01;10

О токе кольцевого пучка электронов с виртуальным катодом в трубе дрейфа

© С.Я. Беломытцев, А.А. Гришков, С.Д. Коровин, В.В. Рыжов

Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск
E-mail: ryzhov@to.hcei.tsc.ru

Поступило в Редакцию 11 марта 2003 г.

На основе законов сохранения энергии и z-компоненты импульса поля и частиц показано, что в стационарных состояниях замагниченный тонкий кольцевой пучок электронов в однородной трубе дрейфа за виртуальным катодом находится в „сжатом“ состоянии (на левой медленной ветви токопрохождения), а значения его релятивистского фактора γ лежат в интервале $1 \leqslant \gamma \leqslant \Gamma^{1/3}$. При этом ток пучка за виртуальным катодом I_1 может иметь значение от нуля до предельного $I_{\lim}$ для однородной трубы дрейфа, а прямой I_2 и отраженный I_3 от виртуального катода токи для каждого стационарного состояния однозначно связаны с I_1, и их значения лежат в интервалах $I_F/2 \leqslant I_2 \leqslant I_{\lim}$, $0 \leqslant I_3 \leqslant I_F/2$, где I_F — ток Федосова.

Вопрос о виртуальном катоде (ВК) имеет важное значение при решении проблемы генерации СВЧ излучения в виркаторах [1]. В связи с наметившейся дискуссией о токах после ВК [2,3] мы на простом примере покажем, что ток после ВК в стационарном случае может иметь значение от нуля до предельного. При этом будем находить возможные стационарные состояния, не исследуя их устойчивость и способы реализации.

Пусть имеем однородную трубу транспортировки с тонким кольцевым пучком электронов. Электронный пучок инжектируется слева. Труба имеет электростатический потенциал анода и находится в сильном ведущем продольном магнитном поле с напряженностью $\mathbf{H}$ (рис. 1), параллельной оси трубы.

Покажем, что кроме тривиального случая — однородного прохождения пучка в трубе — возможно состояние пучка с ВК. Предположим, что в плоскости B ($z = \text{const}$) образуется азимутально-симметричный ВК. Мы исследуем, какой ток проходит за ВК при стационарном состоянии пучка. Выделим объем (на рис. 1 штрихованной линией

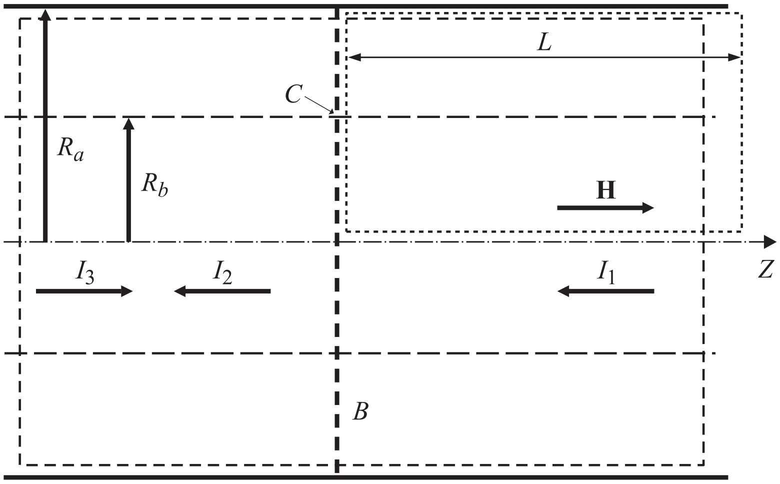

Рис. 1. Схема однородной трубы транспортировки с тонким трубчатым электронным пучком: R_a — радиус трубы, R_b — радиус пучка; I_1, I_2, I_3 — проходящий, прямой и отраженный от ВК токи соответственно. Плоскость B — положение ВК. Область расчета отмечена мелкоштриховой линией. Точка C — место фиктивного катода.

показана граница объема) такой, чтобы на его левой и правой границах можно было считать параметры поля и пучка не зависящими от z. Из закона сохранения энергии легко получить соотношения, связывающие ток пучка с его электростатическим потенциалом φ_b на правой и левой границах соответственно:

$$I_1 = \frac{I_0}{2\ln(R_a/R_b)} \frac{(\Gamma - \gamma_1)\sqrt{\gamma_1^2 - 1}}{\gamma_1}, \tag{1}$$

$$I_2 + I_3 = \frac{I_0}{2\ln(R_a/R_b)} \frac{(\Gamma - \gamma_2)\sqrt{\gamma_2^2 - 1}}{\gamma_2}, \tag{2}$$

где $I_0 = mc^3/e$, $\Gamma = 1 + eU/mc^2$, $\gamma = 1 + e\varphi_b/mc^2$, U — электростатический потенциал анодной трубы, m — масса электрона, e — электрический заряд электрона, c — скорость света в вакууме.

Обозначим через $\alpha = I_3/I_2$ коэффициент отражения тока пучка от ВК. Так как $I_1 = I_2 - I_3$, то $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ и

$$I_2 + I_3 = I_1 \frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)}. \tag{3}$$

Из (1)–(3) получим

$$\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)} \frac{(\Gamma - \gamma_2)\sqrt{\gamma_2^2 - 1}}{\gamma_2} = \frac{(\Gamma - \gamma_1)\sqrt{\gamma_1^2 - 1}}{\gamma_1}. \tag{4}$$

Чтобы получить дополнительное соотношение, связывающее γ_1 и γ_2, воспользуемся законом сохранения потока z-компоненты импульса поля и частиц в выделенном объеме. Так как рассматриваются стационарные состояния, то z-компонента импульса в объеме постоянна, а следовательно, поток z-компоненты импульса поля и частиц через границу объема равен нулю. Несложные вычисления с использованием максвелловского тензора напряжений [4] приводят к соотношению

$$(\Gamma - \gamma_1)^2 + \frac{2(\Gamma - \gamma_1)(\gamma_1^2 - 1)}{\gamma_1} = (\Gamma - \gamma_2)^2 + \frac{2(\Gamma - \gamma_2)(\gamma_2^2 - 1)}{\gamma_2}, \tag{5}$$

являющемуся следствием закона сохранения z-компоненты импульса в системе.

Обозначим

$$f(\gamma) = (\Gamma - \gamma)^2 + \frac{2(\Gamma - \gamma)(\gamma^2 - 1)}{\gamma}. \tag{6}$$

Тогда (5) запишется в виде

$$f(\gamma_1) = f(\gamma_2). \tag{7}$$

Кроме тривиального решения $\gamma_1 = \gamma_2$, уравнение (7) имеет решения и при $\gamma_1 \neq \gamma_2$. Действительно, функция f имеет максимум при $\gamma = \Gamma^{1/3}$ (рис. 2) и $f_{\max} = (\Gamma^{2/3} - 1)^2(\Gamma^{2/3} + 2)$, а для $(\Gamma - 1)^2 \leqslant f < f_{\max}$ релятивистский фактор γ имеет два значения. Так, при $f = (\Gamma - 1)^2$ $\gamma = 1$ и $\gamma = \gamma_F = -0.5 + \sqrt{2\Gamma + 0.25}$, где γ_F — релятивистский фактор в пучке с так называемым током Федосова I_F, который получен для тонкого пучка в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией (КДМИ) [5].

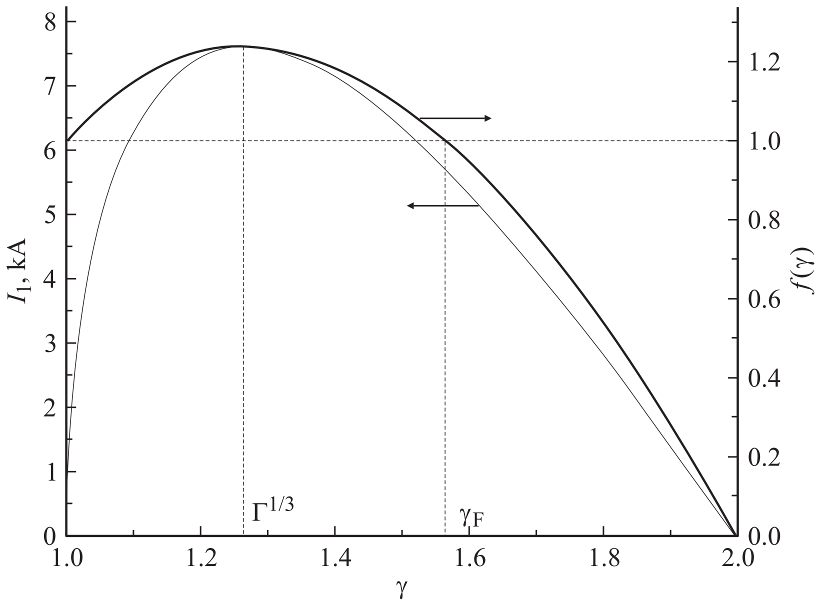

Рис. 2. Зависимость проходящего тока и f от релятивистского фактора γ; $\Gamma = 2$; $2\ln(R_a/R_b) = 1$.

Ток (1) имеет максимум (предельный ток) при $\gamma_1 = \Gamma^{1/3}$, и его график приведен на рис. 2. Оказывается, для выполнения уравнения (4) необходимо, чтобы γ_1 лежала на левой ветви кривой токопрохождения тонкого кольцевого пучка в трубе (рис. 2). Тогда $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$, что соответствует физическому смыслу коэффициента отражения. Это состояние соответствует „сжатому“ состоянию пучка, рассмотренному в работе [6].

График зависимости $I_1 \ln(R_a/R_b)$ от α при $\Gamma = 2$ приведен на рис. 3, из которого видно, что ток за ВК может принимать значения от нуля до $I_{\lim}$ для однородной трубы дрейфа. Так как ток I_1 однозначно связан с коэффициентом отражения α, то прямой I_2 и отраженный I_3 от ВК токи для каждого I_1 также однозначно определены, т. е. проходящий за ВК ток однозначно определяет состояние рассмотренной системы.

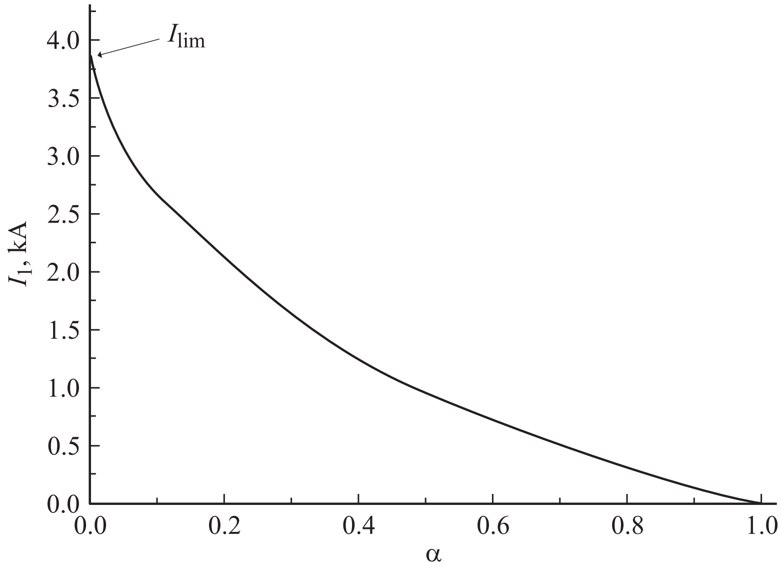

Рис. 3. Зависимость проходящего тока от коэффициента отражения α; $\Gamma = 2$; $2\ln(R_a/R_b) = 1$.

При $\alpha = 0$ весь ток без отражения проходит через ВК и равен предельному

$$I_1 = I_2 = I_{\lim} = \frac{I_0}{2\ln(R_a/R_b)} (\Gamma^{2/3} - 1)^{3/2}. \tag{8}$$

Следовательно, при образовании ВК в однородной трубе дрейфа скачок тока отсутствует. При $\alpha = 1$ весь ток отражается от виртуального катода, т. е. $I_2 = I_3$, причем:

$$I_2 = I_3 = \frac{I_F}{2} = \frac{I_0}{4\ln(R_a/R_b)} \frac{(\Gamma - \gamma_F)\sqrt{\gamma_F^2 - 1}}{\gamma_F}. \tag{9}$$

Отметим, что в работе [5] при решении задачи о токе в КДМИ из условия сохранения z-компоненты импульса для релятивистского фактора пучка получено значение $\gamma = \gamma_F$. При этом естественно считалось, что поток электронов направлен в одну сторону от катода и $I = I_F$.

В общем случае для заданного γ_F ток в системе может принимать любое значение в пределах $-I_F \leqslant I \leqslant +I_F$, так как поток z-компоненты импульса и для поля, и для частиц не зависит от знака скорости электронов. В случае, когда все электроны отражаются от ВК ($\alpha = 1$), проходящий через трубу ток равен нулю $I_1 = 0$. Это означает, что справа пучок стоит с плотностью заряда, равной плотности заряда на катоде в КДМИ, а слева ток Федосова разбит на две половины, т.е. пучок с током $I_F/2$ идет направо и такой же пучок — налево.

Для проверки полученных результатов было проведено моделирование транспортировки электронного пучка в трубе дрейфа с помощью электромагнитного кода „КАРАТ“ [7] для специально подобранных граничных условий на фиктивном катоде. В связи с тем что получить ВК при расчете транспортировки пучка электронов в гладкой трубе не представляется возможным, в численных расчетах в месте минимума потенциала в пучке (плоскость B) располагался фиктивный катод C, на котором задавались условия (значение потенциала φ_C и его нормальная производная $\partial\varphi/\partial\mathbf{n}$), имитирующие условия в минимуме потенциала пучка. Геометрия расчетной области приведена на рис. 1.

Пучок электронов эмитировался с фиктивного катода C, имеющего форму полутороида (полуокружность в области расчета на рис. 1) с большим радиусом $R_a = 1\,\text{cm}$ и малым $R_k = 0.0025\,\text{cm}$, радиус трубы транспортировки $R_a = 1\,\text{cm}$. Электростатический потенциал анодной трубы $U = 511\,\text{kV}$. Область расчета находилась в продольном однородном ведущем магнитном поле напряженностью $H = 500\,\text{kOe}$. Электростатический потенциал катода φ_C варьировался от нуля до $\varphi_{\text{lim}} \approx 133\,\text{kV}$, соответствующего потенциалу однородного пучка с предельным током I_{lim} в трубе транспортировки. Длина области транспортировки $L = 5\,\text{cm}$. Энергия электронов, инжектируемых с катода C, соответствовала потенциалу катода, т.е. скорость электронов на катоде определялась соотношением $V_C = c(\gamma_C^2 - 1)^{1/2}/\gamma_C$. Это соответствует нулевой скорости электронов на реальном катоде, расположенном далеко слева от плоскости B. На левой, правой и нижней границах расчетной области задавалось условие Неймана второго рода $\partial\varphi/\partial\mathbf{n} = 0$. На нижней границе выполнение этого условия связано с тем, что она является осью симметрии задачи, а на правой — тем, что эта граница находится в области регулярной транспортировки, где потенциал уже не зависит от координаты z. Условие $\partial\varphi/\partial\mathbf{n} = 0$ на левой границе соответствует симметричному состоянию пучка относительно плоскости B, т.е. при

$\varphi_C = 0$ катод будет имитировать ВК с $\alpha = 0$, а при $\varphi_C \neq 0$ — минимум потенциала.

В минимуме потенциала компонента напряженности электрического поля $E_z = 0$. Поэтому катод C имеет неограниченную эмиссионную способность, и в расчетах ток эмиссии наращивался до тех пор, пока на катоде напряженность электрического поля не обращалась в нуль.

Были проведены расчеты для $\varphi_C = 0$, 30, 60, 133 kV. Во всех случаях ток оказался равным предельному $I_{\mathrm{lim}} \approx 5.6$ kA. Эти расчеты подтверждают, что пучок с I_{lim} может находиться в стационарном состоянии с ВК $(\alpha = 0)$ в плоскости B. Кроме того, численно показано, что пучок с I_{lim} может иметь любое (от 0 до φ, соответствующего $\gamma = \Gamma^{1/3}$) провисание потенциала в плоскости B.

Случай с $\alpha = 1$, как указывалось выше, соответствует решению КДМИ [5], которое также подтверждено численными расчетами. Так как существование ВК в крайних случаях $(\alpha = 0,\ \alpha = 1)$ подтверждено численными расчетами, очевидно, что и состояния с $0 < \alpha < 1$ существуют.

Итак, мы видим, что в рассматриваемой простой системе в стационарных состояниях ток пучка за ВК, прямой и отраженный от ВК токи для каждого стационарного состояния однозначно связаны, а их значения лежат в интервалах $0 \leqslant I_1 \leqslant I_{\mathrm{lim}}$, $I_F/2 \leqslant I_2 \leqslant I_{\mathrm{lim}}$, $0 \leqslant I_3 \leqslant I_F/2$, где I_F — ток Федосова.

Список литературы

[1] *Kitsanov S.A., Klimov A.I., Korovin S.D., Kurkan I.K., Pegel I.V., Polevin S.D.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. N 1. P. 274–285.
[2] *Дубинов А.Е., Ефимова И.Е.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. В. 6. С. 80–86.
[3] *Ковалев Н.Ф.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. В. 7. С. 113–116.
[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1979.
[5] *Федосов А.И., Литвинов Е.А., Беломытцев С.Я., Бугаев С.П.* // Изв. вузов. Физика. 1977. № 10. С. 134–135.
[6] *Ignatov A.M., Tarakanov V.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. N 3. P. 741.
[7] *Tarakanov V.P.* User's manual for code Karat. Berkley Research Associate, Inc. Springfield, VA, 1992.