02;10

О механизме самовозбуждения МСЭ-генераторов в условиях связи распространяющихся и запертых волн

© Н.С. Гинзбург, А.М. Малкин, Н.Ю. Песков, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород E-mail: peskov@appl.sci-nnov.ru

В окончательной редакции 31 мая 2006 г.

Рассмотрена новая схема организации обратной связи в МСЭ-генераторах (мазер на свободных электронах) на основе взаимного рассеяния на периодической брэгговской структуре распространяющихся и квазикритических (запертых) мод. Квазикритическая мода обусловливает возможность самовозбуждения системы, в то время как энергообмен в стационарном режиме генерации определяется практически полностью взаимодействием с синхронной попутной волной. Показано, что рассмотренный метод позволяет улучшить селекцию мод по поперечному индексу и соответственно способствовать укорочению рабочей длины волны.

PACS: 84.40.Ik

1. В электронике СВЧ известен ряд схем генераторов, в которых в процесс взаимодействия одновременно вовлечены запертые и распространяющиеся моды. Одной из таких схем является предложенная в работе [1] схема гиротрона, в которой электронный пучок возбуждает квазикритическую моду волновода, а для вывода излучения используется распространяющаяся волна. При этом связь рабочей и выводной волны осуществляется с помощью периодической винтовой гофрировки боковой поверхности волновода, обеспечивающей взаимное рассеяние волн в условиях брэгговского резонанса.

Другим важным примером является описанная в работах [2,3] схема МЦР МСЭ генераторов, в которых электронный пучок одновременно взаимодействует с распространяющей волной на основной гармонике и с квазикритической волной на высшей (например, второй) гармонике. В данной схеме непосредственная электродинамическая связь волн отсутствует, и волны оказывают влияние друг на друга через

60

модуляцию электронного пучка. При этом самовозбуждение авктоколебаний возникает за счет присутствия запертой моды, в то время как распространяющаяся волна обеспечивает эффективный отбор энергии у электронного пучка в стационарном режиме генерации.

В данной работе рассмотрен еще один вариант, в известном смысле замыкающий перечисленный выше ряд, когда электронный пучок взаимодействует только с распространяющейся волной, но последняя связана электродинамически с квазикритической модой. То есть, аналогично первому примеру в данной схеме присутствует периодическая гофрировка, так что продольные волновые числа и азимутальные индексы мод связаны условием брэгговского резонанса (см. ниже (4)). В то же время электронный пучок синхронен только попутной волне. Поэтому, как и в случае, описанном в [2], наличие квазикритической моды обусловливает возможность самовозбуждения системы в целом, но КПД в стационарном режиме генерации определяется практически полностью взаимодействием с синхронной попутной волной. Основным постоинством предлагаемой схемы является большая селективность по поперечному индексу по сравнению с традиционными схемами МСЭ с брэгговскими резонаторами, в которых волна обратной связи распространяется в обратном направлении с достаточно большой групповой скоростью [4].

2. Рассмотрим модель МСЭ-генератора (рис. 1), представляющего собой отрезок периодически гофрированного цилиндрического волновода, в котором имеется связь рабочей синхронной волны, распростра-



Рис. 1. Схема МСЭ-генератора: резонатор 1 имеет на краях закритические сужения для запертой моды B и периодическую гофрировку боковых стенок для переизлучения указанной моды в распространяющуюся волну A, которая возбуждается электронным потоком 2.

няющейся попутно электронному пучку,

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re}(A(t, z)\mathbf{E}_{A}(r)e^{-ih_{A}z - im_{A}\varphi}e^{i\omega_{c}t})$$
(1)

и запертой квазикритической моды

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re}(B(z,t)\mathbf{E}_B(r)e^{-im_B\varphi}e^{i\omega_c t}).$$
(2)

Здесь ω_c — несущая частота, в качестве которой выбрана критическая частота запертой моды, а функции $\mathbf{E}_{A,B}(r)$ задают радиальную структуру мод.

Винтовая гофрировка

$$a = a_0 + a_1 \cos(hz + \overline{m}\varphi) \tag{3}$$

 $(a_0$ — средний радиус волновода, $\overline{h} = 2\pi/d$, d и a_1 — период и амплитуда гофрировки соответственно) при выполнении брэгговских условий

$$h_A \approx \bar{h}, \qquad \bar{m} = m_A - m_B \tag{4}$$

обеспечивает связь и взаимное рассеяние волн (1) и (2). Дисперсионные диаграммы, иллюстрирующие связь парциальных волн в случае винтовой гофрировки, показаны на рис. 2 (анализ дисперсионных кривых нормальных волн в волноводе с винтовой гофрировкой проведен в [5]). В рассматриваемой схеме МСЭ-генератора рабочая частота должна находиться вблизи критической частоты поля запертой моды *B*: $\omega \approx \omega_c = cv_B/a_0$. Откуда с учетом (4) получаем соотношение, связывающее геометрические размеры системы:

$$\frac{2\pi}{d} \approx \frac{\sqrt{\nu_B^2 - \nu_A^2}}{a_0},\tag{5}$$

где $v_{A,B}$ — корни функций Бесселя (или их производных) для соответствующих мод регулярного волновода.

При выполнении условия синхронизма

$$\omega - h_A \nu_{\parallel} \approx \Omega, \tag{6}$$

где Ω — частота осцилляций частиц в пространственно-периодическом поле ондулятора или в однородном ведущем магнитном поле, будем



Рис. 2. Дисперсионная диаграмма, иллюстрирующая связь распространяющейся волны A(1) и квазикритической моды B(2) на винтовой гофрировке, а также дисперсионную характеристику электронного пучка (3).

учитывать взаимодействие электронного потока только с попутной бегущей волной (1). Основная (нулевая) гармоника поля квазикритической моды несинхронна электронам, а взаимодействием с пространственной гармоникой этой волны при малой глубине гофрировки можно пренебречь.

В соответствии с законом дисперсии эволюция поля квазикритической моды описывается уравнением параболического типа

$$\frac{\partial \widehat{B}}{\partial \tau} + i \frac{C}{2} \frac{\partial^2 \widehat{B}}{\partial Z^2} + \sigma \widehat{B} + i \hat{\alpha} \widehat{A} = 0, \tag{7a}$$

в котором, в отличие от аналогичных уравнений, используемых в теории гиротронов [6], добавлен член, учитывающий связь с бегущей волной.

Усиление синхронной с пучком бегущей волны, а также ее рассеяние в запертую моду B задается уравнением

$$\frac{\partial \widehat{A}}{\partial Z} + i\delta \widehat{A} + \frac{1}{\beta_{gr}} \frac{\partial \widehat{A}}{\partial \tau} - i\widehat{\alpha}\widehat{B} = J,$$
(76)

где $J = (1/\pi) \int_{0}^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0$ — безразмерная амплитуда высокочастот-

ного электронного тока. Эта величина находится из решения усредненных уравнений движения электронов, которые в условиях преобладающей инерционной группировки частиц могут быть представлены в форме [4,7].

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_{\parallel}}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \operatorname{Re}(\widehat{A}e^{i\theta}).$$
(8)

В (6)-(8) ипользованы следующие безразмерные переменные и параметры: $Z = zC\bar{h}, \quad \tau = \omega_c t, \quad \widehat{A} = eK\mu A/mc\bar{\omega}\gamma_0 C^2, \quad \widehat{B} = eK\mu B\sqrt{N_A}/mc\gamma_0 C^2\sqrt{N_B}, \quad \theta = \omega_c t - h_A z - \int \Omega dt$ — фаза электронов по отношению к синхронной волне,

$$C = \left(\frac{eI_0}{mc^3}\frac{c^3K^2\mu}{\omega_c^2\gamma_0N_A}\right)^{1/3}$$

— параметр усиления (параметр Пирса), I_0 — невозмущенный ток пучка, K — параметр связи электронов с волной, пропорциональный амплитуде поперечных осцилляций электронов (для МСЭ с ведущим магнитным полем при инжекции пучка вдоль оси волновода параметр связи равен $K = \Omega e H_u / [mc\omega_c \gamma_0 (\Omega - \omega_H)]$, где H_u — амплитуда ондуляторного поля на оси волновода, ω_H — циклотронная частота в ведущем магнитном поле), $\mu \approx \gamma_0^{-2} [1 + \Omega e^2 H_u^2 / m^2 c^2 (\Omega - \omega_H)^3]$ — параметр инерционной группировки [7], $v_{gr} = \beta_{gr}c$ — групповая скорость волны A, $v_{\parallel} = \beta_{\parallel}c$ — продольная скорость электронов, $\delta = (\bar{\omega} - \omega_c)/C\bar{\omega}$ нормированная отстройка брэгговской частоты $\bar{\omega} = \bar{h}c$ от критической ω_c , $N_A = \frac{c}{2\pi} \text{Re} \int [\mathbf{E}_A \mathbf{H}_A^*] dS$, $N_B = \frac{c}{2\pi} \int_S |\mathbf{E}_B(r)|^2 dS$ — нормы соответствующих волн, σ — коэффициент, описывающий омические потери в стенках, которые существенны только для квазикритической моды.

Коэффиицент связи волн на брэгговской гофрировке определяется соотношениями

$$\alpha_{TE\leftrightarrow TE} = \frac{h_A a_1}{2a_0} \frac{-\nu_B^2 + m_A m_B}{\sqrt{(\nu_A^2 - m_A^2)(\nu_B^2 - m_B^2)}},$$
$$\alpha_{TE\leftrightarrow TM} = \frac{h_A a_1}{2a_0} \frac{m_A}{\sqrt{\nu_A^2 - m_A^2}}$$

для рассеяния волн $TE \leftrightarrow TE$ и $TE \leftrightarrow TM$ типов соответственно, $\hat{\alpha} = \alpha/\bar{h}C$. Следует отметить, что область применимости уравнения (7а) задается условием $\delta \bar{h}Cl \ll 1$, когда бегущая мода A рассеивается одновременно в попутную и встречную компоненты квазикритической моды B, где l — длина системы. При $\delta \bar{h}Cl \gg 1$ указанные резонансы разделяются и возможен предельный переход к традиционным уравнениям брэгговских МСЭ [4].

Начальные и граничные условия к уравнениям (7), (8) задаются следующим образом: амплитуда распространяющейся волны с учетом отсутствия потока электромагнитной энергии извне на левой границе резонатора равна нулю: $\widehat{A}|_{Z=0} = 0$. Граничные условия для поля квазикритической волны зависят, вообще говоря, от конфигурации резонатора. В предположении, что резонатор ограничен с обоих концов закритическими сужениями, можно положить: $\widehat{B}|_{Z=0} = 0$, $\widehat{B}|_{Z=L} = 0$, где $L = \overline{h}Cl$. Начальные условия могут быть заданы в виде небольшого "затравочного" поля квазикритической моды: $\widehat{B}|_{\tau=0} = \widehat{B}_0(Z)$. В случае первоначально немодулированного электронного потока граничные условия для частиц запишутся как $\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi)$, $(\partial/\partial Z + 1/\beta_{\parallel}\partial/\partial \tau)\theta|_{Z=0} = \Delta$, где $\Delta = (\omega_c - h_A \nu_{\parallel} - \Omega)/C\omega_c$ — начальная расстройка синхронизма электронов с волной на несущей частоте.

Предполагая, что характерное время изменения амплитуды запертой моды *B* существенно превышает время пролета электронов l/ν_{\parallel} и время пробега попутной волны по пространству взаимодействия l/ν_{gr} , в уравнениях движения частиц (8) и распространения попутной волны (7а) можно пренебречь временными производными, т. е. считать, что за время пролета частиц амплитуда запертой моды остается неизменной (аналогичное приближение используется в нестационарной теории гиротрона [6]). В таком приближении описывающая процесс

взаимодействия самосогласованная система уравнений (7), (8) может быть приведена к виду

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + i\delta \widehat{A} - i\alpha \widehat{B} = J, \quad \frac{\partial B}{\partial \tau} + i\frac{C}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial Z^2} + \sigma \widehat{B} + i\alpha \widehat{A} = 0, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \operatorname{Re}(\widehat{A}e^{i\theta}).$$
(10)

3. Моделирование нестационарных уравнений (10) показывает возможность установления стационарных одночастотных режимов генерации при умеренных превышениях над порогом. Процесс установления стационарного режима генерации и пространственное распределение амплитуд полей парциальных волн в этом режиме при различных значениях параметра расстройки δ между брэгговской и критической частотами иллюстрирует рис. 3. Видно, что в зависимости от указанного параметра может возбуждаться мода с различным числом продольных вариаций поля. Данный результат согласуется с выводами работы [8], где для анализа процесса генерации использовалась модель фиксированной структуры поля запертой моды. Следует отметить, что при увеличении превышения над порогом (параметра $\hat{\alpha}L$) стационарные одночастотные режимы генерации становятся неустойчивыми, сменяясь автомодуляционными режимами.

Электронный КПД генератора определяется соотношениями

$$\eta = rac{C}{\mu(1-\gamma_0^{-1})}\,\hat{\eta}, \qquad \hat{\eta} = rac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi}\left(rac{\partial heta}{\partial Z} - \Delta
ight)igg|_{Z=L}d heta_0.$$

Как показывает моделирование, приведенный электронный КПД в стационарном режиме может достигать достаточно высоких значений $\hat{\eta} \sim 3$. Важно подчеркнуть, что при оптимальных условиях основная часть энергии идет на возбуждение распространяющейся волны и лишь небольшая часть диссипирует с запертой модой (около 15% для ситуации, показанной на рис. 3). Зависимость КПД в стационарном режиме генерации от параметра электронной расстройки Δ приведена на рис. 4. Немонотонный характер данной зависимости обусловлен изменением продольного индекса возбуждающейся моды.

4. Исходя из результатов приведенного анализа, оценим возможность создания МСЭ-генератора в 4-mm диапазоне длин волн на основе ускорителя ЛИУ-3000 [9] (ОИЯИ, г. Дубна) (1 MeV/200 A/200 ns). При



Рис. 3. Временные зависимости приведенного электронного КПД $\hat{\eta}$ и пространственные распределения полей парциальных волн в стационарном режиме генерации при различных значениях параметра δ , характеризующего отстройку брэгговской частоты от критической частоты. Слева — установление моды с одной вариацией поля ($\delta = -2$), справа — установление моды с тремя вариациями поля ($\delta = -1.3$); $\hat{a} = 1$, L = 4, $\sigma = 10^{-3}$.

радиусе волновода 0.65 cm, периоде ондулятора $d_u = 4.1$ cm и периоде гофрировки d = 4.06 mm для двухзаходной винтовой гофрировки $\overline{m} = 2$ условия брэгговского резонанса (4) выполнены для связки мод



Рис. 4. Зависимость приведенного КПД в стационарном режиме генерации от величины электронной расстройки синхронизма Δ : L = 4, $\delta = -2$. Скачкообразные изменения величины КПД обусловлены изменением продольного индекса возбуждаемой моды.

 $TE_{1,1} \leftrightarrow TM_{1,3}$ с различным направлением вращения. При параметре Пирса $C \approx 10^{-2}$, параметре связи $\hat{\alpha} = 0.3$ (глубина гофрировки $a_1 \approx 0.1$ mm) и относительной отстройке брэгговской частоты от частоты отсечки $(\overline{\omega} - \omega_c)/\overline{\omega} \approx -0.01$ стартовая длина генератора составит l = 20 cm. КПД в стационарном режиме генерации может достигать 15%. Предполагается, что электроны движутся в поле винтового ондулятора и однородном ведущем магнитном поле вблизи оси волновода по стационарной винтовой траектории [7].

Таким образом, оказывается возможным снизить величину коэффициента связи волн, при котором имеет место самовозбуждение колебаний по сравнению с традиционной схемой МСЭ с брэгговскими резонаторами [4,9], где волна обратной связи обладает значительной групповой скоростью, т.е. является бегущей волной. Соответственно при значительной сверхразмерности, когда условия брэгговского резонанса выполнены, вообще говоря, для значительного числа связок мод с различными поперечными индексами, оказывается возможным селективное возбуждение генератора на связке, состоящей из усиливаемой электронным пучком бегущей рабочей волны и одной из квазикритических мод. Поскольку спектр критических мод значительно реже спектра распространяющихся волн, то использование модифицированного брэгговского резонатора должно улучшить селективность по поперечному индексу по сравнению с традиционными вариантами.

Работа поддержана РФФИ (гранты 04-02-17118 и 05-02-17036), INTAS, а также фондом поддержки молодых ученых "Династия".

Список литературы

- Гольденберг А.Л., Нусинович Г.Н., Павельев А.Б. // Гиротроны. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 91.
- [2] Savilov A.V., Bratman V.L., Phelps A.D.R., Samsonov S.V. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 4207.
- [3] Savilov A.V., Peskov N.Yu., Samsonov S.V. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2000. V. A445. P. 284.
- [4] Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // IEEE J. of Quant. Electr. 1983. QE-19. P. 282.
- [5] Denisov G.G., Bratman V.L., Phelps A.D.R., Samsonov S.V. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1998. V. 26. N 3. P. 508.
- [6] Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 5. С. 1031.
- [7] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 5. С. 859.
- [8] Ginzburg N.S., Malkin A.M., Peskov N.Yu. et al. // Phys. Rev. ST AB. 2005. V. 8. P. 040705.
- [9] Ginzburg N.S., Kaminsky A.K., Peskov N.Yu. et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 3574.