04;09

Поверхностная ТМ-волна на границе релятивистски движущейся изотропной бесстолкновительной плазмы

© С.Н. Марышев, Н.С. Шевяхов

Ульяновское отделение Института радиотехники и электроники РАН
E-mail: ufire@mv.ru

Поступило в Редакцию 28 июня 2004 г.

Описаны дисперсионные свойства электромагнитной поверхностной ТМ-волны на границе изотропной бесстолкновительной плазмы, движущейся в вакууме с релятивисткой скоростью. Показано, что аберрационный эффект с выходом волновой нормали поверхностной волны из плоскости границы и поворотом в сторону движения имеет место только в лабораторной системе отсчета. Субрелятивистские проявления движения плазмы состоят в снижении частоты отсечки поверхностной ТМ-волны и, как выражение неразрывной связи пространства — времени, в образовании верхней границы спектра по длинам волн, смещающейся по мере роста скорости плазмы в коротковолновую часть спектра.

Ранее в [1,2] рассматривалось поведение поверхностных ТМ-волн на движущейся границе плазма–вакуум типа бегущего фронта фотоионизации разреженной среды. По формальным признакам данная задача относится к разряду параметрических волновых задач электродинамики [3], в которых принципиален учет релятивистских эффектов. Однако фактически, ввиду конечности времени жизни фотоэлектронов в условиях разреженной среды, принятый способ формирования резкой движущейся границы плазмы (плазма при этом покоится) исключал, если придерживаться геометрического описания границы, возможность учета релятивистских эффектов по причине ее существенного „разбухания" при скоростях, близких к скорости света c. В итоге для исследования приемлемым оказался метод сопоставления электродинамических систем [4] на основе галилеевской связи координат.

С релятивистских позиций интересен случай, когда плазма движется вместе с границей и последнюю, абстрагируясь от причин и способа приведения плазмы в движение, можно считать резкой, независимо от

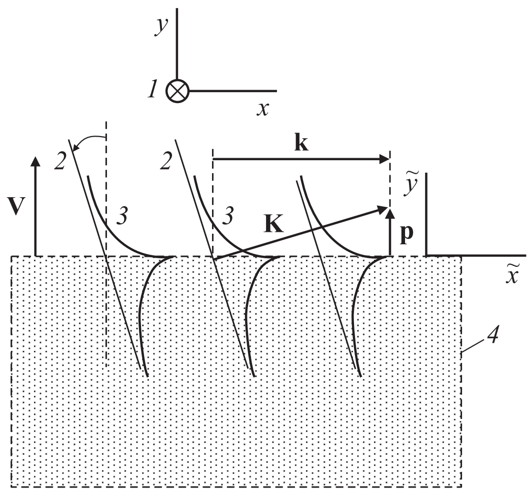

Рис. 1. Геометрия задачи и схематическая картина поверхностной ТМ-волны на границе движущейся плазмы: *1* — приемная антенна и связанная с ней лабораторная система отсчета; *2* — положение отклоненных волновых фронтов с распределением полей *3* поверхностной ТМ-волны; *4* — плазма с попутной системой отсчета.

скорости V движения плазмы по нормали к границе. В данном случае, по сравнению с рассмотренным в [1,2], лабораторная $x0yz$ и попутная $\tilde{x}0\tilde{y}\tilde{z}$ системы отсчета как бы меняются ролями: если в [1,2] плазма в попутной (привязанной к границе) системе отсчета была движущейся, то теперь она в ней покоится. Напротив, в [1,2] лабораторная система отсчета представляла для плазмы систему покоя, тогда как в новой постановке задачи — это система отсчета, где плазма движется со скоростью $\mathbf{V}$ по направлению оси y (рис. 1).

Из сказанного вытекает, что в попутной системе отсчета решение, описывающее поверхностную ТМ-волну на границе движущейся плазмы, по сути дела, известно [5]. Таким образом, остается выяснить характер изменения полей и дисперсии волны при переходе по релятивистским правилам [6] в лабораторную систему отсчета.

Для изотропной бесстолкновительной плазмы в области $\tilde{y} < 0$ электромагнитное поле поверхностной ТМ-волны в попутной системе отсчета определяется, как известно [5], ненулевыми компонентами магнитной напряженности в плазме

$$\widetilde{H}_z = A \exp\left[i(k\tilde{x} - \omega\tilde{t})\right] \exp(s\tilde{y}), \quad \tilde{y} < 0 \tag{1}$$

и вакууме

$$\widetilde{H}_z^{(0)} = B \exp\left[i(k\tilde{x} - \omega\tilde{t})\right] \exp(-s_0\tilde{y}), \quad \tilde{y} > 0. \tag{2}$$

Ненулевые компоненты электрической напряженности поля плазмы $\widetilde{E}_x$, $\widetilde{E}_y$ и вакууме $\widetilde{E}_x^{(0)}$, $\widetilde{E}_y^{(0)}$ получаются подстановкой (1), (2) в уравнения Максвелла и материальные соотношения для плазмы. Выражения (1), (2), где k — волновое число поверхностной ТМ-волны, ω — частота в попутной системе отсчета, s и s_0 — коэффициенты спадания полей в плазму и вакуум с удалением от границы, должны рассматриваться совместно с дисперсионным соотношением

$$s_0 = -\frac{s}{\varepsilon} \tag{3}$$

и равенствами

$$\frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon = k^2 - s^2, \qquad \frac{\omega^2}{c^2} = k^2 - s_0^2, \tag{4}$$

следующими из (1), (2) и уравнений Максвелла.

На основании (3), (4) дисперсионному соотношению придают обычно [5] вид

$$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}}, \tag{5}$$

где в силу (3) на диэлектрическую проницаемость плазмы

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \tag{6}$$

налагают ограничение $\varepsilon < 0$, влекущее более сильное условие $1 + \varepsilon < 0$. Последнее означает наличие частотной отсечки спектра сверху

$$\omega < \frac{\Omega_e}{\sqrt{2}}, \qquad \Omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}. \tag{7}$$

В (6) и (7) Ω_e — плазменная частота, e — элементарный заряд, n_0 — концентрация плазмы, m_e — масса покоя электрона.

Для перехода в лабораторную систему отсчета (в ней координаты 4-мерного пространства — времени и компоненты полей пишем без тильды сверху) воспользуемся преобразованиями Лоренца [6]

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = \frac{y - Vt}{\sqrt{1-\beta^2},} \quad \tilde{z} = z, \quad \tilde{t} = \frac{t - y\beta/c}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{V}{c} \tag{8}$$

и соответствующими формулами релятивистского преобразования полей. Несложно установить, что в лабораторной системе отсчета общая структура полей не претерпевает изменений, а тип поляризации волны сохраняется: $\mathbf{H},\mathbf{H}^{(0)} \parallel z$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}^{(0)} \perp z$. Связи магнитных напряженностей в релятивистски сопоставляемых системах отсчета характеризуются равенствами

$$H_z = \frac{1 - iVs/\omega}{\sqrt{1-\beta^2}}\widetilde{H}_z, \quad H_z^{(0)} = \frac{1 + iVs_0/\omega}{\sqrt{1-\beta^2}}\widetilde{H}_z^{(0)}.$$

Поэтому после предварительной замены координат и времени в (1), (2), согласно (8), получим

$$H_z = H_0^+ \exp\big[i(kx + py - \Omega t)\big] \exp\big[\Gamma(y - Vt)\big], \quad y < Vt, \tag{9}$$

$$H_z^{(0)} = H_0^- \exp\big[i(kx + py - \Omega t)\big] \exp\big[-\Gamma_0(y - Vt)\big], \quad y > Vt. \tag{10}$$

Формулы (9), (10), где с учетом равенства $A = B \equiv H_0$ обозначено

$$H_0^+ = \frac{H_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(1 - i\frac{Vs}{\omega}\right), \quad H_0^- = \frac{H_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(1 + i\frac{Vs_0}{\omega}\right),$$

дают искомое представление поверхностной ТМ-волны в лабораторной системе отсчета. Величина $p = \beta\Omega/c$ определяет аналогично [1,2] поперечную компоненту волнового вектора $\mathbf{K} = \mathbf{k} + \mathbf{p}$. Однако выражаемая ею неколлинеарность поверхностной волны вследствие движения плазмы проявляется только в лабораторной системе отсчета и сопряжена с меньшим, чем в [1,2], доплеровским приращением частоты $\Omega = \omega/\sqrt{1-\beta^2}$. Заметим, впрочем, что сравнение с работами [1,2] корректно только при $\beta \ll 1$, когда указанные различия малы и на первое место, как следствие релятивистского сокращения размеров в направлении движения плазмы, выступает вытекающее из соотношений

$$\Gamma = \frac{s}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \Gamma_0 = \frac{s_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{11}$$

усиление граничной локализации полей волны.

Можно предположить, что коэффициенты Γ и Γ_0 связаны между собой подобно (3), но с измененным (релятивистским) значением ε' вместо ε. Необходимо сразу предостеречь от попытки получения ε' релятивистским преобразованием величин, входящих в формулу (6), так как последняя, по определению полей в попутной системе отсчета, априорно соответствует нерелятивистской связи электрической индукции $\mathbf{D}$ с напряженностью $\mathbf{E}$. Для вывода релятивистского дисперсионного соотношения проще всего воспользоваться вытекающими в силу (9), (10) из материальных соотношений Минковского [6] связями тангенциальных компонент E_x, H_z поля в плазме и $E_x^{(0)}$, $H_z^{(0)}$ — в вакууме. Их отношения образуют импедансы плазмы

$$Z = -\frac{iE_x}{H_z} = c\,\frac{\Gamma + ip}{\Omega}\,\frac{1-\varepsilon\beta^2}{\varepsilon + \beta^2(1-2\varepsilon)} - i\,\frac{(1-\varepsilon)\beta(1-\beta^2)}{\varepsilon + \beta^2(1-2\varepsilon)}$$

и вакуума

$$Z_0 = -\frac{iE_x^{(0)}}{H_z^{(0)}} = c\,\frac{ip - \Gamma_0}{\Omega}$$

для поверхностной ТМ-волны, граничное согласование $Z = Z_0$ которых устанавливает дисперсионное соотношение. Ввиду комплексности величин Z и Z_0 оно формально распадается на два уравнения. Однако равенство мнимых частей сводится к данному выше определению величины p и поэтому удовлетворяется тождественно. Равенство же вещественных частей дает

$$\Gamma_0 = -\frac{\Gamma}{\varepsilon'}, \qquad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon\beta^2} + \beta^2\,\frac{1-2\varepsilon}{1-\varepsilon\beta^2}. \tag{12}$$

Уравнение (12) представляет релятивистский аналог (3) и, поскольку ввиду (11) соотношениям (4) можно придать вид

$$\frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon = k^2 - \Gamma^2(1-\beta^2), \qquad \frac{\omega^2}{c^2} = k^2 - \Gamma_0^2(1-\beta^2),$$

вместо (5) получим из (12)

$$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon - \varepsilon'^2}{1-\varepsilon'^2}}. \tag{13}$$

Дисперсионные свойства поверхностной ТМ-волны необходимо, разумеется, описывать в спектральных переменных Ω, $K = \sqrt{k^2 + p^2}$ или Ω, k (k — представляет инвариант по причине сохранения продоль-

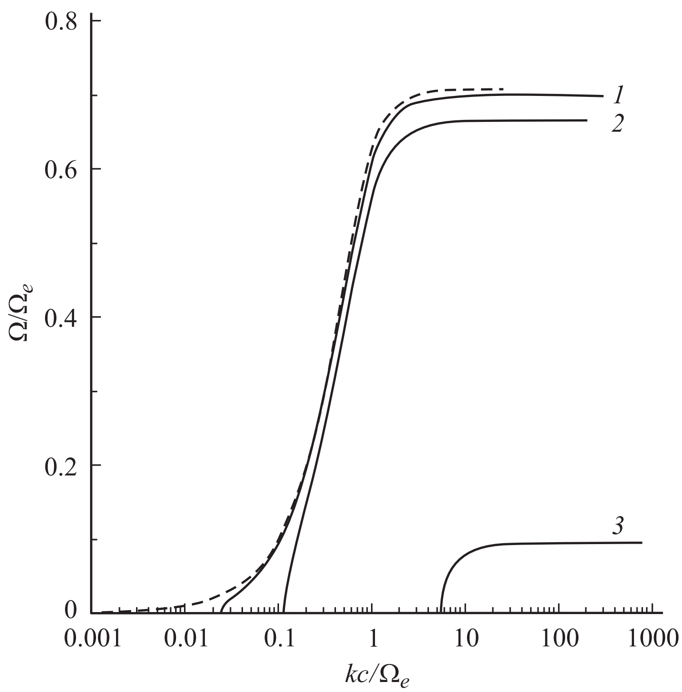

Рис. 2. Дисперсионные спектры поверхностной ТМ-волны на границе движущейся плазмы: *1* — $\beta = 0.15$, *2* — $\beta = 0.3$, *3* — $\beta = 0.575$. Штриховая кривая показывает ход зависимостей $\Omega(k)$ для неподвижной плазмы.

ных размеров при движении плазмы) лабораторной системы отсчета. Соответственно этому в (12), (13) вместо ω следует брать величину $\Omega = \omega\sqrt{1-\beta^2}$.

Характерные ограничения, налагаемые на спектр, видны непосредственно из (13). Так, частота отсечки спектра, определяемая полюсом k при $\varepsilon'^2 = 1$, характеризуется значением

$$\Omega^* = \frac{\Omega_e}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1-3\beta^2}}{1-\beta^2}.$$

При $\varepsilon = \varepsilon'^2$ имеем нуль функции $k = k(\Omega)$, определяющий нижнюю границу волновых чисел k. Ее образование можно рассматривать как проявление неразрывной связи пространства — времени в теории относительности: присущее поверхностным ТМ-волнам ограничение по временно́му фактору, выраженное частотой отсечки, вызывает аналогичное ограничение и по длинам волн.

Для иллюстрации на рис. 2 представлены результаты расчета спектра поверхностной ТМ-волны в субрелятивистском диапазоне $\beta < 1/\sqrt{3}$. Штриховая кривая соответствует неподвижной границе $\beta = 0$, когда $\Omega^* = \Omega_e/\sqrt{2}$. Кривые *1–3* приведены для последовательно возрастающей скорости движения плазмы $\beta = 0.15$, $\beta = 0.3$ и $\beta = 0.575$. В пределе $\beta \to 1\sqrt{3}$ точка зарождения спектральной ветви, опускаясь на ось частот, устремляется в сторону коротких длин волн. Поля H_z и $H_z^{(0)}$ в условиях данного предельного перехода становятся статическими и исчезающе малыми. Добавим в заключение, что отсутствие возвратных участков дисперсионных ветвей, типа описанных в [1,2], напрямую связано с тем, что в рассматриваемых условиях как плазма, так и ее граница имеют одинаковую скорость.

Настоящая работа выполнена по проекту ФЦП „Интеграция“ (код Б 0107).

Список литературы

[1] *Шевяхов Н.С.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 12. С. 40–47.

[2] *Гуляев Ю.В., Колчина Г.А., Шавров В.Г., Шевяхов Н.С.* // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. В. 4. С. 459–466.

[3] *Красильников В.Н.* Параметрические волновые явления в классической электродинамике. С.-Пб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 1996. 300 с.

[4] *Миллер М.А., Сорокин Ю.М., Степанов Н.С.* // УФН. 1977. Т. 121. В. 3. С. 525–538.

[5] *Кондратенко А.Н.* Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1985. 208 с.

[6] *Паули В.* Теория относительности. М.: Наука, 1983. 336 с.