

03;08

Новые стационарные структуры в акустически активной среде

© В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. С.П. Королева
E-mail: molevich@mb.ssau.ru

Поступило в Редакцию 31 марта 2003 г.

Впервые исследованы решения уравнения, описывающего эволюцию акустического возмущения произвольного спектрального состава в неравновесной среде с отрицательной вязкостью. Аналитически и численно найдены описываемые им стационарные структуры. Найдено условие неустойчивости возмущений типа „ступенька“. Показана возможность существования в такой среде стационарного ударно-волнового импульса.

Известно, что в термодинамически неравновесных средах, таких как колебательно-возбужденный газ, неизотермическая плазма, химически активные смеси и тому подобных, возможна инверсия коэффициента второй вязкости [1]. Среда с отрицательной вязкостью является акустически активной. В подобных средах возможно существование стационарных структур, существенно отличных от ударно-волновых структур типа ступеньки с монотонным фронтом. До сих пор исследование этих структур проводилось на основе нелинейных уравнений, полученных во втором или третьем газодинамическом приближении отдельно для низкочастотных и высокочастотных возмущений. Примерами таких уравнений являются уравнение Курамото–Сивашинского, модифицированное уравнение Кортевега–де Вриза–Бюргерса с нелинейной вязкостью, получаемые в низкочастотном приближении, или уравнение Бюргерса с источником и интегральной дисперсией, получаемое в высокочастотном приближении. Недостатком этих уравнений является то, что на их основе нельзя описать нестационарную эволюцию возмущений с произвольным спектром. Кроме того, спектр стационарных структур, ими описываемых, оказывается шире области применимости этих уравнений.

В [2] получено уравнение

$$C_{V\infty}\tau_0\left(v_{tt} - u_\infty^2 v_{xx} - u_\infty\Psi_\infty v_{xx}^2 - \frac{\mu_\infty}{\rho_0} v_{xxt}\right)_t + C_{V0}\left(v_{tt} - u_0^2 v_{xx} - u_0\Psi_0 v_{xx}^2 - \frac{\mu_0}{\rho_0} v_{xxt}\right) = 0, \quad (1)$$

описывающее с точностью до величин второго порядка малости по амплитуде нелинейную эволюцию акустического возмущения произвольного спектрального состава в неравновесном газе с релаксационным процессом вида

$$\frac{dE}{dt} = \frac{E_e - E}{\tau} + Q.$$

Например, для колебательно-возбужденного газа E — энергия колебательных степеней свободы молекул, E_e — ее равновесное значение, τ — время колебательной релаксации; Q — источник энергии, поддерживающий термодинамическую неравновесность в системе; $u_\infty = \sqrt{C_{P\infty}T_0/C_{V\infty}m}$, $u_0 = \sqrt{C_{P0}T_0/C_{V0}m}$ — скорости высокочастотного и низкочастотного звуков; $C_{V0} = C_{V\infty} + C_K + S\tau_T$, $C_{P0} = C_0 + C_K + S(\tau_T + 1)$ — низкочастотные теплоемкости в колебательно-возбужденном газе при постоянном объеме и давлении [1]; T_0 , ρ_0 , τ_0 — невозмущенные значения температуры, плотности и времени релаксации; m — молекулярная масс; $S = Q\tau_0/T_0$ — степень неравновесности среды; $C_K = (dE_e/dT)_{T=T_0}$ — равновесная колебательная теплоемкость; $\tau_T = \partial \ln \tau_0 / \partial \ln T_0$; $\Psi_\infty = (\gamma_\infty + 1)/2$ — высокочастотный коэффициент квадратичной нелинейности; Ψ_0 — низкочастотный коэффициент квадратичной нелинейности, зависящий от степени неравновесности S (при $S = 0$ этот коэффициент имеет простой вид $\Psi_0 = (\gamma_0 + 1)/2$ [1]); $\gamma_\infty = C_{P\infty}/C_{V\infty}$, $\gamma_0 = C_{P0}/C_{V0}$; $\mu_\infty = 4\eta/3 + \chi m(1/C_{V\infty} - 1/C_{P\infty})$, $\mu_0 = 4\eta/3 + \chi m(1/C_{V0} - 1/C_{P0})$ — высокочастотный и низкочастотный вязкостно-теплопроводностный коэффициент. Уравнение (1) получено в приближении слабой дисперсии, т. е. $\tilde{m} = (u_\infty^2 - u_0^2)/u_\infty^2 \sim \theta \ll 1$.

Для волн, бегущих в одном направлении ($\tilde{v} = v/u_\infty$, $\xi = (x - u_\infty t)/u_\infty\tau_0$, $y = \theta t/\tau_0$, $\theta \ll 1$), уравнение (1) преобразуется к виду

$$\left(\tilde{v}_y + \frac{\Psi_\infty}{2} \tilde{v}_\xi^2 - \tilde{\mu}_\infty \tilde{v}_{\xi\xi}\right)_\xi - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \left(\tilde{v}_y - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \tilde{\xi} \tilde{v}_\xi + \frac{\Psi_0}{2} \tilde{v}_\xi^2 - \tilde{\mu}_0 \tilde{v}_{\xi\xi}\right) = 0, \quad (2)$$

где $\tilde{\mu} = \mu/2\tau u_\infty^2 \rho_0$; $\tilde{\xi} = C_{V\infty} \tilde{m}/2C_{V0}$ — безразмерный коэффициент второй вязкости. При $S = 0$ уравнение (2) совпадает с известным

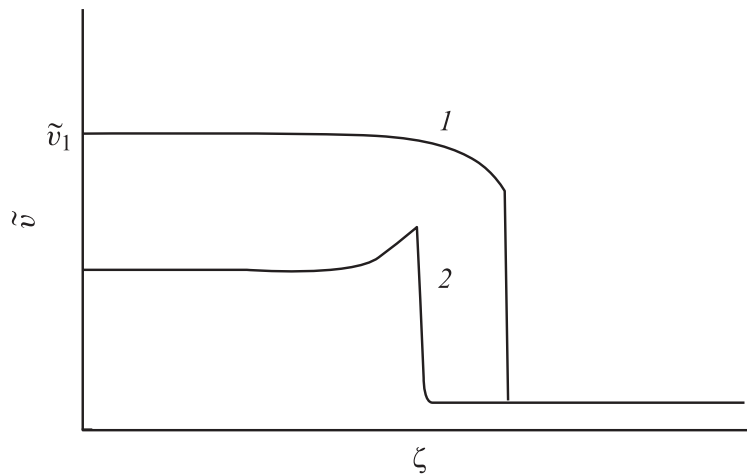


Рис. 1. Стационарные структуры в релаксирующей газовой среде.

релаксационным уравнением [3], но в последнем не учитывалось отличие μ_0 от μ_∞ и Ψ_0 от Ψ_∞ . Заметим, что в низкочастотном и высокочастотном приближениях из (2) легко получить уравнения Курамото–Сивашинского и уравнение Бюргера с источником.

В настоящей работе численными и аналитическими методами найдены решения уравнения (2), справедливые в любом спектральном диапазоне. Рассматривалась среда с отрицательным коэффициентом суммарной вязкости $\tilde{\mu}_\Sigma = \tilde{\xi} + \tilde{\mu}_0 < 0$. Кроме того, полагалось $C_{V0} > 0$, $\Psi_0 > 0$, $\Psi_\infty > \Psi_0$. Начальное возмущение имело форму ступеньки с амплитудой \tilde{v}_1 . При $\tilde{v}_1 > \tilde{v}_{cr}$ происходило плавное нарастание возмущения за скачком (кривая 1, рис. 1). При $\tilde{\mu}_\infty \ll 1$ величина $\tilde{v}_{cr} \approx 2|\tilde{\mu}_\Sigma|C_{V0}/(\Psi_\infty - \Psi_0)C_{V\infty}$. Подобный закругленный фронт типичен также для релаксирующих сред при $\tilde{\mu}_\Sigma > 0$ и преобладании нелинейных эффектов [3]. При $\tilde{v}'_{cr} < \tilde{v}_1 < \tilde{v}_{cr}$, где $\tilde{v}'_{cr} = 2|\tilde{\mu}_\Sigma|C_{V0}/C_{V\infty}(2\Psi_\infty - \Psi_0)$, ступенька трансформировалась в стационарную структуру, вид которой приведен на рис. 1 (кривая 2). При $\tilde{v}_1 < \tilde{v}'_{cr}$ ступенька становилась неустойчивой и распадалась на периодическую последовательность стационарных импульсов. Форма импульса показана на рис. 2.

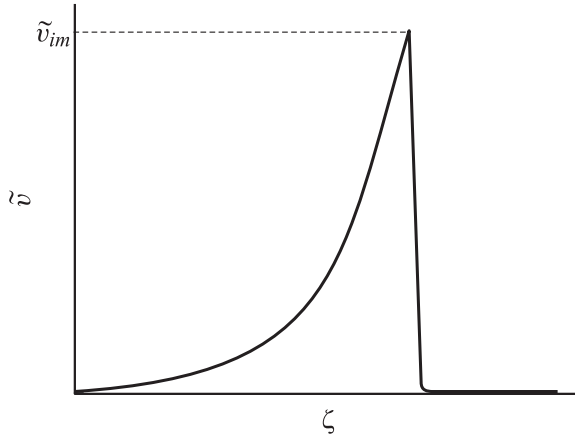


Рис. 2. Стационарный ударно-волновой импульс.

Все описанные выше стационарные структуры могут быть получены также при решении автомодельной ($z = \zeta - Wy$) формы уравнения (2):

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{zz} + \tilde{v}_z \left[\left(\frac{W}{\tilde{\mu}_\infty} - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \frac{\tilde{\mu}_0}{\tilde{\mu}_\infty} \right) - \frac{\Psi_\infty}{\tilde{\mu}_\infty} \tilde{v} \right] \\ + \frac{C_{V0}}{\tilde{\mu}_\infty C_{V\infty}} \left[-(W + 0.5\tilde{m})\tilde{v} + \frac{\Psi_0}{2} \tilde{v}^2 \right] = 0. \end{aligned}$$

Например, стационарный импульс (рис. 2) соответствует движению по сепаратрисе на фазовой плоскости \tilde{v}_z, \tilde{v} . Полученный импульс при $|\tilde{\mu}_\Sigma|/\tilde{\mu}_\infty \gg 1$ имеет ударно-волновой передний фронт с шириной $\sim C_{V\infty}\tilde{\mu}_\infty(2\Psi_\infty - \Psi_0)/2C_{V0}|\tilde{\mu}_\Sigma|\Psi_\infty$ и экспоненциально убывающий задний фронт с декрементом $\sim C_{V0}\Psi_0/2C_{V\infty}\Psi_\infty$. При пренебрежении величиной $\tilde{\mu}_\infty$ амплитуда и скорость распространения импульса определяются как

$$\tilde{v}_{im} = \frac{4|\tilde{\mu}_\Sigma|C_{V0}}{C_{V\infty}(2\Psi_\infty - \Psi_0)}, \quad W_{im} = -\frac{C_{V\infty}\Psi_\infty\tilde{m} + C_{V0}\Psi_0\tilde{\mu}_0}{C_{V\infty}(2\Psi_\infty - \Psi_0)}.$$

Таким образом, в настоящей работе впервые предсказан распад слабого возмущения типа ступенька с амплитудой $\tilde{v}_1 < \tilde{v}'_{cr}$, распространяющегося в акустически активной среде с отрицательной вязкостью $\tilde{\mu}_\Sigma$,

на стационарные ударно-волновые импульсы. Полученные стационарные структуры (рис. 1, 2) имеют широкий спектр и не могут быть описаны с помощью используемых ранее уравнений низкочастотного или высокочастотного приближений.

Список литературы

- [1] *Молевич Н.Е., Ораевский А.Н.* // Труды ФИАН. 1992. Т. 222. С. 45–95.
- [2] *Молевич Н.Е.* // Сибирский физико-технический журнал. 1991. № 1. С. 133–136.
- [3] *Остроумов Г.А.* Основы нелинейной акустики. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1967. 132 с.