# 04 Баланс энергии плазменных прерывателей тока в стадии проводимости

## © С.В. Логинов

### Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск E-mail: loginov@oit.hcei.tsc.ru

#### Поступило в Редакцию 5 декабря 2006 г.

Рассчитан баланс энергии в стадии проводимости плазменных прерывателей тока, для которых доминирующим является проникновение магнитного поля в объем плазменной перемычки путем сгребания плазмы. Такой механизм характерен для микросекундных прерывателей тока мегаамперного диапазона. Для прерывателей с аксиальной и радиальной инжекцией плазмы рассмотрено влияние многокомпонентности ионного состава плазмы на распределение энергии и импульса по компонентам плазмы.

PACS: 52.27.Cm, 52.30.Cv, 52.75.Kq

Для создания радиационных плазменных источников излучения тераваттной мощности с длительностью импульса ~ 10-100 ns развивается технология формирования импульсов тока с помощью промежуточного индуктивного накопителя с микросекундным временем зарядки и размыкающего ключа для переключения энергии в излучающую нагрузку [1-3]. Плотность энергии в индуктивном накопителе в десятки раз выше, чем в емкостном, поэтому его использование позволяет многократно снизить весогабаритные характеристики и стоимость установки. Однако применение таких накопителей возможно только с прерывателем тока, в частности плазменным, обеспечивающим  $\sim 10$ -кратное сжатие импульса на нагрузке [4,5]. Во время зарядки напопителя включенный параллельно нагрузке прерыватель подобно идеальному проводнику отсекает нагрузку от генератора. При выходе токового канала на дальний от генератора конец плазменной перемычки сопротивление прерывателя резко нарастает, обеспечивая быстрый рост напряжения на нагрузке и переключение энергии из накопителя.

80



Прерыватель тока представляет собой отрезок длиной l вакуумной коаксиальной линии индуктивного накопителя с радиусами катода  $r_c$  и анода  $r_a$ , предварительно заполненный плазмой с плотностью  $\rho = m_i n$  (см. рисунок). Под действием давления магнитного поля, протекающего по электродам прерывателя тока, аксиальное смещение кольцевого слоя плазмы без учета радиального движения определяется уравнением

$$\frac{d}{dt}\rho z \,\frac{dz}{dt} = \frac{B^2}{8\pi}$$

где B = 2I/cr. Для линейно нарастающего тока в прерывателе  $I = \dot{l}t$ аксиальная координата слоя  $z(r) = a(r)t^2/2$ , где  $a(r) = \dot{l}/(cr\sqrt{3\pi\rho})$  постоянное во времени ускорение кольцевого слоя, зависящее от радиуса. Скорость плазмы  $\dot{z}(t) = v_A(t)/\sqrt{3}$ , где  $v_A(t) = B(t)/\sqrt{4\pi\rho}$ . В результате зависимости ускорения от радиуса обращенная в генератору поверхность плазменной перемычки в плоскости (r, z) ограничивается кривой  $z \sim 1/r$ . Стадия проводимости прерывателя заканчивается при выходе токового канала на конец плазменной перемычки при  $r = r_c$ . Время проводимости прерывателя  $t_c = \sqrt{2l/a(r_c)}$ , ток проводимости  $I_c = (12\pi\rho c^2)^{1/4}(\dot{l}r_c l)^{1/2}$  [6–8]. Для зависимости магнитного поля от времени  $B(r_c) = B_0 \operatorname{th}(t/\tau)$  [9] время проводимости определяется из уравнения  $l^2 = (B_0^2/4\pi\rho)\tau^2[0.5(t/\tau)^2 - \ln \operatorname{ch}(t/\tau)]$ . Для параметров прерывателя с водородной плазменной перемычкой  $B_0 = 10 \operatorname{kGs}$ ,

 $\tau = 1.14 \mu$ s,  $r_c = 2.5 \text{ cm}$ ,  $r_a = 7.5 \text{ cm}$ , l = 12.5 cm,  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  решение уравнения дает  $t_c = 1.71 \, \mu$ s, совпадающее с полученным в численном моделировании [9].

Баланс энергии в стадии проводимости записывается в виде  $W_{in} = W_B + W_K + W_T$ , где  $W_{in}$  — подводимая к прерывателю энергия,  $W_B$  — энергия магнитного поля в освобожденном от плазмы объеме перемычки,  $W_K$  — кинетическая энергия ионов плазмы,  $W_T$  — прирост тепловой энергии плазмы. Подводимая к плазменной перемычке энергия

$$W_{in}(t) = \int_{0}^{t} P(z=0,t')dt'$$

где аксиальный поток энергии

$$P(z = 0, t') = \frac{c}{2} \int_{r_c}^{r_a} r E_r(z = 0, r, t') B(z = 0, r, t') dr,$$
$$E_r(z = 0, r, t) = -\frac{1}{c} \int_{0}^{z(r)} B(z, r, t) dz$$

— индуцированное радиальное электрическое поле, B(z = 0, r, t) — азимутальное магнитное поле. Запасенная в магнитном поле энергия

$$W_B(t) = \int \frac{B(z, r, t)^2}{8\pi} dV,$$

где элемент объема  $dV = 2\pi r dr dz$ . Кинетическая энергия ионов плазмы

$$W_K(t) = \int \frac{\rho u(r,t)^2}{2} \, dV,$$

где и — аксиальная скорость плазмы.

Для зависимости аксиального положения границы проникновения поля в плазменную перемычку  $z(r) = a(r)t^2/2$  подводимая к прерывателю энергия

$$W_{in}(t) = \frac{3}{8} B(r_c t)^2 z(r_c, t) r_c^2 \left(1 - \frac{r_c}{r_a}\right),$$
(1)

энергия магнитного поля

$$W_B(t) = \frac{1}{4} B(r_c, t)^2 z(r_c, t) r_c^2 \left(1 - \frac{r_c}{r_a}\right),$$
(2)

кинетическая энергия ионов плазмы

$$W_{K}(t) = \frac{1}{12} B(r_{c}, t)^{2} z(r_{c}, t) r_{c}^{2} \left(1 - \frac{r_{c}}{r_{a}}\right), \qquad (3)$$

прирост тепловой энергии плазмы

$$W_T(t) = \frac{1}{24} B(r_c, t)^2 z(r_c, t) r_c^2 \left(1 - \frac{r_c}{r_a}\right).$$
(4)

Из формул (1)-(4) следует, что на создание магнитного поля уходит  $W_{R}/W_{in} = 2/3$  подводимой энергии, оставшаяся энергия переходит в кинетическую энергию ионов  $W_K/W_{in} = 2/9$  и тепловую энергию плазмы  $W_T/W_{in} = 1/9$ . В случае плоского фронта магнитного поля, соответствующего одновременному выходу по радиусу токового канала на дальний от генератора конец плазменной перемычки, в формулах (1)-(4) множитель  $(1 - r_c/r_a)$  заменяется на  $\ln \frac{r_a}{r}$ . Учет зависимости магнитного поля от времени приводит к значительному перераспределению энергии между каналами. В режиме "снежного плуга", движущегося с постоянной скоростью, диссипированная энергия равна энергии магнитного поля [10]. При этом половина рассеянной энергии переходит в кинетическую, другая — в тепловую энергию. В магнитогидродинамическом моделировании прерывателя [9] в конце стадии проводимости получены значения  $W_{in} = 160 \, \text{J}, W_B = 90 \, \text{J},$  $W_K = 20 \text{ J}, W_T = 40 \text{ J}.$  Расчет по формулам (1), (2) дает практически такие же значения  $W_{in} = 160$  J и  $W_B = 107$  J, что указывает на несущественное влияние радиального движения плазмы на баланс энергии. Вместе с тем кинетическая энергия ионов по формуле (3)  $W_K = 36 \, \text{J}$ почти вдвое больше расчетной, а тепловая энергия  $W_T = 18 \text{ J}$  вдвое меньше. Такое перераспределение энергии между кинетической и тепловой обусловлено, вероятно, столкновительностью плазмы, учитываемой в численном моделировании [9].

Количество электронов, вытесненных из первоначального объема при сгребании плазменной перемычки к окончанию стадии проводимости,  $N = 2\pi n l r_c r_a (1 - r_c/r_a)$ . Следовательно, максимально возможная

энергия, приходящаяся на один электрон, составляет

$$w_e = \frac{W_T}{N} = \frac{B(r_c, t_c)^2}{48\pi n} \frac{r_c}{r_a}.$$

При  $r_a = 2r_c = 10$  сm, токе в прерывателе 1 MA, концентрации электронов  $10^{15} - 10^{16}$  сm<sup>-3</sup> величина  $w_e = 0.33 - 3.3$  keV. Магнитогидродинамическое моделирование прерывателей подтверждает возможность приобретения электронами температуры в этом диапазоне [11].

Рассмотрим баланс энергии в стадии проводимости прерывателя в электротехническом аспекте. Напряжение на прерывателе  $U(t) = (d/dt)(L(t)I(t)) + R_s(t)I(t)$ , вложенная в плазменную перемычку энергия

$$W_{in}(t) = \int_{0}^{t} U(t)I(t) = W_B(t) + W_K(t) + W_{R_s}(t),$$

где  $W_B(t) = (1/2) L(t) I^2(t)$  — энергия магнитного поля,  $W_K(t) = (1/2) \int_0^t \dot{L}(t) I(t)^2 dt$  — кинетическая энергия плазмы,  $W_{R_s}(t) = \int_0^t R_s(t) I(t)^2 dt$  — энергия, рассеянная на сопротивлении плазмы. Из сопоставления энергии магнитного поля с формулой (2) следует, что индуктивность части коаксиала, в которую проникло магнитное поле,  $L(t) = 2z(r_c, t)(1 - r_c/r_a)$ . Тогда кинетическая энергия плазмы  $W_K(t) = (1/8) B(r_c, t)^2 z(r_c, t) r_c^2 (1 - r_c/r_a)$  в полтора раза больше значения по формуле (3). Это различие обусловлено неучтенным в (3) приростом энергии электронной составляющей плазмы, которое равно

приростом элергии электронной составляющей плазмы, которос равно $W_T = (1/9) W_{in}$ . Исходя из того, что уравнение баланса энергии справедливо в

любой момент времени, естественно предположить, что сопротивление прерывателя в стадии проводимости линейно зависит от времени:  $R_s(t) = \dot{R}_s t$ . Тогда из равенства  $W_T(t) = W_{R_s}(t)$  следует, что сопротивление прерывателя

$$R_s(t) = \frac{\sqrt{3}}{9} \frac{v_A(t)}{c^2} \left(1 - \frac{r_c}{r_a}\right),$$

а скорость его роста

$$\dot{R}_s = \frac{2}{3} \frac{l}{c^2 t_c^2} \left( 1 - \frac{r_c}{r_a} \right)$$

В прерывателе с углеродной плазмой при  $B(r_c, t_c) = 40 \text{ kGs}, r_a = 2r_c$ , концентрации ионов  $\sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  сопротивление плазменной перемычки в конце стадии проводимости  $\sim 7.7 \text{ m}\Omega$ .

Динамика проникновения магнитного поля помимо скорости его нарастания зависит также от состава и концентрации плазмы. В прерывателях с радиальной инжекцией при создании плазменной перемычки пространственного разделения ионных компонент из-за разницы направленных скоростей разлета ионов не происходит. Поэтому для кабельных искровых пушек с полиэтиленовой изоляцией ((С<sub>2</sub>H<sub>4</sub>)<sub>n</sub>) можно положить  $n_{\rm H} = 2n_{\rm C}$ . Тогда относительное весовое содержание водорода в плазме  $\alpha_{\rm H} = n_{\rm H} m_{\rm H} / (n_{\rm H} m_{\rm H} + n_{\rm C} m_{\rm C}) = 1/7$ , углерода  $\alpha_{\rm C} = 6/7$ . В прерывателях с аксиальной инжекцией из-за отличия скоростей разлета ионов водорода ( $v_{\rm H} = 10 - 15 \,{\rm cm}/\mu{\rm s}$ ) и углерода ( $v_{\rm C} = 2 - 3 \,{\rm cm}/\mu{\rm s}$ ) в области наличия обеих компонент  $n_{\rm H} = (v_{\rm C}/v_{\rm H}) 2n_{\rm C} = 0.4n_{\rm C}$  и  $\alpha_{\rm H} = 1/31$ ,  $\alpha_{\rm C} = 30/31$ . Проникновение поля в многокомпонентную плазму сопровождается пространственной сепарацией ионных компонент [12]. При скорости проникновения поля, равной скорости "снежного плуга"  $v_A/\sqrt{2}$ , водородная компонента зеркально отражается от магнитного поршня, приобретая скорость  $v_{\rm H} = 2v_B$ , скорость углеродной компоненты меньше скорости поршня. Относительные значения импульса и энергии водородной компоненты  $p_{\mathrm{H}} = w_{\mathrm{H}} = 2 \alpha_{\mathrm{H}}$  вдвое больше, чем ее весовое содержание. Энергия в углеродной компоненте  $w_{\rm C} = \frac{(1-2\alpha_{\rm H})^2}{2\alpha_{\rm c}}$ , электроны рассеивают энергию  $w_e = \frac{1-2\alpha_{\rm H}}{2\alpha_{\rm C}}$ . Сравнение прерывателей с радиальной и аксиальной инжекцией показывает, что изменение весового содержания компонент плазмы сопровождается перераспределением энергии между компонентами. В прерывателе с радиальной инжекцией энергии в водородной и углеродной компонентах примерно равны. Это означает, что проникновение поля может приводить к формированию значительного потока водородной плазмы в направлении нагрузки со скоростью, равной удвоенному значению скорости распространения поля. В прерывателе с аксиальной инжекцией энергия содержится преимущественно в углеродной компоненте. В обоих типах прерывателей энергия, рассеиваемая в электронной компоненте, ~ 40-50%.

## Список литературы

- Ware K.D., Filios P.G., Gullickson R.L. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1997. V. 25. N 2. P. 160–168.
- [2] Glukhikh V.A., Velikhov E.P., Smirnov E.P. et al. // Proc. XIIth Int. Conf. High-Power Particle Beams. Haifa, 1998. P. 71–76.
- [3] Ware K.D., Gullickson R.L., MaPierre J. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2000. V. 28. N 5. P. 1397–1404.
- [4] Cooperstein G., Ottinger F. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1987. V. 15. N 6. P. 629–634.
- [5] Ковальчук Б.М., Месяц Г.А. // ДАН СССР. 1985. Т. 284. № 4. С. 857–859.
- [6] Rix W., Parks D., Shanon J. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1991. V. 19. N 2. P. 400–407.
- [7] Weber B.V., Commisso R.J., Goodrich P.J. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1991. V. 19. N 5. P. 757–766.
- [8] Cassany B., Grua P. // J. Appl. Phys. 1995. V. 78. N 1. P. 67-76.
- [9] Xu X., Wang Y.-N. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2006. V. 34. N 4. P. 1529– 1535.
- [10] Fruchtman A. // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. N 5. P. 2100-2107.
- [11] Бухаров В.Ф., Власов Ю.В., Демидов В.А. и др. // ЖТФ. 2001. Т. 71. № 3. С. 57-68.
- [12] Weingarten A., Arad A., Maron Y., Fruchtman A. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. N 11. P. 115004.