01;05.4

Воздействие флуктуаций на одноконтактный интерферометр: квантовое рассмотрение

© *И.Н. Аскерзаде*

Институт Физики НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
Department of Physics, Ankara University, 06100 Tandogan, Ankara, Turkey
E-mail: solstphs@physics.ab.az; iasker@science.ankara.edu.tr

Поступило в Редакцию 28 февраля 2005 г.

Исследуется влияние квантовых флуктуаций на одноконтактный интерферометр. Получено выражение для „флуктуационной" индуктивности, выше которой сверхпроводящий ток подавляется квантовыми флуктуациями.

В последнее время объектами интенсивных теоретических и экспериментальных исследований стали квантовые эффекты в малых джозефсоновских переходах [1–3]. Известно, что одноконтактный интерферометр [4] является высокочувствительным датчиком магнитного потока в СКВИДах переменного тока. Другие важные применения одноконтактного интерферометра также рассмотрены в [4]. С другой стороны, одноконтактный интерферометр является макроскопической системой с двумя квантовыми состояниями и может быть использован для построения квантовых компьютеров [5]. Влияние малых термических флуктуаций на одноконтактный интерферометр рассмаривалось ранее автором в [6]. Подавление квантовой интерференции в случае интенсивных термических флуктуаций исследовано в [7–9]. Потенциальная энергия одноконтактного интерферометра дается выражением

$$U(\phi) = U_S + U_L = E_J\left(1 - \cos\phi + \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2l}\right), \tag{1}$$

где $E_J = \frac{\hbar I_C}{2e}$ — единица джозефсоновской энергии, $l = \frac{2\pi I_c L}{\Phi_0}$ — нормированное значение индуктивности кольца, $\phi = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$ — джозефсоновская фаза, $\phi_e = \frac{2\pi\Phi_e}{\Phi_0}$ — фаза, связанная с внешним магнитным потоком Φ_e. В формуле (1) первый член связан с джозефсоновским током, а второй — с магнитной энергией индуктивности сверхпроводящего кольца.

Вычисляя среднее значение джозефсоновского („интерференционного“) члена в (1), получено следующее выражение [7]

$$U_s = -E_J \cos\langle\phi\rangle \exp\left(-\frac{L}{L_F}\right). \tag{2}$$

В формуле (2) так называемое „флуктуационное“ значение индуктивности L_F определяется как

$$L_F = \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{kT}. \tag{3}$$

При $L > L_F$ интерференция резко подавляется термическими флуктуациями. Этот факт ограничивает геометрические размеры кольца сверхпроводящего интерферометра. Формулы (2) и (3) показывают, что в отличие от одиночных джозефсоновских переходов, в которых эффект Джозефсона подавляется при $\gamma = \frac{E_J}{kT} \approx 1$ (см. [4]), для одноконтактных интерферометров с $l \ll 1$ такое подавление имеет место при $\gamma \sim l^{-1} \gg 1$. При уменьшении температуры важную роль играют квантовые флуктуации. Целью данной работы является изучение влияния квантовых флуктуаций на одноконтактный интерферометр.

Хорошо известно, что состояние интерферометра описывается уравнением [4]

$$\phi + l \sin\phi = \phi_e. \tag{4}$$

Проявление квантовых эффектов приводит к тому, что ϕ-джозефсоновская фаза становится квантовой переменной $\hat{\phi}$, а электрический заряд $\hat{Q}$ в $\hat{\phi}$-представлении имеет вид $\hat{Q} = -2ei \frac{\partial}{\partial\phi}$. Для анализа работы одноконтактного интерферометра в квантовом режиме следует рассматривать следующий гамильтониан:

$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + E_J \left(1 - \cos\phi + \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2l}\right). \tag{5}$$

А. Интерферометр с малой индуктивностью $l \ll 1$. В этом случае джозефсоновский потенциал $1 - \cos\phi$ служит возмущением к нулевому уравнению Шредингера

$$\left\{\frac{\hat{Q}^2}{2C} + E_J \frac{\phi^2}{2l}\right\} \Psi = E_n \Psi, \tag{6.a}$$

где E_n — собственные значения квантомеханического осциллятора:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right); \qquad \omega^2 = \frac{1}{LC}. \tag{6.b}$$

Вычисления в рамках теории возмущений первого порядка приводят к поправке к энергетическому спектру

$$\Delta E_n = E_J \left\{ 1 - \cos\phi_e \exp\left(-\frac{\pi^2 \hbar\omega L}{\Phi_0^2} \right) L_n \left(\frac{2\pi^2 \hbar\omega L}{\Phi_0^2} \right) \right\}, \qquad (7)$$

где L_n — полиномы Лягерра. Матричный элемент сверхпроводящего тока в основном состоянии ($n = 0$, $L_0 = 1$) вычисляется по формуле

$$\langle 0 | I_c \sin\phi | 0 \rangle = -\frac{2\pi E_J}{\Phi_0} \sin\phi_e \exp\left(-\frac{\pi^2 \hbar\omega L}{\Phi_0^2} \right). \qquad (8)$$

Согласно (8), при выполнении условия $L > L_F = \left(\frac{\Phi_0}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega}$ сверхпроводящий ток подавляется квантовыми флуктуациями.

B. Интерферометр с большой индуктивностью $l \gg 1$. В этом случае можно пренебречь квадратичным членом в (5) при условии медленного изменения внешнего поля. Это означает, что поведение интерферометра с большой индуктивностью подобно поведению одиночного джозефсоновского перехода [10]:

$$\left\{ \frac{\hat{Q}^2}{2C} + E_J \left(1 - \cos\phi - \frac{\phi_e^2}{2l} \right) \right\} \Psi = E_n \Psi. \qquad (9)$$

Последнее уравнение эквивалентно уравнению Матье с некоторым смещением в спектре $E_J \frac{\phi_e^2}{2l}$. В основном состоянии собственное значение принимает вид

$$\frac{E_0}{E_Q} = \frac{E_J}{E_Q} \left(1 + \frac{\phi_e^2}{2l} - \frac{1}{4} \frac{E_J}{E_Q} \right). \qquad (10)$$

Используя асимптотические выражения для функций Матье [11], можно вычислить матричный элемент сверхпроводящего тока при больших индуктивностях:

$$\langle 0 | I_c \sin\phi | 0 \rangle = \frac{l\Phi_e}{L(l+1)} \approx \frac{\Phi_e}{L}. \qquad (11)$$

Это означает, что вся фаза падает на индуктивности сверхпроводящего кольца и средний ток линейно зависит от внешнего потока. Вышеприведенные формулы также полезны для оценки квантового предела энергетической чувствительности высокочастотных СКВИДов.

Таким образом, в этой работе развита теория квантовых флуктуаций в одноконтактном интерферометре. Показано, что для низкоиндуктивных интерферометров сверхпроводящий ток резко подавляется при превышении значения „флуктуационной“ индуктивности. Выражение для „флуктуационной“ индуктивности получается заменой в соответствующей формуле термической энергии kT на $\hbar\omega$ (см. формулу (3)). При больших индуктивностях кольца интерферометра интерференция подавляется всегда и поведение такой системы подобно поведению одиночного малого джозефсоновского перехода.

Список литературы

[1] Quantum Mesoscopic Phenomema and Mesoscopic Devices in Microelectronics / Ed. I.O. Kulik and R. Ellialtioglu. Kluwer Academic Publisher, 2000.

[2] *Kuzmin L.S., Pashkin Yu., Golubov D.S., Zaikin A.D.* // Phys. Rev. 1996. V. B54. P. 10074–10080.

[3] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 4. С. 140–142.

[4] *Лихарев К.К.* // Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985.

[5] *Orlando T., Mooji J.E., Tian L.* et al. // Phys. Rev. 1999. V. B60. P. 15398–15413.

[6] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. В. 12. С. 88–91.

[7] *Хлус В.А., Кулик И.О.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. В. 4. С. 449–454.

[8] *Anderson P.W.* // Lectures Many Body Problems / Ed. E.R. Caianiello. 1962. P. 113.

[9] *Елютин П.В., Кривченко В.Д.* Квантовая механика. М.: Наука., 1976. 334 с.

[10] *Likharev K.K., Zorin A.B.* // J. Low Temp. Phys. 1986. V. 62. P. 345–353.

[11] *Абрамовиц М., Стиган А.* Справочник по специальным функциям. М., 1979. 832 с.