

01;10

Управление хаосом в электронном пучке со сверхкритическим током в гидродинамической модели диода Пирса

© А.А. Короновский, И.С. Ремпен, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 27 мая 2003 г.

Исследуется возможность управления хаосом в электронном пучке со сверхкритическим током в гидродинамической модели диода Пирса с помощью непрерывной обратной связи; предлагается методика управления хаотической динамикой через стабилизацию неустойчивого состояния равновесия в распределенной активной среде.

Диод Пирса [1,2] является одной из простейших пучково-плазменных систем, демонстрирующих сложную хаотическую динамику [2–6]. Он представляет собой две бесконечных плоских параллельных сетки, пронизываемые моноэнергетическим на входе электронным потоком. Сетки, ограничивающие систему, заземлены и находятся на расстоянии L друг от друга. Плотность заряда ρ_0 и скорость v_0 на входе в систему поддерживаются постоянными. Пространство между сетками равномерно заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью заряда $|\rho_i/\rho_0| = 1$. Динамика подобной системы определяется единственным управляющим параметром $\alpha = \omega_p L/v_0$, называемым параметром Пирса (ω_p — плазменная частота электронного пучка). Известно, что неустойчивость возникает в диоде Пирса при $\alpha > \pi$ [1–3]. В системе образуется виртуальный катод, от которого отражается часть электронного потока обратно к плоскости инжекции. Однако при величине $\alpha \sim 3\pi$ возможно полное прохождение электронного потока [2]. В последнем случае рост неустойчивости Пирса ограничивается нелинейностью в системе, и в диоде наблюдается режим полного прохождения потока и существует возможность описания пролетного

промежутка со сверхкритическим током в рамках гидродинамического подхода.

В работах [2,4–6] была исследована сложная динамика электронного потока в гидродинамической модели диода Пирса, в частности, при уменьшении параметра Пирса в диапазоне $\alpha \in (2.85, 2.90)$ в системе наблюдается каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся установлением режимов развитых хаотических колебаний [2,4,5]. Вызывает значительный интерес возможность управления хаотическими режимами колебаний в пучке со сверхкритическим током в диоде Пирса [7–9].

В работе предлагается эффективный способ управления хаотической динамикой распределенной автоколебательной системы (диола Пирса), связанный со стабилизацией неустойчивого состояния равновесия системы с помощью введения непрерывной запаздывающей обратной связи (ОС). Подобные схемы управления хаосом широко исследуются применительно к нелинейным системам с малым числом степеней свободы [10–14], работ по управлению хаосом и стабилизацией неустойчивых состояний распределенных систем существенно меньше. При этом отметим, что рассматриваемые схемы стабилизации пространственно-временного хаоса в распределенных активных средах весьма сложно реализуемы на практике (см., например, [15,16]), что является достаточно сильным их недостатком при экспериментальном исследовании управления хаотической динамикой электронно-плазменных систем.

Предложенная в работе схема управления с непрерывной ОС в приложении к рассматриваемой распределенной автоколебательной пучково-плазменной системе имеет ряд преимуществ по сравнению с классическими схемами управления хаоса, основанными на быстром изменении управляющего параметра (алгоритм Е. Отта, К. Гребоджи, Дж. Йорке [10]). В первую очередь это определяется тем, что на сверхвысоких частотах невозможно быстрое определение и изменение управляющего параметра. Одновременно важную роль играет распределенность рассматриваемой системы, что не позволяет по всей длине систем быстро управлять каким-либо параметром.

Динамика электронного потока в диоде Пирса в рамках гидродинамического приближения описывается самосогласованной системой уравнения движения, непрерывности и Пуассона относительно безраз-

мерных переменных [2]

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \alpha^2(\rho - 1), \quad (1)$$

с граничными условиями: $v(0, t) = 1$, $\rho(0, t) = 1$, $\varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0$. В уравнениях (1) гидродинамической теории диода Пирса использованы безразмерные переменные потенциала поля пространственного заряда φ , плотности ρ , скорость электронного потока v , пространственной координаты x и времени t , которые связаны с размерными переменными соотношениями $\varphi' = (v_0^2/\eta)\varphi$, $\rho' = \rho_0\rho$, $v' = v_0v$, $x' = Lx$, $t' = (L/v_0)t$, где штрихом обозначены размерные величины, η — удельный заряд электрона.

Исследуемая система (1) имеет неустойчивое однородное состояние равновесия, соответствующее следующим распределениям величин: $\bar{v}(x) = 1.0$, $\bar{\rho}(x) = 1.0$, $\bar{\varphi}(x) = 0.0$. Для стабилизации неустойчивого состояния равновесия в режиме хаотической динамики использовалась следующая схема управления пространственно-временным хаосом с помощью непрерывной внешней ОС. Непрерывная ОС осуществлялась с помощью изменения значения потенциала на правой границе системы:

$$\varphi(x = 1.0, t) = f_{fb}(t) = K(\rho(x_{fix}, t) - \rho(x_{fix}, t - d)), \quad (2)$$

где K — коэффициент ОС и d — длительность задержки в цепи ОС. В формуле (2) величина $\rho(x_{fix}, t)$ представляет собой колебания плотности пространственного заряда в фиксированной точке $x = 0.2L$ пространства. В случае установления режима стабилизации неустойчивого состояния, когда система находится точно на неустойчивом состоянии равновесия, сигнал обратной связи f_{fb} будет сравним с уровнем шумов.

Результаты по управлению хаосом (стабилизации неустойчивого состояния равновесия) в распределенной автоколебательной пучково-плазменной системе (1) с помощью вышепредложенной схемы с непрерывной ОС (2) представлены на рис. 1 для режима развитых хаотических колебаний. Показаны временные реализации колебаний плотности $\rho(x_{fix}, t)$ пространственного заряда нестабилизируемой системы, колебаний плотности $\rho_s(x_{fix}, t)$ заряда в стабилизируемой системе (при включении ОС) и сигнала $f_{fb}(t)$ в цепи непрерывной ОС с параметрами $K = 0.8$ и $d = 0.15$. Стрелкой и штриховой линией показаны моменты

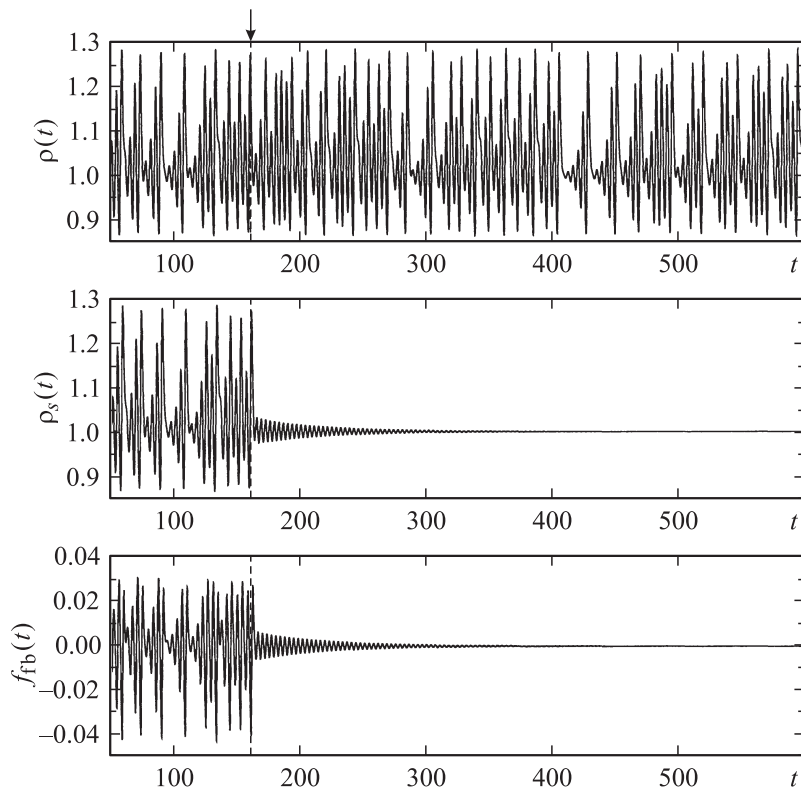


Рис. 1. Временные реализации колебаний $\rho(x_{fix}, t)$ в нестабилизируемой системе (верхний рисунок), $\rho_s(x_{fix}, t)$ в стабилизируемой системе (средний рисунок) и сигнал $f_{fb}(t)$ в цепи ОС (нижний рисунок) для режима хаотических колебаний ($\alpha = 2.857\pi$). Стрелкой отмечен момент включения сигнала ОС.

времени включения ОС. До момента включения ОС система демонстрирует хаотические колебания со значительной амплитудой. Однако после включения ОС в распределенной автоколебательной системе наблюдается быстрое уменьшение амплитуды колебаний в системе, заканчивающееся стабилизацией неустойчивого состояния равновесия. После короткого переходного процесса управляющий сигнал в цепи ОС относительно мал по сравнению с сигналом до начала стабилизации

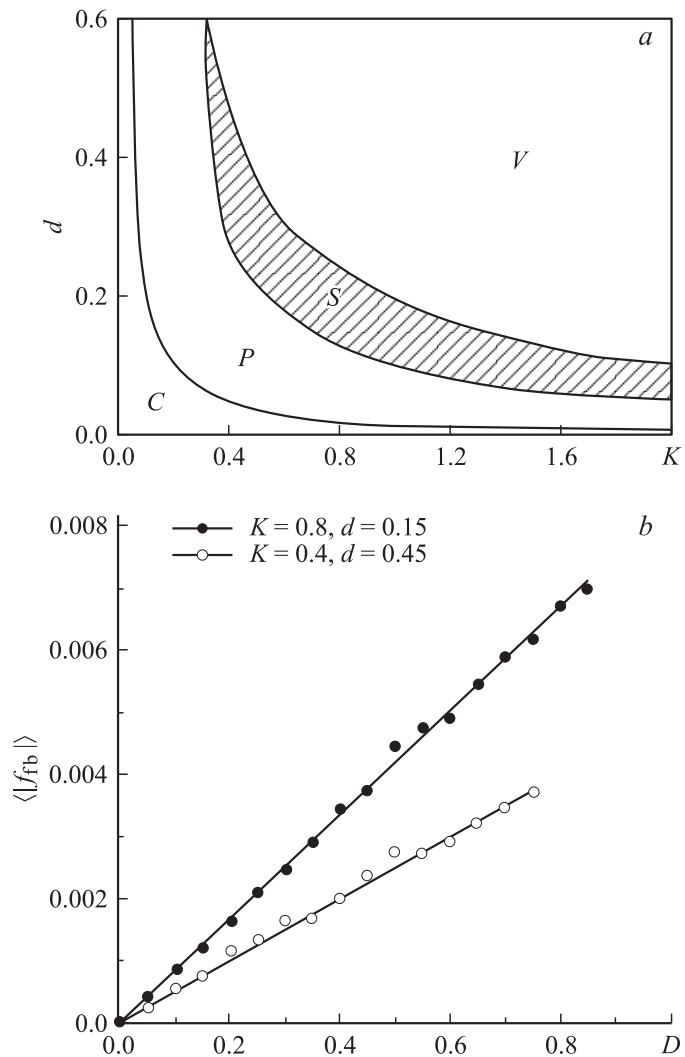


Рис. 2. Карты режимов колебаний в стабилизируемой внешней ОС распределенной системе на плоскости управляющих параметров (K, d) для режима хаотических колебаний ($\alpha = 2.857\pi$). Заштрихована область стабилизации неустойчивого состояния равновесия (a). Зависимость среднего значения сигнала ОС $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ от амплитуды D шума при различных значениях параметров ОС (b).

(он составляет менее 0.01% по амплитуде). Последнее означает, что в предложенной и рассмотренной схеме реализуется управление хаосом (стабилизация неустойчивого состояния системы) за счет ОС с весьма малой амплитудой управляющего сигнала.

Важным вопросом является определение области значений параметров K и d ОС, в которой возможно управление хаосом в пучково-плазменной системе. Последние показаны на рис. 2, *a* для режима развитых хаотических колебаний ($\alpha = 2.857\pi$). Из рисунка видно, что при малых коэффициентах ОС K в системе имеют место хаотические колебания, подобные наблюдающимся в системе без управляющей ОС (область S на рис. 2, *a*). С ростом величины K наблюдается разрушение хаотических колебаний и установление периодических автоколебаний (область P). При этом сигнал ОС не мал, поэтому данный режим динамики нельзя считать режимом управления хаоса. Действительно, в этом случае амплитуда колебаний в цепи ОС того же порядка, что и амплитуда колебаний f_{fb} до момента включения ОС. С дальнейшим увеличением K имеет место установление режима управления хаосом, когда в системе стабилизируется неустойчивое состояние равновесия и система ведет себя так, как это изображено на рис. 1.

Ширина области S управления хаосом на карте режимов сильно зависит и от длительности задержки d . Существуют пороговые значения длительностей d_1 и d_2 , так что только в диапазоне $d \in (d_1, d_2)$ наблюдается установление режима стабилизации неустойчивого состояния равновесия. При больших величинах d и K возникают отражения электронов в пучке (область V на рис. 2, *a*), когда исходные уравнения гидродинамической теории диода Пирса оказываются не справедливы [2].

Возникает вопрос о стабилизации неустойчивого состояния равновесия в присутствии флуктуаций в системе. Для исследования влияния флуктуаций на управление хаосом феноменологически заменим уравнение движения (1) на стохастическое дифференциальное уравнение с распределенным источником белого шума

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + D\xi(x, t), \quad (3)$$

где $\langle \xi(x, t) \rangle = 0$, $\langle \xi(x, t)\xi(x', t') \rangle = \delta(x - x')\delta(t - t')$, D — амплитуда белого шума.

Зависимость среднего значения сигнала ОС $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ от амплитуды D шума при двух различных значениях коэффициента K ОС показаны на рис. 2, *b*. Скобки $\langle \cdot \rangle$ означают усреднение во времени. Рис. 2, *b* был построен для режима развитого хаоса при параметре Пирса $\alpha = 2.857\pi$. Управляющий сигнал ОС направляет систему к требуемому стабилизируемому состоянию даже при значительном шуме, сравнимом с амплитудой сигнала $\rho(x_{fix}, t)$. Присутствие шума приводит только к увеличению амплитуды управляющего сигнала в цепи ОС $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ и флуктуациям системы возле состояния равновесия с амплитудой порядка D .

Амплитуда $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ сигнала в цепи ОС, как видно из рис. 2, *b*, растет линейно с ростом амплитуды шума D , и тем больше, чем больше коэффициент K ОС. Отметим, что длительность задержки в цепи непрерывной стабилизирующей ОС оказывает слабое влияние на величину $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$.

Таким образом, в работе предложен метод управления хаосом в распределенной активной среде со сверхкритическим током с помощью цепи непрерывной обратной связи в гидродинамической модели диода Пирса. Предложенный метод управления хаосом позволяет стабилизировать неустойчивое состояние равновесия в распределенной системе за счет введения внешней ОС, которая требует очень небольшого возмущения для достижения стабилизации неустойчивого состояния.

Работа поддержана РФФИ (проект 02-02-16351), а также научно-образовательным центром „Нелинейная динамика и биофизика“ при Саратовском госуниверситете им. Н.Г. Чернышевского (грант REC-006 of U.S. Civilian Research & Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF)).

Список литературы

- [1] *Pierce J.* // J. Appl. Phys. 1944. V. 15. P. 721.
- [2] *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. М.: Наука, Физматлит, 2003.
- [3] *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
- [4] *Godfrey B.B.* // Phys. Fluids. 1987. V. 30. P. 1553.

- [5] *Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И.* // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. С. 2251.
- [6] *Matsumoto H., Yokoyama H.* // Phys. Plasmas. 1996. V. 3 (1). P. 177.
- [7] *Ремпен И.С., Храмов А.Е.* // Изв. РАН. Сер. физич. 2001. Т. 65. В. 12. С. 1689.
- [8] *Храмов А.Е., Ремпен И.С.* // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. В. 6. С. 732.
- [9] *Friedel H., Grauer R., Spatckek K.H.* // Phys. Plasmas. 1998. V. 5 (9). P. 3187.
- [10] *Ott E., Grebogi C., Yorke J.A.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64 (11). P. 1196.
- [11] *Pyragas K.* // Phys. Lett. A. 1992. V. 181. P. 203.
- [12] *Chen Y.H., Chou M.Y.* // Phys. Rev. E. 1994. V. 50 (3). P. 2331.
- [13] *Kaart S., Schouten J.C., van der Bleek C.M.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59 (5). P. 5303.
- [14] *Kouomou Y.C., Wofo P.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 036205.
- [15] *Gang Hu, Zhilin Qu.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72 (1). P. 68.
- [16] *Boccaletti S., Bragard J., Arecchi F.T.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59 (6). P. 6574.
- [17] *Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.-M.* // Phys. Rev. A. 1976. V. 14. P. 2338.