

01;07

О скорости распространения частотно-модулированного сигнала в сильно диспергирующей среде

© Н.С. Бухман

Самарская государственная архитектурно-строительная академия
E-mail buhman@ssaba.smr.ru

Поступило в Редакцию 31 марта 2003 г.

Показано, что скорость распространения узкополосного частотно-модулированного сигнала в среде с дисперсией поглощения или усиления может существенно отличаться от групповой скорости, с которой в той же среде распространяется узкополосный сигнал без частотной модуляции. В частности, скорость распространения частотно-модулированного сигнала может быть сверхсветовой или отрицательной даже тогда, когда групповая скорость сигнала в данной среде меньше световой.

1. В последнее время значительно возрос интерес к скорости распространения волнового пакета в сильно диспергирующей среде (см., например, [1–3] и цит. там литературу). В первую очередь этот интерес связан с такими эффектами, как перемещение максимума волнового пакета со сверхсветовой или отрицательной групповой скоростью, а также с возможностью „саморегенерации“ частично переданного сигнала. При этом обычно с групповой скоростью сигнала отождествляется скорость перемещения его максимума. В настоящем сообщении показывается, что при распространении частотно-модулированных сигналов в сильно диспергирующей среде это отождествление в общем случае неправомерно, т.е. частотно-модулированный сигнал может распространяться со скоростью, существенно отличающейся (в большую или меньшую сторону) от групповой скорости сигнала в данной среде. В результате оказывается, что в сильнодиспергирующей среде перечисленные выше три эффекта могут иметь место не только при аномальной (положительной), но и при нормальной (отрицательной) дисперсии. Оказывается также, что скоростью распространения частотно-модулированного

сигнала (а следовательно, и перечисленными эффектами) можно управлять, меняя характер частотной модуляции сигнала.

Дело в том, что сильная дисперсия вещественного показателя преломления среды сопровождается (в соответствии с соотношениями Крамерса–Кронига [4]) сильной дисперсией показателя поглощения (или усиления) среды. Поэтому сильно диспергирующая среда, строго говоря, всегда является селективно поглощающей или усиливающей, и при изучении распространения волнового пакета в такой среде необходимо учитывать не только дисперсию вещественного показателя преломления среды, но и дисперсию показателя поглощения или усиления среды. Проще всего это можно сделать с использованием понятия комплексной групповой скорости [2,3,5] или, что то же самое, с использованием понятия комплексного времени задержки сигнала.

2. Рассмотрим распространение узкополосного сигнала $E(z, t)$ с частотой несущей ω_1 и комплексной огибающей $A(z, t)$ в однородной изотропной среде вдоль оси z :

$$E(z, t) = A(z, t) \exp(-i\omega_1 t) + A^*(z, t) \exp(i\omega_1 t). \quad (1)$$

Пусть волновой пакет распространяется в среде с показателем преломления $n(\omega) = n_0 + \Delta n(\omega)$, где $\Delta n(\omega)$ — комплексная добавка к показателю преломления среды, обусловленная спектральной линией усиления с центральной частотой ω_0 , а n_0 — фоновое (нерезонансное) значение показателя преломления среды, слабо зависящее от частоты света вблизи ω_0 .

Введем некоторые обозначения. Пусть $\alpha_0 \equiv i(\omega_0/c)\Delta n(\omega_0)$ — коэффициент усиления света по амплитуде в центре спектральной линии ω_0 ; $g(\Omega) \equiv ik\alpha_0^{-1}\Delta n(\omega_0 + \Omega)$ — нормированный на 1 в центре спектральной линии ω_0 комплексный форм-фактор линии (Ω — отстройка частоты волны от центральной частоты спектральной линии, $\omega \equiv \omega_0 + \Omega$); $\xi \equiv \alpha_0 z$ — оптическая толщина слоя вещества толщиной z ; $\Omega_0 = \omega_1 - \omega_0$ сдвиг частоты несущей сигнала ω_1 относительно центра спектральной линии ω_0 .

В [2,3] в приближении комплексной групповой скорости получено следующее выражение для комплексной огибающей $A(z, t)$ волнового пакета произвольной формы, прошедшего через слой диспергирующей среды толщиной Z :

$$A(z, t) = \exp(ik_0 n(\omega_0)z + \xi g(\Omega_0))A^{(0)}(t - \tau(z)). \quad (2)$$

В (2) $A^{(0)}(t) \equiv A(0, t)$ — временная зависимость сигнала на границе слоя среды (т.е. при $z = 0$), а величина комплексного времени задержки сигнала $\tau(z)$ определяется соотношениями

$$\tau(z) \equiv \tau_0 + \tau_r + i\tau_i \equiv z/v_{gr}^{compl}, \quad \tau_0 \equiv z/v_{ph}, \quad v_{ph} \equiv c/n_0,$$

$$\tau_r \equiv \xi \frac{\partial(\operatorname{Im} g(\Omega_0))}{\partial \Omega_0}, \quad \tau_i \equiv -\xi \frac{\partial(\operatorname{Re} g(\Omega_0))}{\partial \Omega_0}. \quad (3)$$

В (3) параметр τ_0 имеет смысл вакуумного времени задержки сигнала и всегда положителен. Параметр τ_r имеет смысл дополнительного (по отношению к вакуумному) вещественного времени задержки сигнала и может быть как положителен, так и отрицателен (с отрицательным значением этого параметра обычно связывается возможность сверхсветовой или отрицательной групповой скорости сигнала).

Параметр τ_i имеет смысл мнимой части времени задержки сигнала. В случае амплитудно-модулированного сигнала он описывает искажение сигнала за счет дисперсии показателя поглощения (или усиления) среды. В случае же частотно-модулированного сигнала мнимая часть времени задержки может привести к смещению временной зависимости интенсивности сигнала, т.е. к изменению скорости перемещения максимума сигнала. Продемонстрируем это на примере гауссова сигнала с линейно-частотной модуляцией (ЛЧМ). Пусть

$$A^{(0)}(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{T^2}(1 - i\pi m/2)\right), \quad (4)$$

где T — длительность сигнала, а m — индекс линейной частотной модуляции.¹ Временная зависимость интенсивности этого сигнала гауссова (см. рисунок, a) и не зависит от величины индекса модуляции.

Нетрудно проверить, что в приближении комплексной групповой скорости применение общей формулы (2) приводит к следующему результату для временной зависимости интенсивности сигнала $I(z, t) = |A(z, t)|^2$, прошедшего расстояние z в диспергирующей среде:

$$I(z, t) = \exp\left(2\xi \operatorname{Re} g(\Omega_0) + \frac{2\tau_i^2(1 + (\pi m/2)^2)}{T^2} + \frac{2(t - t_c)^2}{T^2}\right), \quad (5)$$

¹ Такого рода частотную модуляцию изначально не имеющий частотной модуляции гауссов волновой пакет „самостоятельно“ приобретает при распространении в непоглощающей среде со слабой дисперсией (см. [6]).

где введено обозначение

$$t_c(z) = \tau_0(z) + \tau_r(z) + (\pi m/2)\tau_i(z) \quad (6)$$

для центральной точки сигнала.

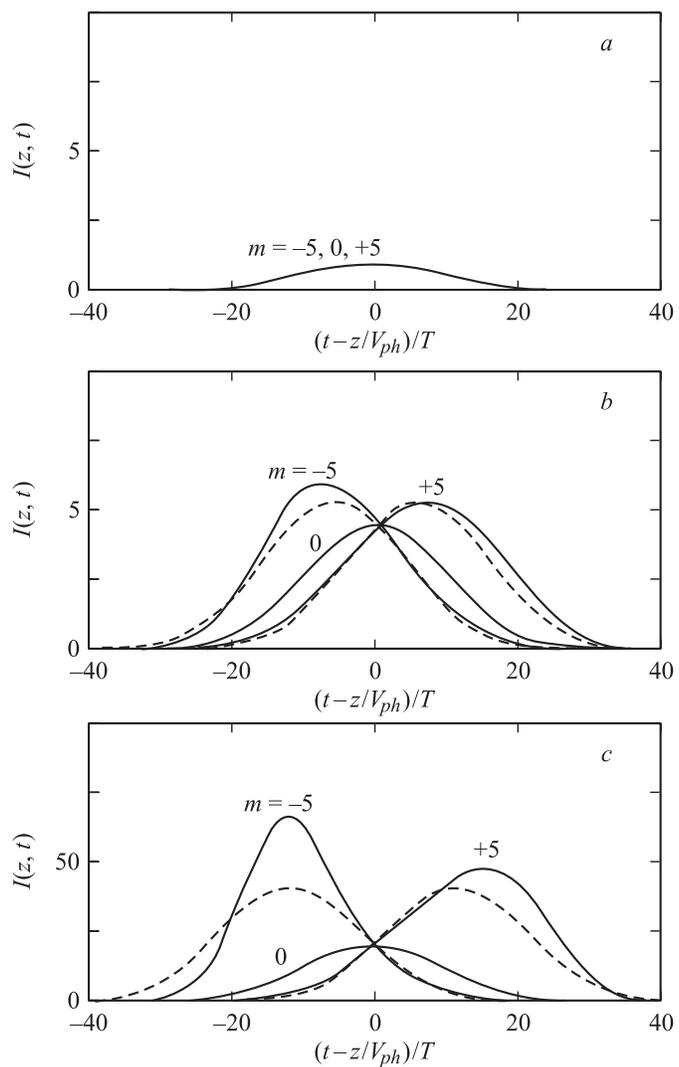
Видно, что в приближении комплексной групповой скорости распространение ЛЧМ гауссова сигнала (как и гауссова сигнала без частотной модуляции) происходит без изменения его формы или длительности.² Наличие частотной модуляции ($m \neq 0$) приводит к дополнительному (по сравнению с отсутствием частотной модуляции, $m = 0$) увеличению амплитуды сигнала и к изменению скорости распространения его максимума. При этом скорость распространения ЛЧМ гауссова сигнала может (в зависимости от знака индекса модуляции) быть как больше, так и меньше скорости распространения гауссова сигнала без частотной модуляции, т.е. „истинной“ групповой скорости.

Причины полученного результата достаточно очевидны. Большая амплитуда ЛЧМ сигнала по сравнению с сигналом без частотной модуляции связана с тем, что увеличение индекса модуляции приводит к расширению частотного спектра сигнала и росту интегрального (по спектру) коэффициента усиления (по сравнению с коэффициентом усиления на средней частоте спектра сигнала).

Отличие скорости распространения ЛЧМ сигнала от скорости распространения сигнала без частотной модуляции связано с тем, что в процессе распространения сильнее усиливаются те фрагменты сигнала, частота которых ближе к центральной частоте спектральной линии усиления. Другими словами, отличие скорости распространения частотно-модулированного сигнала от групповой скорости сигнала без частотной модуляции в данном случае связано преимущественным усилением передней или задней части сигнала в связи с отличием несущей частоты передней и задней частей сигнала. Этот механизм близок к рассмотренному в работах [7,8] нелинейному механизму формирования сверхсветовой групповой скорости за счет преимущественного усиления передней части сигнала в среде с нелинейным насыщением усиления.

3. Проиллюстрируем полученный результат данными расчетов. Ограничимся, как и в [2,3], случаем лоренцева профиля спектраль-

² Негауссов сигнал как с частотной модуляцией, так и без таковой при распространении с комплексной групповой скоростью, разумеется, искажается. В этом смысле наличие или отсутствие частотной модуляции особой роли не играет.



Распространение частотно-модулированного гауссова сигнала в диспергирующей среде при различной величине индекса частотной модуляции ($m = -5, 0, +5$) и различной оптической толщине слоя $\xi = 0$ (*a*), $\xi = 1.5$ (*b*) и $\xi = 3$ (*c*).

ной линии усиления с шириной $\Delta\Omega_{1/2}$ и временем когерентности $\tau_l \equiv 2/\Delta\Omega_{1/2}$:

$$g(\Omega) = (1 - i2\Omega/\Delta\Omega_{1/2})^{-1}. \quad (7)$$

Воспользуемся следующими параметрами сигнала: примем длительность сигнала $T = 10\tau_l$, сдвиг несущей относительно центра спектральной линии $x_0 = \Omega_0\tau_l = 1$, величину индекса модуляции $m = 0, \pm 5$. Результаты расчетов формы сигнала с использованием различных приближений приведены на рисунке. На этом рисунке приведена временная зависимость интенсивности сигнала $I(z, t) \equiv |A(z, t)|^2$ при различной протяженности трассы (и соответственно при различной величине комплексного времени задержки сигнала $\tau_{compl} = \tau_r + i\tau_i$) $\xi = 0$ ($\tau_{compl} = 0$, см. рисунок, *a*), $\xi = 1.5$ ($\tau_{compl} = 0.75i\tau_l$, см. рисунок, *b*), $\xi = 3$ ($\tau_{compl} = 1.5i\tau_l$, см. рисунок, *c*). Результаты численного счета изображены сплошной линией, результаты применения приближения комплексной групповой скорости (т.е. аналитической формулы (2), (3)) — пунктиром. При выбранной величине сдвига несущей частоты сигнала дополнительное (по отношению к вакуумному) вещественное время задержки сигнала равно нулю, т.е. вещественная групповая скорость сигнала совпадает с фазовой (т.е. с вакуумной скоростью света в случае $n_0 = 1$). Именно поэтому в случае отсутствия частотной модуляции ($m = 0$) сигнал (в использованной на рисунке сопутствующей системе координат) „стоит на месте“ и лишь незначительно деформируется с ростом протяженности трассы ξ . В случае же положительной (или отрицательной) частотной модуляции максимум сигнала появляется заметно раньше (или позже), чем в случае ее отсутствия.

Таким образом, скоростью распространения ЧМ сигнала в сильно диспергирующей среде можно управлять, меняя его частотную модуляцию. При этом полученная скорость может существенно отличаться (как в большую, так и в меньшую сторону) от групповой скорости сигнала в данной среде.

В частности, скорость распространения ЧМ сигнала может быть сверхсветовой или отрицательной даже тогда, когда групповая скорость сигнала в данной среде меньше скорости света. В этом случае характер распространения сигнала аналогичен случаю сверхсветовой групповой скорости сигнала, т.е. имеет место „неантропогенное“ прогнозирование сигнала и возможна „саморегенерация“ частично переданного сигнала (см. [2,3]).

Список литературы

- [1] *Акульшин А.М., Чиммино А., Опат Дж.И.* // Квантовая электроника. 2002. Т. 32. № 7. С. 567–569.
- [2] *Бухман Н.С.* // Квантовая электроника. 2001. Т. 31. № 9. С. 774–780.
- [3] *Бухман Н.С.* // Журнал техн. физики. 2002. Т. 72. В. 1. С. 136–138.
- [4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [5] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. В. 2. С. 339.
- [6] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
- [7] *Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зув В.С., Крюков П.Г., Летохов В.С.* // ДАН СССР. 1965. Т. 165. № 1. С. 58–60.
- [8] *Крюков П.Г., Летохов В.С.* // УФН. 1969. Т. 99. В. 2. С. 169–227.