01

Применение метода Кирхгофа к задаче дифракции волн на ленте при малых углах скольжения

© П.Н. Дагуров, А.В. Дмитриев

Отдел физических проблем Бурятского научного центра СО РАН,
Улан-Удэ
E-mail: dpn@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Поступило в Редакцию 4 мая 2005 г.

В рамках метода Френеля–Кирхгофа теоретически и экспериментально исследован новый подход к задаче дифракции электромагнитных волн на проводящей ленте при малых углах скольжения. Показано, что экспериментальные данные согласуются с теоретическими зависимостями.

Задача о дифракции волн на бесконечной ленте (полосе) или дополнительная к ней задача о дифракции на щели является классической дифракционной задачей, которой посвящано много работ. Помимо строгих и асимптотических методов решения этой задачи, таких как методы разделения переменных, интегральных уравнений [1–4], краевых волн [5] и геометрической теории дифракции [5], на практике ввиду своей простоты и наглядности находит широкое применение приближенное решение, основанное на методе Кирхгофа или методе физической оптики. При стандартном применении метода Кирхгофа поле за дифрагирующими телами не зависит от поляризации и определяется проекцией тела на поверхность волнового фронта. Дифракционные поля от тел, имеющих различную форму, но одинаковые проекции неразличимы. Отсюда также следует, что волна при скользящем падении не „заметит“ ленту.

В данной работе предлагается новый метод решения задачи дифракции электромагнитных волн на ленте для малых углов скольжения, которые ранее не охватывались теорией Кирхгофа в своем обычном виде. Метод основан на последовательном применении принципа Гюйгенса–Френеля и использовании принципа зеркальных изображений с учетом поляризации волны.

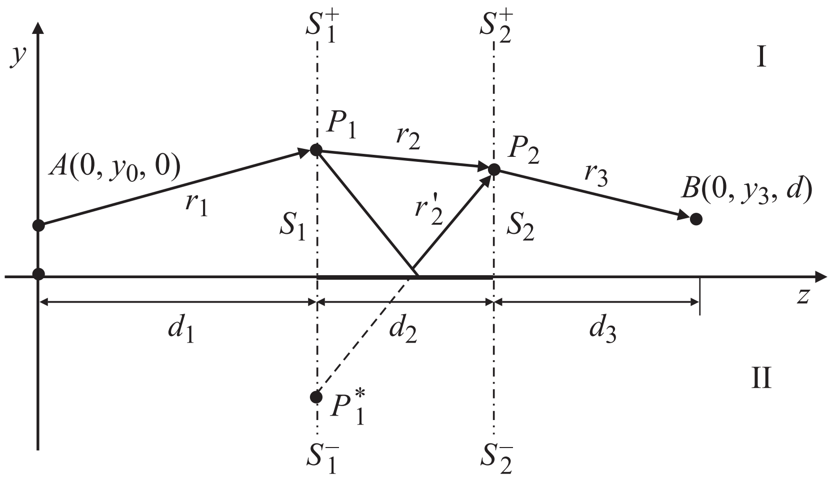

Рис. 1. Геометрия задачи.

Геометрия задачи показана на рис. 1. Между элементарным вибратором A и точкой наблюдения B расположена идеально проводящая лента шириной $a = d_2$. Лента лежит в плоскости $y = 0$, края ленты имеют координаты $z = d_1$ и $z = d_1 + d_2$. Координаты y_0 и y_3 излучателя и приемника удовлетворяют неравенствам $y_0 \ll d_1$ и $y_3 \ll d_3$. Для нахождения поля в точке B введем плоскости S_1 и S_2, проходящие через края ленты и имеющие уравнения $z = d_1$ и $z = d_1 + d_2$. Согласно принципу Гюйгенса–Френеля, поле $U(B)$ в точке B определяется суммарным воздействием всех гюйгенсовых источников на S_2. В свою очередь поле $U(P_2)$ в текущей точке P_2 плоскости S_2 равно сумме полей всех гюйгенсовых источников на плоскости S_1 с учетом влияния ленты. Для учета этого влияния используем принцип зеркального изображения (фактически метод Кирхгофа, так как при рассмотрении отражений пренебрегаем краевыми эффектами), т. е. влияние ленты учтем введением зеркального источника P_1^*. Поле в текущей точке P_1 в соответствии с приближением Кирхгофа принимаем равным полю источника в свободном пространстве.

Поле в точке B запишем в виде дифракционного интеграла Рэлея–Зоммерфельда:

$$U(B) = -\frac{1}{2\pi}\int_{S_2} U(P_2)\,\frac{\partial G_2}{\partial n_2}\,dS_2, \qquad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны; n_2 — внешняя нормаль к плоскости S_2; $G_2 = \exp(ikr_3)/r_3$ — функция Грина.

Под полем U ввиду малости значений y_0 и y_3 будем приближенно понимать либо компоненту электрического поля E_x в случае горизонтального вибратора, либо компоненту E_y для вертикального вибратора.

Последовательно применяя формулу (1), представим поле в точке B в виде:

$$U(B) = \frac{1}{4\pi^2}\left(\int_{S_1^+}\int_{S_2^+} + \int_{S_1^-}\int_{S_2^-}\right) U(P_1)\,\frac{\partial G_1}{\partial n_1}\,\frac{\partial G_2}{\partial n_2}\,dS_1\,dS_2, \qquad (2)$$

где $U(P_1) = \exp(ikr_1)/r_1$ — поле источника в текущей точке P_1 плоскости S_1; $G_1 = \exp(ikr_2)/r_2 + \Phi\exp(ikr_2')/r_2'$, S_1^+, S_2^+, S_1^-, S_2^- — полуплоскости, расположенные соответственно выше и ниже плоскости $y = 0$.

Полагая, что kr_1, kr_2, $kr_3 \gg 1$, получим приближенно:

$$U(B) = -\left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dx_1\,dx_2\Bigg[\left(\int_{-\infty}^{0}\int_{-\infty}^{0} + \int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty}\right)$$
$$\times\left(\frac{\exp[ik(r_1 + r_2 + r_3)]}{r_1 r_2 r_3} + \Phi\,\frac{\exp[ik(r_1 + r_2' + r_3)]}{r_1 r_2' r_3}\right) dy_1\,dy_2\Bigg]. \qquad (3)$$

Разлагая r_1, r_2, r_2', r_3 в ряд, ограничиваясь квадратичными членами разложения в показателях экспонент (дифракция Френеля) и полагая в амплитудных множителях $r_1 \approx d_1$, $r_2 \approx d_2$, $r_3 \approx d_3$, после интегрирования по x_1 и x_2 и преобразований получим:

$$U(B) = \frac{\exp(ikr)}{d}\cdot P(h_1, h_2, -\beta) + \frac{\exp(ikr')}{d}\cdot\Phi\cdot P(h_1', h_2', \beta), \qquad (4)$$

где

$$r \approx d + (y_0 - y_3)^2/2d, \qquad r' \approx d + (y_0 + y_3)^2/2d,$$

$$\beta = \sqrt{d_1 d_3 / \left[(d_1 + d_2) \cdot (d_2 + d_3)\right]}, \qquad d = \sum_{i=1}^{3} d_i;$$

$$h_1 = \frac{y_0(d_2 + d_3) + y_3 d_1}{d} \left[\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}\right]^{1/2},$$

$$h_2 = \frac{y_3(d_1 + d_2) + y_0 d_3}{d} \left[\frac{\pi(d_2 + d_3)}{\lambda d_2 d_3}\right]^{1/2},$$

$$h_1' = \frac{y_0(d_2 + d_3) - y_3 d_1}{d} \left[\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}\right]^{1/2},$$

$$h_2' = \frac{y_3(d_1 + d_2) - y_0 d_3}{d} \left[\frac{\pi(d_2 + d_3)}{\lambda d_2 d_3}\right]^{1/2}.$$

$$P(a_1, a_2, \pm\beta) = 1 - F\left(\sqrt{1 - \beta^2}\, a_1\right) - F\left(\sqrt{1 - \beta^2}\, a_2\right)$$

$$+ 2\left[G\left(a_1 \pm \beta a_2, \sqrt{1 - \beta^2}\, a_2\right) + G\left(a_2 \pm \beta a_1, \sqrt{1 - \beta^2}\, a_1\right)\right],$$

$F(x) = \int\limits_0^\infty \exp(it^2) dt$ — интеграл Френеля, $G(x, y) = (y/2\pi) \times \times \int\limits_x^\infty \exp\left[i(t^2 + y^2)\right] / (t^2 + y^2)\, dt$ — обобщенный интеграл Френеля [6].

Из анализа формулы (4) следует, например, что в случае скользящего распространения, когда $y_0 = y_3 = 0$ и соответственно равны нулю параметры h_1, h_2, h_1', h_2':

$$U(B) = \frac{\exp(ikd)}{d} \left\{ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) + \Phi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) \right\}. \tag{5}$$

В случае, когда вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости ленты, коэффициент отражения $\Phi = 1$ и $U(B) = \exp(ikd)/d$, т.е. волна не „заметит“ ленту.

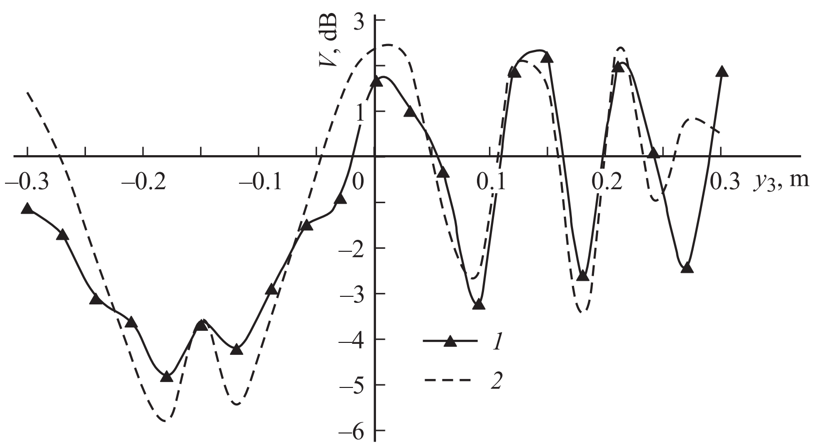

Рис. 2. Сравнение расчетных (*2*) и экспериментальных (*1*) данных.

При поляризации волны, параллельной краям ленты, $\Phi = -1$ и

$$U(B) = \frac{\exp(ikd)}{d}\,\frac{2}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\exp(ikd)}{d}\,\frac{2}{\pi}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{d_1 d_3}{d_2 d}}$$

$$= \frac{\exp(ikd)}{d}\left(1 - \frac{2}{\pi}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{d_2 d}{d_1 d_3}}\,\right). \qquad (6)$$

При $d_2 = 0$ получим первичное поле $\exp(ikd)/d$, т.е. формула (6) правильно описывает поле в отсутствие ленты, хотя вывод формул базировался на предположении, что $d_2 \gg \lambda$.

Пусть лента занимает все расстояние между излучателем и приемником. В этом случае $d_1 = d_3 = 0$, $d_2 = d$. Тогда из (6) следует, что $U(B) = 0$, т.е. и в этом случае выражение (6) адекватно описывает ситуацию.

Анализ формулы (4) показывает, что в случае, когда источник и точка наблюдения не лежат в плоскости ленты при $d_1 = d_3 = 0$, $d_2 = d$, поле в точке B равняется сумме прямой и отраженной от бесконечной плоскости волны при расположении точек излучения и приема выше или ниже плоскости ленты или равно нулю, когда источник и точка наблюдения находятся по разные стороны от плоскости ленты.

Для экспериментальной проверки изложенной теории были проведены измерения на длине волны 0.03 m. Эксперименты заключались в следующем: над металлической плоской горизонтальной поверхностью вертикально подвешивалась проводящая лента из дюралюминия толщиной $5 \cdot 10^{-4}$ m таким образом, что ее нижняя сторона длиной d_2 касалась поверхности. Передающей и приемной антенной служили четвертьволновые вертикальные заземленные вибраторы, так что поляризация излучения была параллельна краям ленты и $\Phi = -1$. Размеры горизонтальной „зеркальной" поверхности, экранировавшей нижнее „полупространство", выбирались достаточно большими для избежания краевых эффектов. При интерпретации результатов эксперимента считалось, что справедлив принцип зеркальных изображений и эксперимент соответствует эксперименту в свободном пространстве с лентой и вибраторами удвоенной длины. В эксперименте длина ленты составляла 1 m, что позволяет не учитывать конечность ленты. Размер горизонтальной поверхности составлял 1×1 m.

На рис. 2 приведены экспериментальные зависимости уровня дифракционного поля, нормированного к уровню поля в отсутствие ленты, от изменения координаты приемника y_3, полученные при $d_1 = d_3 = 0.42$ m, $d_2 = 0.063$ m, $y_3 = 0.15$ m. Здесь же показана расчетная кривая, построенная по формуле (4). Сравнение расчетных и экспериментальных результатов показывает их хорошее согласие, что свидетельствует о работоспособности рассмотренного метода.

Список литературы

[1] *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.

[2] *Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т.* Асимптотическая теория дифракции электромагнитных волн на конечных структурах. М.: Наука, 1972. 204 с.

[3] *Хаскинд М.Д., Вайнштейн Л.А.* // РЭ. 1964. № 10. С. 1800–1811.

[4] *Эминов С.И.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. № 16. С. 80–88.

[5] *Уфимцев П.Я.* Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. радио, 1962. 244 с.

[6] *Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.* Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 248 с.