

10

О скорости движения виртуального катода при транспортировке пучка электронов в трубах дрейфа

© С.Я. Беломытцев, А.А. Гришков, С.Д. Коровин, В.В. Рыжов

Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск
E-mail: ryzhov@to.hcei.tsc.ru

Поступило в Редакцию 5 июля 2004 г.

Найдено решение для тонкого трубчатого пучка электронов с равномерно движущимся виртуальным катодом (ВК) в однородной трубе дрейфа. Получена зависимость скорости движения ВК от инжектируемого и проходящего токов. Показано, что эта скорость имеет предельное значение. Теоретические результаты согласуются с численными расчетами, полученными методом крупных частиц по программе КАРАТ.

В работах [1–3] численными расчетами показано, что при инжекции электронного пучка в двухступенчатую трубу дрейфа при определенных условиях вблизи стыка труб образуется виртуальный катод (ВК), который при достижении током инжекции критического значения начинает двигаться навстречу инжектируемому пучку электронов, формируя за собой „сжатое“ однопотокное состояние [1,3]. Это явление может быть использовано, например, для коллективного ускорения ионов [4]. В данной работе исследуется вопрос о скорости движения ВК в однородной трубе транспортировки.

В работе [5] получены значения токов трубчатого пучка электронов с неподвижным ВК в стационарных состояниях в трубе дрейфа. Для того чтобы найти решения с движущимся ВК, перейдем в инерциальную систему K' , движущуюся со скоростью V вдоль трубы. Тогда в системе K' будем иметь ВК, движущийся со скоростью V в обратном направлении.

Пусть в неподвижной инерциальной системе K имеем тонкий трубчатый пучок с током I , скоростью электронов в пучке V_b и радиусом пучка R_b (рис. 1). Тогда напряженность электрического поля на внешней

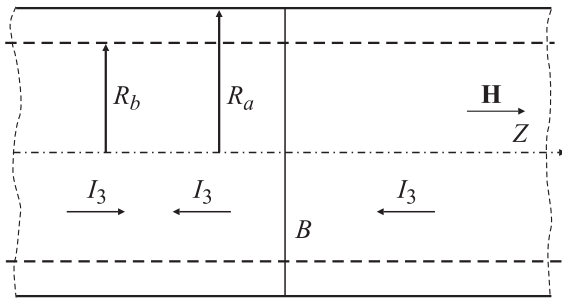


Рис. 1. Схема однородной трубы транспортировки с тонким трубчатым электронным пучком: R_a — радиус трубы, R_b — радиус пучка; I_1, I_2, I_3 — проходящий, инжектируемый и отраженный от ВК токи соответственно в системе K , в которой ВК покоится в плоскости B .

границе пучка

$$E_r = \frac{2I\gamma_b}{c\sqrt{\gamma_b^2 - 1}} \frac{1}{R_b} \quad (1)$$

и магнитное поле

$$H_\varphi = \frac{2I}{c} \frac{1}{R_b}, \quad (2)$$

где $\gamma_b = 1/\sqrt{1 - V_b^2/c^2}$ — релятивистский фактор электронов пучка. В инерциальной системе K' , движущейся со скоростью V вдоль оси z , преобразования Лоренца для напряженности электрических и магнитных полей имеют вид [6]:

$$E'_r = \frac{E_r \pm \frac{V}{c} H_\varphi}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \left(E_r \pm \frac{V}{c} H_\varphi \right), \quad (3)$$

$$H'_\varphi = \gamma \left(H_\varphi \mp \frac{V}{c} E_r \right), \quad (4)$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$ — релятивистский фактор; верхний знак соответствует движению системы K' по направлению движения частиц инжектируемого пучка, а нижний — против.

Соотношения (1), (2) и (4) позволяют связать ток пучка в системе K' с током в системе K

$$I' = \frac{cR_b H'_j}{2} = I\gamma \left(\frac{\gamma_b \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma \sqrt{\gamma_b^2 - 1}} \right). \quad (5)$$

Таким образом, в системе K' вместо токов I_1, I_2, I_3 (рис. 1) будем иметь токи

$$I'_1 = I_1\gamma \left(1 \mp \frac{\gamma_1 \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma \sqrt{\gamma_1^2 - 1}} \right), \quad I'_2 = I_2\gamma \left(1 \mp \frac{\gamma_2 \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma \sqrt{\gamma_2^2 - 1}} \right),$$

$$I'_3 = I_3\gamma \left(1 \pm \frac{\gamma_2 \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma \sqrt{\gamma_2^2 - 1}} \right). \quad (6)$$

Из релятивистского закона сложения скоростей легко получить релятивистские факторы в пучках в системе K' :

$$\gamma'_1 = \gamma\gamma_1 \mp \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_1^2 - 1}, \quad \gamma'_2 = \gamma\gamma_2 \mp \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_2^2 - 1},$$

$$\gamma'_3 = \gamma\gamma_2 \pm \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_2^2 - 1}. \quad (7)$$

Зная релятивистские факторы γ' (7) и напряженности электрического поля (1), рассчитаем приложенные напряжения (Γ'), соответствующие пучкам 1, 2, 3 в системе K' :

$$\Gamma'_2 = \Gamma\gamma \mp \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_2^2 - 1} \mp \frac{(\Gamma - \gamma_1) \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma_1},$$

$$\Gamma'_1 = \Gamma\gamma \mp \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \mp \frac{(\Gamma - \gamma_1) \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma_1}, \quad (8)$$

$$\Gamma'_3 = \Gamma\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 1} \sqrt{\gamma_2^2 - 1} \mp \frac{(\Gamma - \gamma_1) \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma_1}.$$

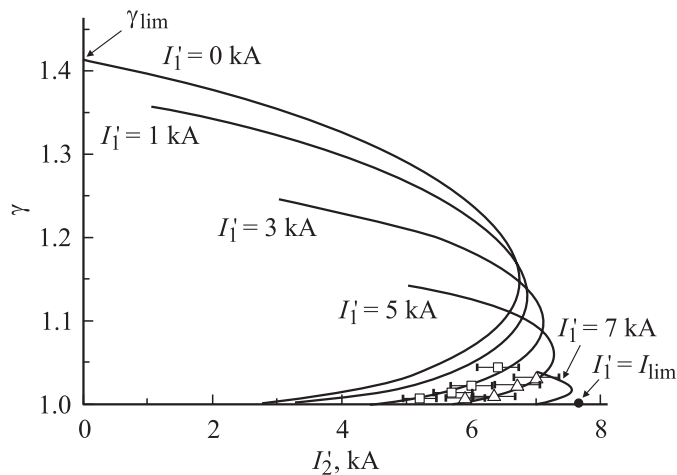


Рис. 2. Зависимость релятивистского фактора, соответствующего скорости ВК, от инжектируемого тока для различных значений проходящего тока при $\Gamma_2 = 2$; $R_1 = 1$ см; $R_b = 0.61$ см. Точки на рисунке — результаты расчетов PIC кодом KARAT: \square — для проходящего тока $I_1 = 3$ кА, Δ — для $I_1 = 5$ кА. Разбросы значений обусловлены колебаниями величины рассчитываемого тока около средних значений. $\gamma_{\text{lim}} = 1/\sqrt{1 - (V_{\text{lim}}^L)^2/c^2}$.

Полученные формулы с учетом решения для стационарных состояний с неподвижным ВК [5] дают возможность найти скорость движения ВК и соответствующие ей значения токов пучка при транспортировке его в трубе дрейфа в режиме движения ВК.

На рис. 2 приведены зависимости релятивистских факторов γ , соответствующих скорости движения ВК влево к области инжекции, от инжектируемого тока I_2 при различных фиксированных значениях проходящего тока I_1 для $\Gamma_2 = 2$, $R_a = 1$ см, $R_b = 0.61$ см, полученные по формулам (6)–(8). Из рисунка видно, что при заданном значении проходящего тока зависимость $\gamma = f(I_2)$ имеет две ветви: медленную, соответствующую низким значениям скорости движения ВК при $I_{\text{Tr}} < I_2 < I_{2\text{max}}$, и быструю, описываемую верхней ветвью кривой, при $I_1 < I_2 < I_{2\text{max}}$. Причем для высоких значений токов инжекции $I_{\text{Tr}} < I_2 < I_{2\text{max}}$ скорость движения ВК имеет два значения, а при

низких $I'_1 < I'_2 < I_{Tr}$ возможны решения, описываемые только быстрой ветвью.

Расчеты показали, что инжектируемый ток для заданного проходящего тока I'_1 имеет максимальное значение I'_{2max} , что обусловлено ограничением его полем объема заряда прямого и отраженного токов в системе с движущимся ВК. Причем для максимального значения проходящего тока $I'_1 = I'_{lim}$, при котором зависимость $\gamma = f(I'_2)$ вырождается в точку на оси абсцисс, а скорость движения ВК равна нулю ($V = 0$, $\gamma = 1$), значение максимального инжектируемого тока равно предельному току для однородной трубы дрейфа $I'_{2max} = I_{lim}$ (рис. 2). При токах инжекции, больших максимального $I'_2 > I'_{2max}$, стационарные состояния пучка с равномерно движущимся ВК отсутствуют.

Анализ показал, что медленная ветвь может быть реализована при односторонней инжекции замагниченного электронного пучка в секцию двухступенчатой трубы с меньшим радиусом. В этом случае для каждого значения проходящего тока существует критическое значение инжектируемого тока I_{Tr} (ток перехода) [3], при котором ВК начинает двигаться к плоскости инжекции пучка. Значения этих токов соответствуют точкам пересечения кривых, описывающих медленную ветвь, с осью I'_2 . Например, для $I'_1 = 0$ кривая пересекает ось абсцисс в точке $I'_2 = I_{Tr} = I_F/2$, что соответствует минимальному значению тока перехода. Отметим, что точка пересечения кривой для $I'_1 = 0$ с осью ординат соответствует предельной скорости V_{lim}^L движения ВК влево $\gamma_{lim} = 1/\sqrt{1 - (V_{lim}^L)^2/c^2}$.

На рис. 2 точками приведены значения скоростей ВК, полученные по результатам моделирования инжекции электронного пучка в двухступенчатую трубу с помощью электромагнитного кода КАРАТ [7] для двух значений проходящего тока $I'_1 = 3$ кА и $I'_1 = 5$ кА. Как видно из рисунка, результаты моделирования достаточно хорошо совпадают с результатами расчетов по формулам, полученным в работе.

Анализ показал, что верхние ветви кривых на рис. 2 соответствуют инжектируемому пучку на левой (медленной) ветви кривой транспортировки, т.е. в „сжатом“ состоянии.

Формально полученные решения справедливы для любых скоростей $V < c$. Каждой скорости V соответствуют определенные значения токов в системе K' . Для того чтобы определить область возможных значений скорости движения ВК, необходимо ввести физические ограничения. Если ВК движется навстречу инжектируемому пучку,

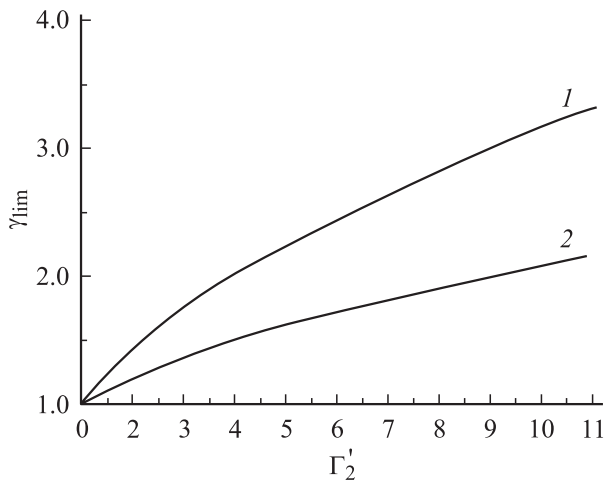


Рис. 3. Зависимости релятивистских факторов, соответствующих предельным скоростям движения ВК влево 1 и вправо 2, от релятивистского фактора Γ'_2 , соответствующего напряжению на трубе дрейфа.

то проходящий пучок должен двигаться в ту же сторону, что и инжектируемый.

Найдем в этом случае предельную скорость движения V_{max}^L для ВК, движущегося влево к области инжекции. Так как прошедший через ВК пучок находится на медленной ветви кривой транспортировки в системе K [5], то он имеет скорость в интервале от нуля до скорости, соответствующей релятивистскому фактору $\gamma_1 = \Gamma^{1/3}$. Поэтому предельная скорость движения ВК влево V_{lim}^L соответствует $\gamma_1 = \Gamma^{1/3}$, т.е. случаю прохождения пучка через ВК без отражения [5]. В этом предельном случае в системе K' проходящий пучок останавливается. При этом $\Gamma'_2 = \Gamma^{2/3}$, но Γ'_2 — релятивистский фактор, соответствующий приложенному напряжению в системе K' , следовательно:

$$\gamma_{\text{lim}}^L = \Gamma^{1/3} = \sqrt{\Gamma'_2}, \quad V_{\text{lim}}^L = c \sqrt{1 - \frac{1}{\Gamma'_2}}. \quad (9)$$

Результаты расчета формулы (9) представлены на рис. 3 (кривая 1).

Для случая движения ВК вправо от области инжекции естественно ввести ограничение, что при достижении предельной скорости V_{lim}^R движения ВК отраженный пучок останавливается. Тогда из (7) имеем $\gamma_{\text{lim}}^R = \gamma_{2\text{lim}}$, так как в системе K инжектируемый и отраженный пучки имеют одинаковые γ . Но $\gamma_{2\text{lim}} = \gamma_F$, где $\gamma_F = \sqrt{2\Gamma + 1/4} - 1/2$ есть релятивистский фактор, соответствующий току Федосова. И из (8) получим

$$\Gamma'_2 = \gamma_F^2 + \Gamma\gamma_F - 1. \quad (10)$$

Эти соотношения определяют зависимость предельной скорости движения ВК вправо V_{lim}^R и соответствующего ей релятивистского фактора γ_{lim}^R от Γ'_2 (рис. 3, кривая 2).

Из анализа результатов работы следует, что скоростью движения ВК можно управлять. Инжектируя в двухступенчатую трубу пучок с возрастающим во времени током, можно получить систему с ускоренно движущимся ВК. При этом для использования результатов, полученных в данной работе, необходимо соблюдать условие квазистационарности, т. е. относительно малого изменения величины инжектируемого тока за характерное время пролета электронами трубы дрейфа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 04–02–16527а)

Список литературы

- [1] *Ignatov A.M., Tarakanov V.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. N 3. P. 741.
- [2] *Дубинов А.Е., Ефимова И.Е.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. В. 6. С. 80–86.
- [3] *Гришков А.А., Беломытцев С.Я., Коровин С.Д., Рыжов В.В.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 22. С. 46–52.
- [4] *Дубинов А.Е., Корнилова И.Ю., Селемир В.Д.* // УФН. 2002. Т. 172. № 11. С. 1225–1246.
- [5] *Беломытцев С.Я., Гришков А.А., Коровин С.Д., Рыжов В.В.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 16. С. 16–22.
- [6] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, Гл. ред. ф.-м. лит., 1958.
- [7] *Tarakanov V.P.* User's manual for code Karat. Berkley Research Associate. Inc, Springfield, VA (1992).