03

Дегазация жидкости при течении в трубе в условиях падения давления

© *Э.Л. Китанин, Е.Ю. Кумзерова, А.С. Чернышев, А.А. Шмидт*

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург
E-mail: alexander.schmidt@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 21 декабря 2006 г.

В рамках лагранжево-эйлеровского описания исследуется дегазация жидкости при течении в трубе под действием силы тяжести при падении давления. Рассматривается вклад гетерогенной нуклеации газовых пузырей и диффузии растворенного газа в образовавшиеся пузыри.

PACS: 47.55.Ca

Постановка задачи и математическая модель. Анализируется течение насыщенной газом жидкости под действием силы тяжести в вертикальной трубе (см. рис. 1). При падении внешнего давления ниже некоего критического в потоке начинается выделение газа из жидкости с образованием пузырей, что приводит к уменьшению расхода. Это явление представляет большой интерес как с точки зрения широкого круга приложений, так и для развития механики неравновесных многофазных сред.

При моделировании таких сред одним из наиболее эффективных является лагранжево-эйлеровское описание, в рамках которого несущая фаза (жидкость с растворенным газом) трактуется как сплошная среда, а дисперсная фаза (пузырьки) рассматривается как совокупность пробных частиц, за каждой из которых стоит набор реальных дисперсных включений, взаимодействующих с полем течения основной фазы.

Члены, учитывающие вклад процессов межфазного переноса массы, импульса и энергии, вычисляются с помощью специальной процедуры пространственно-временнóго осреднения траекторных параметров пробных частиц.

При описании среды рассматриваются следующие компоненты: жидкость (l), растворенный газ (s) и пузыри (b). Плотность такой среды

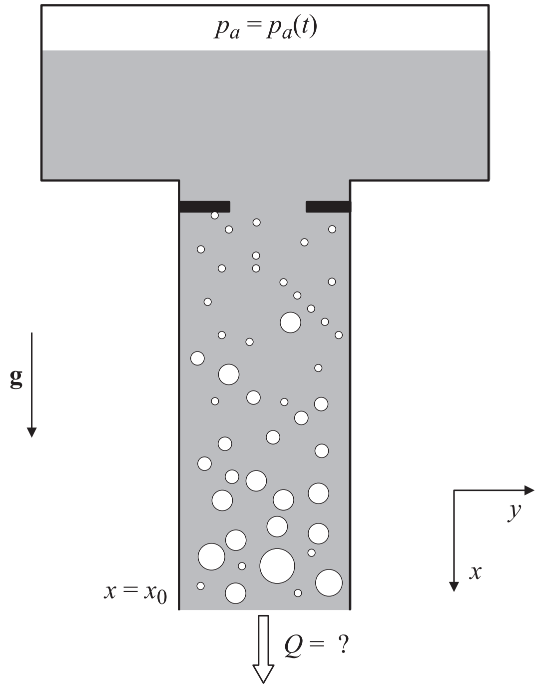

Рис. 1. Условие моделирования потока в вертикальной трубе.

может быть записана в следующем виде:

$$\rho_m = (1-\alpha_b)\rho_{ls} + \alpha_b\rho_b$$
$$= (1-\alpha_b)\big[(1-\alpha_s)\rho_l + \alpha_s\rho_s\big] + \alpha_b\rho_b \approx (1-\alpha_b)(1-\alpha_s)\rho_l. \quad (1)$$

Здесь индексы m, l, b, s относятся соответственно к смеси в целом, жидкости, пузырям и растворенному газу, ρ — плотность, α_i — объемная доля фазы i, связанная с массовой концентрацией c_i как $c_i = \rho_i\alpha_i$.

Динамика несущей фазы описывается в рамках модели невязкой среды и полагают, что вязкость жидкости проявляется только при взаимодействии с дисперсной фазой (пузырями). Процесс выделения газа из жидкости считаем изотермичным, что может быть оправдано низкой теплотой растворения для рассматриваемого случая керосина и воздуха. Для растворенного газа и для дисперсной фазы справедлив закон идеального газа. Вблизи границы пузыря концентрация растворенного газа является равновесной и описывается законом Генри [1].

Уравнения эйлеровского этапа. Для осесимметричного случая система уравнений, включающая законы сохранения массы, импульса, может быть записана в виде [2]:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -f, \tag{2}$$

где z — вектор консервативных переменных, Q_x, Q_y — потоки, f — источниковый член:

$$z = \begin{bmatrix} \rho_m \\ \rho_m u \\ \rho_m v \end{bmatrix}, \qquad Q_x = \begin{bmatrix} \rho_m u \\ \rho_m u^2 + p_l \\ \rho_m uv \end{bmatrix}, \qquad Q_y = \begin{bmatrix} \rho_m v \\ \rho_m uv \\ \rho_m v^2 + p_m \end{bmatrix},$$

$$f = \begin{bmatrix} \frac{\rho_m v}{y} + \Gamma \\ \frac{\rho_m uv}{y} + F_\Sigma^x + \Gamma u - \rho_m g \\ \frac{\rho_m v^2}{y} + F_\Sigma^y + \Gamma v \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Здесь p_m — давление смеси, Γ — скорость межфазного переноса массы, F_Σ — сила межфазного взаимодействия, g — ускорение свободного падения. Предполагается, что скорость межфазного массообмена Γ определяется процессом диффузии растворенного газа в пузырь, а также скоростью образования пузырей (скоростью нуклеации):

$$\Gamma = \frac{3\alpha}{R} D \nabla c_s + \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_s H. \tag{4}$$

Здесь R — радиус пробного пузыря, D — коэффициент диффузии, H — скорость нуклеации.

Силу межфазного взаимодействия представим следующей суммой сил, действующих со стороны жидкости на пузырь [2,3]:

$$\mathbf{F}_\Sigma = \frac{3\rho_m}{8R} C_D (\mathbf{V} - \mathbf{V}_b)|\mathbf{V} - \mathbf{V}_b| + \rho_m \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \frac{1}{2}\rho_m \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} - \frac{d\mathbf{V}_b}{dt} \right)$$
$$+ \frac{1}{2}\rho_m \big[(\mathbf{V} - \mathbf{V}_b) \times (\nabla \times \mathbf{V}) \big]. \tag{5}$$

Корреляция для коэффициента сопротивления C_D может быть представлена в следующем виде [3]:

$$C_D = \begin{cases} 16\mathrm{Re}_b^{-1} & \mathrm{Re}_b < 1.5, \\ 14.9\mathrm{Re}_b^{-0.78} & 1.5 < \mathrm{Re}_b < 80, \\ 48\mathrm{Re}_b^{-1}(1 - 2.21\mathrm{Re}_b^{-0.5}) + 1.86 \cdot 10^{-5}\mathrm{Re}_b^{4.75} & 80 < \mathrm{Re}_b < 1500, \\ 2.61 & 1500 < \mathrm{Re}_b, \end{cases} \tag{6}$$

где $\mathrm{Re}_b = \frac{\rho_m R|\mathbf{V}-\mathbf{V}_b|}{\mu_l}$ — число Рейнольдса для пузыря, μ_l — динамическая вязкость несущей фазы.

Уравнения Лагранжева этапа включают в себя описание процессов нуклеации и эволюции пузырей, а также диффузии растворенного газа внутрь пузырей. Система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих поведение пробного пузыря, может быть записана следующим образом [2,4]:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_b\right] = 4\pi R^2 d \nabla c_s, \tag{7}$$

$$R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho_{ls}}\left\{p_b - p_m - \frac{2\Sigma}{R} - \frac{4\mu_l}{R}\frac{dR}{dt}\right\},$$

$$\rho_b \frac{d}{dt}\mathbf{V}_b = \mathbf{F}_\Sigma + \mathbf{g}(\rho_b - \rho_{ls}).$$

Здесь Σ — коэффициент поверхностного натяжения, p_b — давление внутри пузыря.

Для определения массопереноса необходимо определить градиент концентрации растворенного газа ∇c_s вблизи поверхности пузыря. Для этого запишем уравнение диффузии растворенного газа для сферической области, ограничивающей пробный пузырь:

$$D\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial c_s}{\partial r}\right) = 0. \tag{8}$$

Объем рассматриваемой сферической области должен быть эквивалентен объему пространства, приходящегося на один пузырь, т. е. радиус этой сферы может быть определен как $L = R\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\alpha}}$. Граничные условия имеют следующий вид: на внешней границе области $c_s|_{r=L} = c_s = \rho_s \alpha_s$, на межфазной границе $c_s|_{r=R} = C_{\mathrm{He}} p_m$, где C_{He} — константа Генри.

Предполагается, что распределение по размерам зародышей пузырей описывается логнормальным распределением [5], центрами образования пузырей могут быть только „надкритические“ зародыши с радиусом

$$R > R_{cr} = \frac{2\Sigma}{p^s - p_l}. \tag{9}$$

Здесь p^s — давление, соответствующее равновесной концентрации растворенного газа в данный момент времени.

Концентрация дисперсной фазы в данный момент времени определяется как площадь под кривой плотности вероятности (от текущего R_{cr} до ∞), а скорость нуклеации соответственно определяется как скорость изменения площади.

Результаты моделирования истечения жидкости из емкости через вертикальную трубку, в которой установлена диафрагма. Анализировалось влияние диаметра диафрагмы (рассматривались диафрагмы диаметром 5 и 10 mm). В соответствии с условиями экспериментов давление в емкости принималось равным 20 000 и 30 000 Pa. В качестве первого шага, при моделировании истечения жидкости из емкости по вертикальной трубке диаметром 10 mm с диафрагмой диаметром 5 mm, установленной на расстоянии 35 cm от емкости, проведен расчет течения без учета газовыделения. Давление окружающей среды — 30 000 Pa.

На рис. 2 приведены распределения параметров пузырьковой смеси в трубе для установившегося режима истечения. Видна существенная стратификация потока с ярко выраженным ядром, давление жидкости перед диафрагмой подрастает, а за ней падает практически вдвое по сравнению с исходным.

На рис. 3 представлены результаты сравнения расчетной зависимости объемного содержания пузырей на выходе из трубки от давления окружающей среды и экспериментальных данных. Видно, что, несмотря на некоторый произвол данных по спектру сайтов нуклеации и параметрам метастабильного состояния жидкости, принятое в расчетах логнормальное распределение зародышей по размерам с максимальным диаметром, равным 10^{-6} m, дисперсией — 2.0 и концентрацией — 10^{13} m^{-3} обеспечивает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными по объемной доле выделившегося газа.

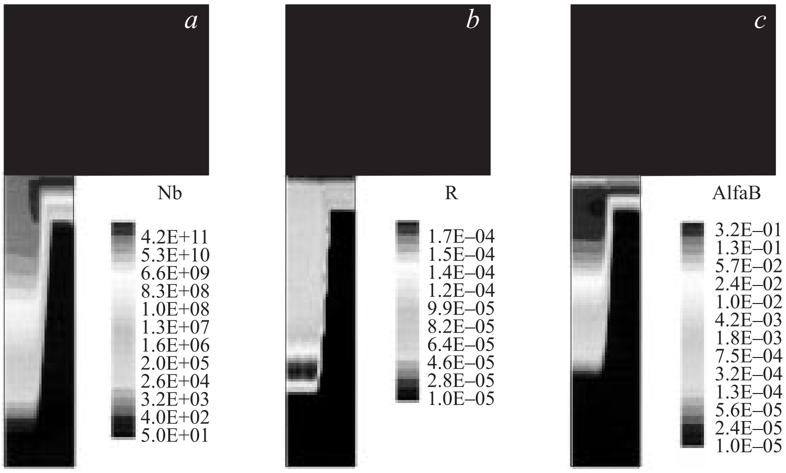

Рис. 2. Распределения концентрации пузырьков (a), их радиуса (b) и объемного содержания (c). Давление окружающей среды — 30 000 Pa, диаметр трубки — 10 mm, диаметр диафрагмы — 5 mm.

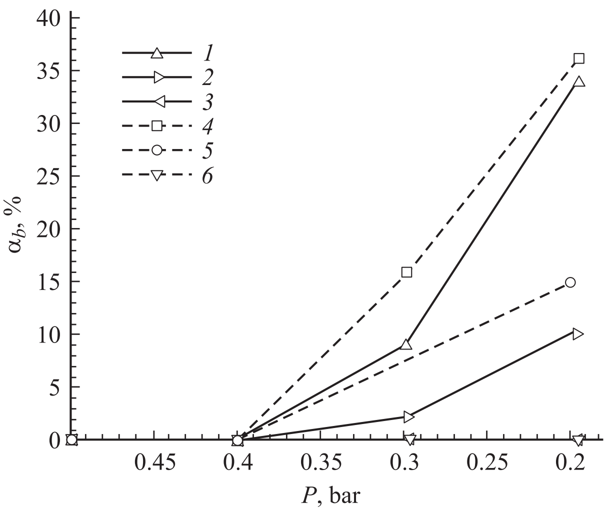

Рис. 3. Зависимость объемного содержания пузырей на выходе из трубки от давления окружающей среды при различных диаметрах диафрагмы, диаметр трубки — 10 mm; *1*–*3* — эксперимент, *4*–*6* — расчет, диафрагмы: *1*, *4* — 5 mm; *2*, *5* — 7 mm; *3*, *6* — 10 mm.

Таким образом, проведенные расчеты показали эффективность выделения растворенного газа из жидкости, при этом наличие в канале диафрагмы, за которой возникает область резкого падения давления, является необходимым условием начала нуклеации пузырей и диффузии газа в образовавшиеся пузыри.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 05-01-00809 и 05-08-33420, и Санкт-Петербургского научного центра РАН.

Список литературы

[1] *Мелвин-Хьюз Э.А.* Физическая химия. М.: ИЛ, 1962. 1148 с.
[2] *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 335 с.
[3] *Lain S.* et al. // International Journal of Multiphase flow. 202. V. 28. P. 1381–1407.
[4] *Kumzerova E.Yu., Schmidt A.A.* // Proc. of 3^{rd} International Symposium on Two-Phase Flow Modelling and Experimentation. Italy, Pisa, 2004 / Editors: J.P. Celata, P.Di. Marco, A. Maiini, R.K. Shah. ISBN88-467-1075-4. Edizioni ETS. Paper. No. MS20, 2004.
[5] *Кедринский В.К.* Гидродинамика взрыва. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.