## 03 Температурные волны в горизонтальном слое жидкости, охлаждаемом сверху

## © И.А. Ермолаев, А.И. Жбанов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского E-mail: ZhbanovAl@info.sgu.ru

## Поступило в Редакцию 12 мая 2003 г.

Волны теплового пограничного слоя получены при численном моделировании естественной термогравитационной конвекции в бесконечном горизонтальном плоском слое жидкости, охлаждаемом сверху. Механизм генерации волн связан с потерей устойчивости и периодическим отрывом верхнего слоя более тяжелой "холодной" жидкости (проникающая конвекция).

Развивающиеся в конвективном течении возмущения могут иметь форму движущихся по потоку периодических волн теплового пограничного слоя. Такие волны, возникающие при термогравитационной конвекции, наблюдались экспериментально [1,2] и моделировались численно [3] в вертикальном слое. В [4] исследовались аналогичные волны в наклонных слоях, в [5,6] температурные волны наблюдались экспериментально и в [7,8] были получены при численном моделировании в условиях замкнутого пограничного слоя.

В настоящей работе колебательные режимы, сопровождающиеся генерацией температурных волн пограничного слоя, получены при численном моделировании термоконвекции в горизонтальном слое жид-кости, охлаждаемом сверху. Рассматриваемая задача является задачей Рэлея—Бенара в постановке, отличной от классической: нижняя граница поддерживается при постоянной температуре, на верхней границе задан постоянный равномерный отток тепла, границы слоя — твердые и непроницаемые.

Для определения полей течения и температур использовался безразмерный вид нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска, записанных в переменных "вихрь скорости функция тока — температура" [9]. В качестве масштабов расстояния, времени, скорости и температуры были выбраны соответственно H,  $H^2/\nu$ ,  $\nu/H$ ,  $q_0H/\lambda$ , где H — толщина слоя,  $\nu$  — коэффициент кине-

21

матической вязкости жидкости,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности жидкости,  $q_0$  — масштаб потока тепла. Бесконечный слой моделировался конвективной ячейкой с горизонтальным размером *L*, на боковых границах которой были заданы условия симметрии. На горизонтальных границах обеспечивались условия "прилипания".

Задача решалась методом конечных элементов Галеркина (слабая формулировка). Температура, вихрь скорости и функция тока аппроксимировались линейной комбинацией не зависящих от времени базисных функций (функций формы) на линейных треугольных конечных элементах. Для временной аппроксимации использовалась полностью неявная схема. Уравнения Буссинеска решались последовательно, каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры, затем по формуле Вудса определялись граничные условия для вихря скорости и решалось соответствующее уравнение, далее поле вихря скорости корректировалось и определялось поле функции тока. Алгоритм решения реализован в виде конечно-элементной программы и использовался в [10].

Расчеты проведены для жидкости с числом Прандтля  $\Pr = 100$ ( $\Pr = \nu/\chi$ , где  $\chi$  — коэффициент температуропроводности). Безразмерная температура нижней границы  $\theta = 0$ , безразмерная плотность теплового потока на верхней границе  $q_0 = -1$ . Варьировалась величина модифицированного числа Грасгофа ( $\operatorname{Gr} = g_y \beta q_0 H^4 / \lambda v^2$ , где  $g_y$  — составляющая ускорения силы тяжести поперек слоя,  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения) и величина L/H.

В начальный момент времени в равновесном слое жидкости задавалось тепловое возмущение специального вида, формулирующее двухвихревое течение в конвективной ячейке, при котором более "нагретые" объемы жидкости поднимались вдоль боковых границ, а более "холодные" — опускались в центре. При небольших значениях Gr и L/H устанавливалась стационарная пространственно-периодическая "роликовая" конвекция. Рост числа Грасгофа и относительной протяженности ячейки приводил к появлению и увеличению асимметрии вихрей. Наконец, при Gr = 50 и L/H = 2.75 на этапе установления появлялись волны теплового пограничного слоя. По мере охлаждения слоя волны затухали, и только при Gr  $\ge 250$  и  $L/H \ge 3.25$  устанавливался автоколебательный режим. Сравнительно низкая величина числа Грасгофа Gr = 250 при Pr = 100 позволяет считать течение двумерным. Дальнейшее увеличение параметра L/H приводило к разрушению





**Рис. 1.** Мгновенные значения поля температур (a) и поля течения (b), Gr = 250, L/H = 3.

двухвихревого течения и формированию течения с тремя или четырьмя вихрями в ячейке уже при L/H = 3.5.

Следует отметить, что механизм генерации температурных волн пограничного слоя в данной задаче связан с циклическим отрывом конвективных элементов (так называемых "термиков") от охлаждаемой поверхности и обусловен неустойчивостью верхнего, более тяжелого слоя "холодной" жидкости. При этом температурные волны появлялись при достаточной протяженности конвективной ячейки, т.е. при достаточно большом горизонтальном размере одного из вихрей, что связано с относительно медленным ростом колебательных возмущений. Таким образом, область существования режима автоколебаний, сопровождающихся генерацией температурных волн пограничного слоя, в пространстве параметров Gr и L/H достаточно мала. Она ограничена по L/H медленным ростом колебательных возмущений, и неустойчивостью вихрей с большим горизонтальным размером — с другой.

На рис. 1 представлены изотермы (*a*) и линии тока (*b*) полей температуры и течения в некоторый момент времени на этапе уста-



**Рис. 2.** Временная зависимость минимума температуры, Gr=250, L/H = 3.25.

новления при Gr = 250, L/H = 3. Минимум температуры расположен на верхней границе слоя в основании "термика" (отмечен стрелкой сверху). Формулировка и параметры задачи обеспечивают существование достаточно тонкого теплового пограничного слоя вблизи нижней границы (рис. 1, *a*), который становится неустойчивым по отношению к тепловым возмущениям, вызванным периодическим отрывом и обрушением более "холодной" и, следовательно, тяжелой жидкости. На рис. 1 показаны момент движения (справа налево) двух волн и начало формирования третьей (отмечены стрелками на нижней границе). Скорость волн составляет приблизительно 6 безразмерных единиц (для слоя трансформаторного масла толщиной  $10^{-2}$  m скорость порядка  $6 \times 10^{-4}$  m/s).

На рис. 2 показаны установившиеся колебания минимума безразмерной температуры. Период колебаний, соответствующий периоду генерации "термиков", составляет приблизительно 0.5 единиц безразмерного времени (для слоя трансформаторного масла толщиной  $10^{-2}$  m период порядка 50 s).

## Список литературы

- [1] Hart J.E. // J. Fluid Mech. 1971. V. 47. N 3. P. 547–576.
- [2] Кирдяшкин А.Г., Леонтьев А.И., Мухина Н.В. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 5. С. 170–174.
- [3] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Сорокин Л.Е., Тарунин Е.Л. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 1. С. 94–101.
- [4] Бирих Р.В., Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Рудаков Р.Н. // Гидродинамика.
  В. 5. Пермь: Перм. ун-т, 1974. С. 139–148.
- [5] Shaidurov G.F. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1961. V. 2. N 4. P. 280-282.
- [6] Зимин В.Д., Шайдуров В.Г. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 188–190.
- [7] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Тарунин Е.Л. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 5. С. 56–62.
- [8] Winters K.H. // J. Heat Transfer. 1987. V. 109. N 4. P. 894–900.
- [9] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970. 392 с.
- [10] Ермолаев И.А., Жбанов А.И. // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75. № 5. С. 96–99.