01;05.2

Поглощение электромагнитного излучения неоднородной цилиндрической частицей

© Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов

Московский государственный университет леса,
Московская область, Мытищи-5
E-mail: yushkanov@mtu-net.ru

Поступило в Редакцию 5 марта 2004 г.

Проведено вычисление сечения поглощения электромагнитного излучения в неоднородной цилиндрической частице. Рассмотрен общий случай, когда отношение радиуса диэлектрического ядра к радиусу частицы может принимать произвольные значения. В качестве граничных условий задачи принято условие диффузного отражения электронов от внутренней и внешней поверхностей металлического слоя частицы. Рассмотрены предельные случаи, и проведено обсуждение полученных результатов.

1. Введение. Электромагнитные свойства малых металлических частиц могут существенно отличаться от свойств массивных образцов металла [1]. Если линейный размер R образца металла будет порядка Λ — длины свободного пробега электронов или меньше ее: $R < \Lambda$, то взаимодействие электронов с границей металлического образца начинает оказывать заметное влияние на их отклик на внешнее электромагнитное поле. Следствием этого и являются особые оптические свойства образца (металлической частицы). Поэтому, когда выполняется условие $R < \Lambda$, одна из основных оптических характеристик — сечение поглощения — обнаруживает нетривиальную зависимость от отношения R/Λ. При комнатной температуре в металлах с хорошей проводимостью (алюминий, медь, серебро и др.) длина свободного пробега электронов Λ лежит в следующих характерных пределах: $10 \div 100$ nm. Размеры же экспериментально исследуемых частиц достигают нескольких nm, т. е. ситуация $R < \Lambda$ реализуется.

В качестве аппарата, способного описывать отклик электронов на внешнее электромагнитное поле с учетом взаимодействия электронов с границей образца, может быть использована стандартная кинетическая теория электронов проводимости в металле [2]. В этом случае ограничения на соотношение между длиной свободного пробега электронов и размером образца не накладываются.

Уравнения макроскопической электродинамики применимы лишь в случае „массивных“ образцов: $R \gg \Lambda$. Поэтому известная теория Ми, которая описывает взаимодействие электромагнитной волны с металлическими телами в рамках макроскопической электродинамики, непригодна для описания упомянутого размерного эффекта.

В работах [3,4] была построена теория взаимодействия электромагнитного излучения со сферической частицей. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов проводимости в металле.

В последнее время возрос интерес к проблеме взаимодействия электромагнитного излучения с несферическими частицами [5]. Ряд работ [6–9] был посвящен описанию взаимодействия электромагнитного излучения с цилиндрической частицей, причем во всех вышеперечисленных работах рассматривались только однородные частицы, т. е. не поднимался вопрос о внутренней структуре поглощающих частиц.

Однако в последнее время в литературе появились сообщения об экспериментальных исследованиях частиц со сложной внутренней структурой [10,11]. Такие частицы состоят из диэлектрического (или металлического) ядра, окруженного металлической оболочкой, что, естественно, сказывается на оптических свойствах этих частиц.

В настоящей работе кинетическим методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов проводимости в неоднородной цилиндрической частице (частица из металла с диэлектрическим ядром) на переменное магнитное поле плоской электромагнитной волны. По найденной функции распределения удается рассчитать зависимость сечения поглощения от радиуса частицы и частоты, а также от отношения радиуса ядра к радиусу частицы.

2. Математическая модель и расчет. Рассматривается цилиндрическая частица длины L, состоящая из диэлектрического ядра, радиус которого R_1, окруженного оболочкой из немагнитного металла радиусом R_2 (считаем, что $L \gg R_2$), помещенная в поле плоской электромагнитной волны с частотой ω, которая ограничена сверху частотами ближнего ИК-диапазона ($\omega < 2 \cdot 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$). Принимается, что направление магнитного поля в электромагнитной волне совпадает с осью неоднородного цилиндра. Частица считается малой, что означает $R_2 \ll 2\pi c/\omega$ (c — скорость света в вакууме). Неоднородность внешнего поля волны и скин-эффект не учитываются (предполагается, что $R_2 < \delta$ — глубины скин-слоя). В рассматриваемом диапазоне частот вклад токов дипольной электрической поляризации будет мал по сравнению с вкладом вихревых токов, которые индуцируются внешним магнитным полем волны [3]. Поэтому действие внешнего электрического поля волны не учитывается.

Процесс поглощения энергии электромагнитной волны неоднородной цилиндрической частицей можно описать следующим образом: однородное периодическое по времени магнитное поле волны $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t)$ вызывает появление в частице вихревого электрического поля напряженностью $\mathbf{E}$.

Вихревое электрическое поле воздействует на электроны проводимости в частице и вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0 (предполагается, что ферми-поверхность имеет сферическую форму).

Это приводит к возникновению в частице вихревого тока

$$\mathbf{j} = e\int \mathbf{v} f\,\frac{2d^3(mv)}{h^3} = 2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v, \tag{1}$$

(где h — постоянная Планка, e — заряд, $\mathbf{v}$ — скорость, m — эффективная масса электрона), а также к диссипации в объеме частицы энергии. Энергия $\overline{Q}$, диссипируемая в единицу времени, равна [12]

$$\overline{Q} = \int \overline{(\mathrm{Re}\,\mathbf{E})(\mathrm{Re}\,\mathbf{j})}\, d^3r = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int \mathbf{j}\mathbf{E}^* d^3r, \tag{2}$$

здесь чертой обозначено усреднение по времени, а звездочкой — комплексное сопряжение.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения электронов от равновесной f_0, возникающего под действием вихревого электрического поля. В линейном приближении по внешнему полю функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [2,13]

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v}\,\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v}\mathbf{E})\,\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \tag{3}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор (начало координат выбирается на оси частицы), τ — электронное время релаксации, ε — кинетическая энергия электрона.

Решая уравнение (3) методом характеристик [14], получаем выражение, по которому рассчитывается отклонение f_1 функции распределения электронов (в граничных условиях принято, что отражение электронов от внутренней поверхности металлической оболочки и поверхности ядра носит диффузный характер).

При вычислении интегралов (1), (2) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат ($r_\perp, \varphi, r_z$; полярная ось — ось Z; вектор $\mathbf{H}_0$ параллелен оси Z), так и в пространстве скоростей ($v_\perp, \alpha, v_z$; полярная ось — ось v_z). Ось цилиндра совпадает с осью Z.

Сечение поглощения электромагнитного излучения σ находим, разделив среднюю диссипируемую мощность $\overline{Q}$ (см. (2)) на средний поток энергии в волне $cH_0^2/8\pi$:

$$\sigma = \frac{1}{2}\,\frac{8\pi}{cH_0^2}\,\mathrm{Re}\left\{\int j_\varphi E_\varphi^* d^3r\right\}. \tag{4}$$

Проведенный расчет показывает, что сечение поглощения (4) вытянутой неоднородной цилиндрической частицы можно представить в виде

$$\sigma = \sigma_0(F_1 + F_2), \tag{5}$$

где

$$\sigma_0 = \frac{3\pi n e^2 v_f R_2^3 L}{mc^3}, \tag{6}$$

$$F_1 = \mathrm{Re}\left\{2y^2 \int\limits_K^1 \xi^3 d\xi \right.$$
$$\left. \times \int\limits_0^1 \int\limits_{\alpha_0}^{\pi} \frac{\rho^3}{\sqrt{1-\rho^2}}\,\frac{\big(1-\exp(-z\eta/\rho)\big)}{z}\,\sin^2\alpha\, d\rho\, d\alpha\right\}, \tag{7}$$

$$F_2 = \mathrm{Re}\left\{2y^2 \int\limits_K^1 \xi^3 d\xi \right.$$
$$\left. \times \int\limits_0^1 \int\limits_0^{\alpha_0} \frac{\rho^3}{\sqrt{1-\rho^2}}\,\frac{\big(1-\exp(-z\psi/\rho)\big)}{z}\,\sin^2\alpha\, d\rho\, d\alpha\right\}. \tag{8}$$

В формуле (6) n — концентрация электронов проводимости, v_f — скорость Ферми.

В формулах (7) и (8) мы ввели новые переменные:

$$\xi = \frac{r_\perp}{R_2}, \quad \rho = \frac{v_\perp}{v_f}, \quad K = \frac{R_1}{R_2}, \quad z = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega\right)\frac{R_2}{v_f} = x - iy,$$

$$\alpha_0 = \arccos\left(\sqrt{1 - \frac{K^2}{\xi^2}}\,\right), \quad \psi = \left(\xi\cos\alpha - \sqrt{K^2 - \xi^2\sin^2\alpha}\,\right),$$

$$\eta = \left(\xi\cos\alpha + \sqrt{1 - \xi^2\sin^2\alpha}\,\right).$$

Когда $K \to 0$ ($\alpha_0 \to 0$), из (5) следует, что

$$\sigma = \sigma_0 F(x,y) = \sigma_0 \operatorname{Re}\left\{2y^2 \int\limits_0^1 \xi^3\,d\xi \right.$$
$$\left. \times \int\limits_0^1 \int\limits_0^\pi \frac{\rho^3}{\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\big(1 - \exp(-z\eta/\rho)\big)}{z} \sin^2\alpha\,d\rho\,d\alpha\right\}. \quad (9)$$

Это выражение совпадает с результатом, полученным в работе [7], для однородной вытянутой цилиндрической частицы из металла.

Численный расчет безразмерного сечения поглощения $F(x,y,K)$ неоднородной вытянутой цилиндрической частицы представлен на рис. 1, 2.

3. Обсуждение полученных результатов. На рис. 1 представлены зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты внешнего поля y. Рисунок выполнен для свободного электронного случая, когда безразмерная обратная длина свободного пробега электронов x в металлической оболочке частицы очень мала ($x = 0$), при этом отношение радиуса ядра к радиусу частицы K разное для каждой кривой на рисунке. Из анализа хода кривых следует, что особенностью поведения безразмерного сечения поглощения является сдвиг по фазе для кривых, построенных при различных значениях K, и сглаживание осцилляций частотной зависимости с увеличением этого отношения (из-за уменьшения объема металла в частице). При больших частотах внешнего поля ($y \gg 1$) основной вклад в поглощение вносят электроны, находящиеся в узких слоях металла вблизи отражающих цилиндрических поверхностей внутри частицы (толщина этих слоев $1 \sim v_f/\omega$).

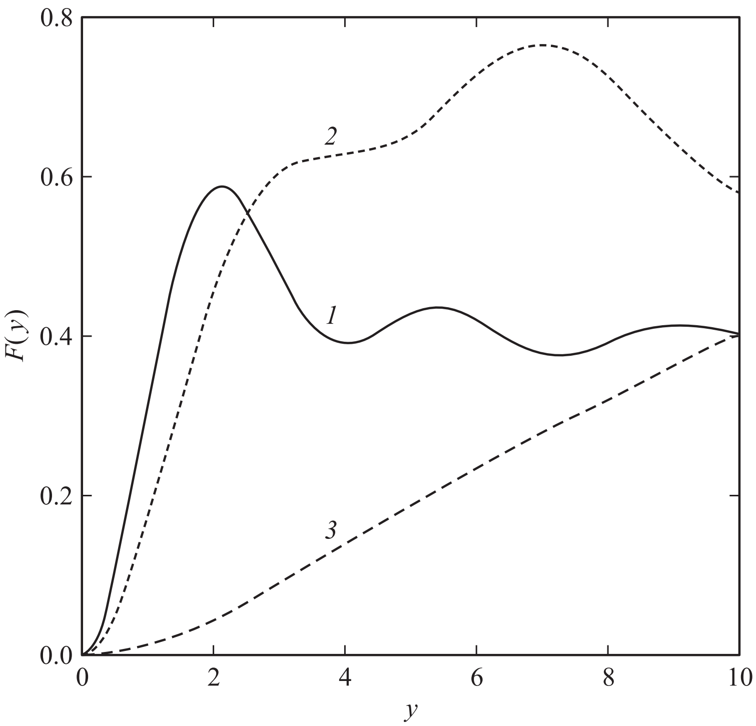

Рис. 1. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты y: *1* — $(x = 0, K = 0.3)$, *2* — $(x = 0, K = 0.71)$, *3* — $(x = 0, K = 0.95)$.

Поэтому при больших частотах сечение поглощения увеличивается с ростом параметра K, несмотря на то что в этом случае объем металла в частице уменьшается. Дело в том, что при этом становятся больше площадь поверхности, на которой происходит рассеяние электронов, и, следовательно, объем поглощающего слоя. Максимум безразмерного сечения поглощения при малых x $(x \ll 1)$ соответствует случаю, когда время пролета электронов между двумя отражающими поверхностями близко к периоду внешнего электромагнитного поля.

Для анализа зависимости безразмерного сечения поглощения F от отношения радиуса ядра к радиусу частицы K воспользуемся рис. 2, на

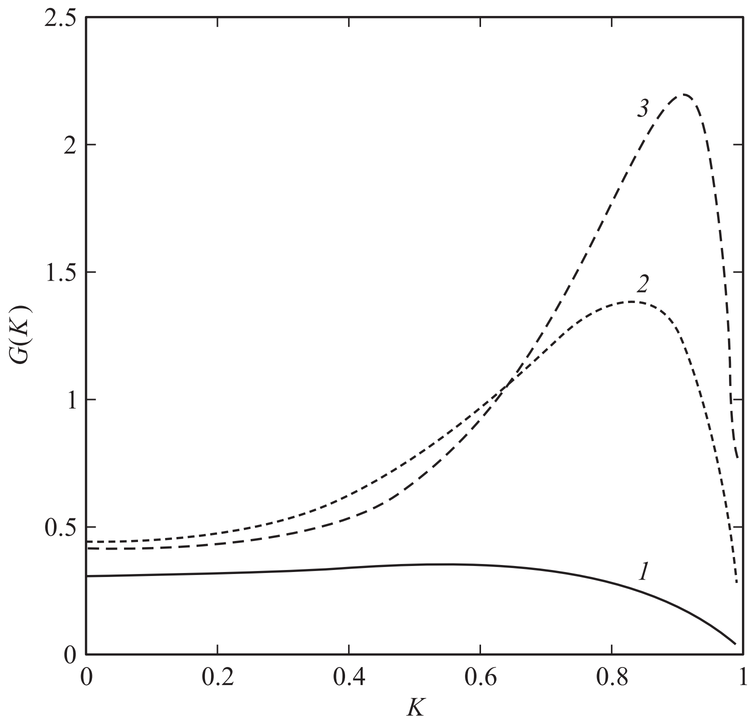

Рис. 2. Зависимость величины G от отношения радиуса ядра к радиусу частицы K: *1* — ($x = 0$, $y = 1$), *2* — ($x = 0$, $y = 3$), *3* — ($x = 0$, $y = 5$).

котором приведено безразмерное сечение поглощения цилиндрической металлической частицы с диэлектрическим ядром, приходящееся на единицу объема металла $G(K)$ в частице (удельное сечение поглощения):

$$G(K) = \frac{F(K)}{1 - K^2}.$$

Легко заметить нетипичное поведение удельного сечения поглощения для случая цилиндрических частиц, имеющих внешнюю оболочку из чистого металла (электроны в таких металлах обладают большой длиной свободного пробега), или для очень мелких цилиндрических частиц, когда выполняется условие $x \ll 1$. У таких частиц в широком диапазоне значений K удельное сечение поглощения может быть больше даже при меньшей частоте внешнего поля. С ростом x удельное сечение поглощения становится монотонно возрастающей функцией частоты внешнего поля (напряженность вихревого электрического поля прямо пропорциональна частоте внешнего электромагнитного поля). При значениях K, близких к единице, удельное сечение поглощения невелико на всех частотах потому, что цилиндрическая металлическая оболочка частицы очень тонкая и электроны при своем движении между поверхностями оболочки не успевают существенно ускориться внешним электромагнитным полем (при этом плотность тока в оболочке стремится к нулю).

Список литературы

[1] *Петров Ю.И.* Физика малых частиц. М.: Наука, 1984. Гл. 7.

[2] *Займан Дж.* Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. Гл. 11.

[3] *Лесскис А.Г., Пастернак В.Е., Юшканов А.А.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. № 1. С. 310–317.

[4] *Лесскис А.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Поверхность. 1987. № 11. С. 115–121.

[5] *Томчук П.М., Томчук Б.П.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. В. 2 (8). С. 661–678.

[6] *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. В. 11. С. 114–118.

[7] *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Опт. и спектр. 2002. Т. 92. № 5. С. 851–856.

[8] *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 3. С. 16–22.

[9] *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. № 5. С. 1112–1120.

[10] *Averitt R.D., Westcott S.L., Halas N.J.J.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 1999. V. 16. N 10. P. 1824–1832.

[11] *Henglein A.* // J. Phys. Chem. B. 2000. V. 104. N 10. P. 2201–2203.

[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. С. 664.

[13] *Харрисон У.* Теория твердого тела. М.: Мир, 1972.

[14] *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. Гл. 2.