$

Расчеты проводились до значения интенсивности в нелинейном фокусе, равного  $500 \div 1000$  безразмерных единиц. При достижении этих значений нами полагалось, что интенсивность стремится к бесконечности. На рисунках же построение зависимостей интенсивности ограничилось несколькими десятками единиц.



**Рис. 2.** Форма импульса на оси пучка  $r=0$  в случае дифракции пучка  $D_r = 0.1$  (a), 1 (b) и  $\gamma = 1$ . Цифрами у кривых обозначены значения продольной координаты  $z$ .

Увеличение дифракции  $D_r$  до 0.01 (рис. 1, *b*) приводит к появлению нелинейного фокуса, в котором интенсивность пучка быстро возрастает, если  $\gamma \leq 0.5$ . С ростом значения  $\gamma$  сечение формирования нелинейного фокуса увеличивается. Существенно, что при  $\gamma \geq 0.5$  на рис. 1, *b* имеют место два фокуса. Так, вблизи сечения  $z = 0.1$  интенсивность возрастает примерно в 1.2 раза, а затем плавно уменьшается вплоть до сечения  $z = 0.8$ . После этого интенсивность на оси пучка неограниченно возрастает. Здесь формируется нелинейный фокус. Заметим, что для  $\gamma = 0.75$ , 1 нелинейный фокус не формируется вплоть до рассматриваемой трассы  $z = 2$ .

В случае распространения световых пучков, для которых  $D_r = 0.1$ , нелинейный фокус формируется всегда (рис. 1, *c*). Однако трасса распространения, на которой он появляется, увеличивается с ростом  $\gamma$ . Причем для  $\gamma = 0.75$  и 1 вначале трассы распространения ( $z \leq 0.2$ ) пиковая интенсивность импульса несколько уменьшается. Дальнейший же рост дифракции пучка до  $D_r = 1$  (рис. 1, *d*) приводит к качественно новой зависимости положения нелинейного фокуса от параметра  $\gamma$ : при его увеличении трасса формирования нелинейного фокуса уменьшается в несколько раз, а скорость роста интенсивности вблизи него возрастает. Следовательно, влияние дисперсии нелинейного отклика на характер распространения оптического излучения существенно зависит от его дифракции.

В основе полученных закономерностей лежит зависимость скорости распространения импульса от его интенсивности. Для пучков со средним значением  $D_r$  высокоинтенсивная часть импульса, соответствующая переднему фронту, замедляется (рис. 2, *a*). Она движется с меньшей скоростью, перемещаясь к хвостовой части импульса. В результате интенсивность здесь возрастает, что приводит к еще большему замедлению движения переднего фронта и еще большему росту интенсивности. В этом случае формируется нелинейный фокус. При этом менее интенсивная часть импульса движется с большей скоростью и низкоинтенсивный субимпульс отрывается от основного импульса (рис. 2, *a*).

Важно подчеркнуть, что в формировании нелинейного фокуса на основе описанного выше механизма определяющую роль играет соотношение дифракции, дисперсии и нелинейной дисперсии. Если дифракция оптического излучения большая ( $D_r = 1$ ), то замедление высокоинтенсивной части импульса сопровождается сужением этой ча-

сти в пространственном распределении: интенсивность здесь возрастает (рис. 2, *b*) и самофокусировка развивается на более коротких трассах. Если же световой пучок испытывает слабое действие дифракции, то на начальном этапе распространения дисперсия нелинейного отклика увеличивает длительность импульса (рис. 2, *a*). Как следствие этого, влияние кубической нелинейности уменьшается, и оптический пучок испытывает дифракцию и декомпрессию импульса.

Проведенные оценки значения параметра  $\gamma = \lambda n / (\pi c \tau_p)$ , где  $\lambda$  — длина волны,  $n$  — показатель преломления,  $c$  — скорость света в вакууме, показывают, что для излучения  $\lambda = 0.51 \mu\text{m}$  и различных стекол для наблюдения описанных выше закономерностей длительность импульса должна быть примерно равна 5 fs. С ростом длины волны до  $1 \mu\text{m}$  требуемая длительность импульса возрастает до 10 fs. В случае сред с высоким значением показателя преломления (например, полупроводники) данные закономерности должны проявляться уже для импульсов длительностью 30–80 fs.

В заключение отметим, что расчеты проводились на двухпроцессорном компьютере на базе Intel XEON с частотой 3.4 GHz, двухпроцессорном двухъядерном компьютере на базе Intel XEON с частотой 3 GHz, а также на двухпроцессорном компьютере на базе Intel Itanium 2 с частотой 1.5 GHz, с использованием библиотеки Intel MKL 6.0, разработанной для процессоров Intel, и распараллеливанием алгоритмов для 2 и 4 процессоров. Это позволяло уменьшить время расчетов в 2.8–8.5 раза по сравнению с расчетами, проведенными на компьютере Pentium IV на базе одного процессора Intel с частотой 2.5 GHz.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-01-00507).

## Список литературы

- [1] Аскарьян Г.А. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. № 6. С. 1567–1570.
- [2] Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19–70.
- [3] Луговой В.Н., Прохоров А.М. // УФН. 1973. Т. 111. № 2. С. 203–260.
- [4] Боровский А.В., Галкин А.Л. Лазерная физика. М.: Изд. АТ, 1996. 496 с.
- [5] Berge L. // Physics Reports. 1998. V. 303. N 5–6. P. 259–370.
- [6] Feit M.D., Fleck J.A. // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. V. 5. N 3. P. 633–640.

- [7] *Fibich G., Malkin V.M., Papanicolaou G.C.* // *Physical Review A*. 1995. V. 52. N 5. P. 4218–4228.
- [8] *Chernev P., Petrov V.* // *Opt. Lett.* 1992. V. 17. N 3. P. 172–174.
- [9] *Luther G.G., Moloney J.V., Newell A.C., Wright E.M.* // *Opt. Lett.* 1994. V. 19. N 12. P. 862–864.
- [10] *Андреев Н.Е., Горбунов Л.М., Зыков А.И., Чижонков Е.В.* // *ЖЭТФ*. 1994. Т. 106. № 6. С. 1676–1686.
- [11] *Куницын С.Д., Сухоруков А.П., Трофимов В.А.* // *Изв. РАН. Сер. Физ.* 1992. Т. 56. № 12. С. 201–208.
- [12] *Silbergberg Y.* // *Opt. Lett.* 1990. V. 15. N 22. P. 1282–1284.
- [13] *Kivshar Yu.S., Pelinovsky D.E.* // *Physics Reports*. 2000. V. 331. N 4. P. 117–195.
- [14] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*. М.: Наука, 1988. 312 с.
- [15] *Сухоруков А.П.* *Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике*. М.: Наука, 1988. 231 с.
- [16] *Агравал Г.* *Нелинейная волоконная оптика* / Пер. с англ. М.: Мир, 1996. 323 с.
- [17] *Трофимов В.А.* // *ЖВМ и МФ*. 1998. Т. 38. № 5. С. 835–839.
- [18] *Трофимов В.А.* // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1992. Т. 35. № 6–7. С. 618–621.
- [19] *Трофимов В.А.* // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1999. Т. XLII. № 4. С. 369–372.
- [20] *Варенцова С.А., Волков А.Г., Трофимов В.А.* // *ЖВМ и МФ*. 2003. Т. 43. № 11. С. 1709–1721.
- [21] *Trofimov V.A., Varentsova S.A., Volkov A.G.* // *Proceedings of SPIE*. 2002. V. 4706. P. 88–97.