

01;07

Квантовый каскадный лазер в поперечном магнитном поле. Модель открытой трехбарьерной активной зоны

© Н.В. Ткач, И.В. Бойко, Ю.А. Сети, Г.Г. Зегря

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, Черновцы,
Украина

E-mail: ktf@chnu.edu.ua

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург, Россия

Поступило в Редакцию 21 сентября 2013 г.

В модели трехбарьерной активной зоны отдельного каскада в поперечном магнитном поле предложена теория спектральных параметров и активной динамической проводимости квантового каскадного лазера. Показано, что в соответствии с экспериментом с увеличением магнитного поля до 8 Т пик излучения смещается в область больших энергий, а его интегральная интенсивность резко уменьшается.

Оптимальная работа квантового каскадного лазера (ККЛ) существенно определяется туннельными свойствами тех резонансно-туннельных структур (РТС), которые являются их базовыми элементами [1,2]. В свою очередь, туннельные характеристики РТС зависят как от геометрического дизайна, так и от полей, в которых они находятся [3].

Постоянное магнитное поле, перпендикулярное к слоям РТС, в эксперименте приводит к осцилляциям тока возбуждения ККЛ, что хорошо согласуется с теорией и объясняется квантованием Ландау [4].

Что касается влияния поперечного магнитного поля на излучение ККЛ, то эксперимент [4] показал, что с увеличением напряженности до 8 Т пик излучения слабо смещается в коротковолновую область, а его интегральная интенсивность резко уменьшается. Теоретические оценки, выполненные в той же работе, оказались в противоречии с экспериментальными результатами, так как в закрытой модели пик излучения ККЛ сдвигался в длинноволновую часть спектра, и его

интенсивность уменьшалась очень слабо. Насколько нам известно, теории, объясняющей этот эксперимент, пока нет.

Цель данной работы состоит в том, чтобы развить теорию электронного транспорта сквозь открытую РТС, как активную зону каскада ККЛ, которая находится в продольном электрическом и поперечном магнитном полях. В модели открытой трехбарьерной активной зоны будут исследованы резонансные энергии (РЭ) и резонансные ширины (РШ) квазистационарных состояний электрона, а также активная динамическая проводимость РТС в зависимости от напряженности магнитного поля. Результаты предложенной теории оказываются не только в качественном, но и в удовлетворительном количественном согласии с экспериментом [4].

Будем изучать туннельные свойства отдельного каскада ККЛ в модели активной зоны как открытой трехбарьерной РТС (рис. 1) в продольном электрическом (\vec{F}) и поперечном магнитном (с векторным потенциалом $\vec{A} = (\mathcal{H}z, 0, 0)$) полях, действующих в пределах наносистемы. Незначительная разница в постоянных решеток слоев ям и барьеров позволяет использовать модель эффективных масс ($m(z)$) и прямоугольных потенциалов ($U(z)$) в одноэлектронной задаче

$$m(z) = \begin{cases} m_w, & \\ m_b, & \end{cases} \quad U(z) = \begin{cases} 0, & \text{в областях ям,} \\ U_0, & \text{в областях барьеров.} \end{cases} \quad (1)$$

Потенциальная энергия электрона в электрическом поле определяется выражением

$$U_e(z) = -eF\{z[\theta(z) - \theta(z - b)] + b\theta(z - b)\}, \quad (2)$$

где $\theta(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$ — единичная функция Хевисайда.

Чтобы исследовать свойства лазерного излучения, нужно выполнить расчет РЭ и РШ квазистационарных состояний (КСС) электронов в активной зоне ККЛ. С этой целью необходимо решить уравнение Шредингера

$$\left\{ \frac{1}{2m(z)} + \left[\left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} \hat{A}_x \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right] + U(z) + U_e(z) \right\} \Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (3)$$

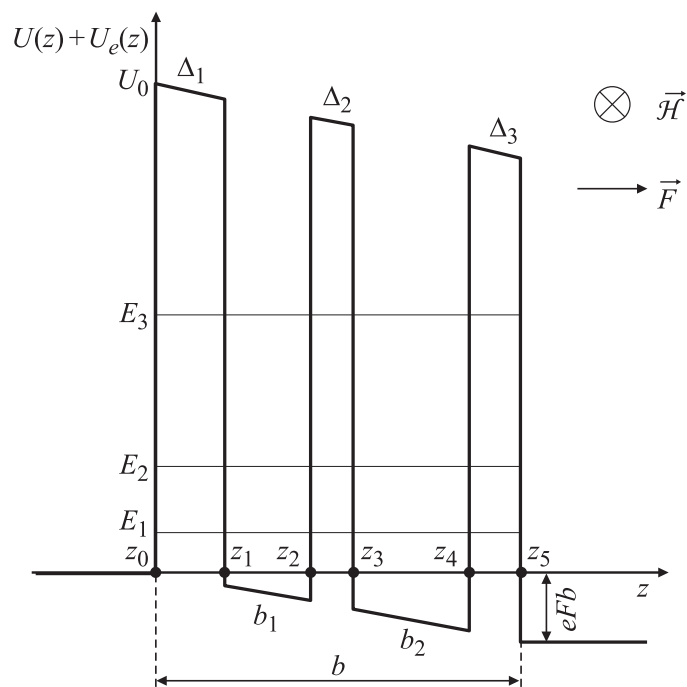


Рис. 1. Геометрическая и энергетическая схемы трехбарьерной РТС. Слева направо указаны ширины (в нм) потенциальных барьеров ($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$) (2.4, 2.5, 2.5) и квантовых ям (b_1, b_2) (4.2, 7.4).

Уравнение (3) точно не решается, поэтому его целесообразно решать модифицированным методом Бете [5], для чего фигурирующий здесь точный гамильтониан $H(\vec{r})$ представляется в виде

$$\widehat{H}(\vec{r}) = \widehat{H}_0 + \Delta\widehat{H}, \quad (4)$$

где

$$\widehat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U(z) + U_e(z) - \frac{\hbar^2}{2m} \widehat{Q}_{x,y}(z), \quad (5)$$

$$\Delta\widehat{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m(z)} - \frac{1}{\overline{m}} \right) \widehat{Q}_{x,y}(z),$$

$$\widehat{Q}_{x,y}(z) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e\mathcal{H}z}{c\hbar} \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2, \quad (6)$$

\overline{m} — подгоночный параметр, играющий роль скоррелированной эффективной массы электрона, которая далее определяется самосогласованным образом.

Если решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (5) искать в виде $\Phi(E, z) \exp[i(k_x x + k_y y)]$, то для функции $\Phi(E, z)$ получается одномерное уравнение

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2}{2\overline{m}} Q_{k_x, k_y}(z) + U(z) + U_e(z) \right\} \Phi(E, z) = E\Phi(E, z), \quad (7)$$

где

$$Q_{k_x, k_y}(z) = k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}z}{c\hbar} \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2. \quad (8)$$

Заметим, что поскольку все три слагаемых, играющие роль эффективной потенциальной энергии в уравнении (7), вне РТС отсутствуют, то наносистема является открытой, в связи с чем ее спектр квазистационарный, а волновая функция $\Phi(E, z)$ зависит не только от координаты z , но и от энергии E .

Уравнение (7), как будет видно далее, решается точно, так что найденная функция $\Phi(E, z)$, согласно методу Бете [5], используется для минимизации вклада функционала $\langle |\Delta\widehat{H}| \rangle = 0$ от оператора возмущения, что приводит к уравнению для величины скоррелированной массы \overline{m}

$$\frac{1}{\overline{m}} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(E, z)|^2 Q_{k_x, k_y}(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} m^{-1}(z) |\Phi(E, z)|^2 Q_{k_y, k_y}(z) dz. \quad (9)$$

Самосогласованные уравнения (7) и (9) решаются итерационным (по параметру $(m(z) - \overline{m})/m(z)$) способом, что с необходимой точностью позволяет определить скоррелированную массу \overline{m} и искомую волновую функцию $\Phi(E, z)$.

Применяя теперь развитый подход к задаче электронного туннелирования моноэнергетичного пучка (с энергией E) не взаимодействующих

между собой электронов с концентрацией n_0 , падающих на РТС перпендикулярно к ее плоскостям, в соответствии с экспериментальной работой [4], положим в (7)–(9) $k_x = k_y = 0$. Полагая в нулевом приближении $\bar{m}^{(0)} = (m_w + m_b)/2$, из уравнения (7) теперь находится функция $\Phi^{(0)}(E, z)$ в нулевом приближении.

Действительно, теперь уравнение (7) имеет точные решения во всех областях переменной z . Вне РТС это плоские волны, а внутри — так называемые функции параболического цилиндра $U(\xi, z)$ и $V(\xi, z)$. С учетом того, что слева от РТС существуют и падающая, и отраженная волны, а справа от нее — только падающая, волновую функцию $\Phi^{(0)}(E, z)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi^{(0)}(E, z) &= \Phi_0^{(0)}(k_0, z)\theta(-z) + \Phi_6^{(0)}(k_6, z)\theta(z - b) \\ &+ \sum_{p=1}^5 \Phi_p^{(0)}(K_p, z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \\ &= (A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z})\theta(-z) + A_6 e^{ik_6 z} \theta(z - b) \\ &+ \sum_{p=1}^5 [A_p U(\xi_p, \sqrt{2}(z - Z_0)/l) + B_p V(\xi_p, \sqrt{2}(z - Z_0)/l)] \\ &\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь введены так называемые координата (Z_0) центра циклотронной орбиты, магнитная длина (l) и безразмерные параметры ξ_p :

$$Z_0 = \frac{c^2 \bar{m} F}{e \mathcal{H}^2}; \quad l = \sqrt{\frac{c \hbar}{e \mathcal{H}}}; \quad \xi_p = \frac{1}{2} (K_p^2 l^2 + Z_0^2 l^{-2}), \quad (11)$$

где

$$K_p = \begin{cases} k_p = \hbar^{-1} \sqrt{2m_w E}, & p = 0, 2, 4; \\ i\chi_p = \hbar^{-1} \sqrt{2m_b (E - U_0)}, & p = 1, 3, 5; \end{cases} \quad (12)$$

$$k_6 = \hbar^{-1} \sqrt{2m_w (E + eFb)}.$$

Неизвестные коэффициенты A_0, B_0, A_6, A_p, B_p ($p = 1-5$) однозначно находятся из условий непрерывности волновой функции $\Phi^{(0)}(E, z)$ и

плотности ее потока на всех границах системы

$$\Phi_p^{(0)}(E, z_p) = \Phi_{p+1}^{(0)}(E, z_p);$$

$$\frac{1}{m_p} \frac{d\Phi_p^{(0)}(E, z)}{dz} \Big|_{z=z_p} = \frac{1}{m_{p+1}} \frac{d\Phi_{p+1}^{(0)}(E, z)}{dz} \Big|_{z=z_p} \quad (p = 0 - 5), \quad (13)$$

а также из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{(0)*}(k, z) \Phi^{(0)}(k', z) dz = \delta(k - k') \quad (k \equiv k_0). \quad (14)$$

Это полностью определяет функцию $\Phi^{(0)}(E, z)$, а следовательно итерационным способом и $\Phi(E, z)$, что позволяет рассчитать функцию распределения вероятности нахождения электрона в РТС

$$W(E) = \frac{1}{b} \int_0^b |\Phi(E, z)|^2 dz, \quad (15)$$

положения максимумов и полуширины, которой определяют РЭ (E_n) и РШ (Γ_n) КСС.

Чтобы найти электронную динамическую проводимость активной зоны в продольном электрическом и в поперечном магнитном поле, необходимо решить полное одномерное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(E, z, t)}{\partial t} = (H(z) + H(z, t)) \Phi(E, z, t), \quad (16)$$

где

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U_{eff}(z),$$

$$(U_{eff}(z) = U(z) + U_e(z) + (e\mathcal{H}z/c)^2/2\bar{m}) \quad (17)$$

определенный ранее гамильтониан, фигурирующий в уравнении (7) при $k_x = k_y = 0$;

$$H(z, t) = -e\mathcal{E}\{z[\theta(z) - \theta(z - b)] + b\theta(z - b)\}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (18)$$

— гамильтониан взаимодействия электрона с переменным во времени электромагнитным полем с частотой ω и амплитудой \mathcal{E} напряженности его электрической составляющей.

Из аналитической сложности уравнение (16) точно не решается. Но для уравнения подобного типа с прямоугольными потенциалами метод решения в так называемом малосигнальном приближении известен [7–10]. Поэтому далее в гамильтониане (17) выполняется линейная аппроксимация эффективной потенциальной энергии $U_{eff}(z) \approx \tilde{U}_{eff}(z)$ на всех участках внутри РТС, что позволяет найти аппроксимированную с необходимой точностью волновую функцию $\tilde{\Phi}(E, z)$ как собственную функцию аппроксимированного указанным способом гамильтониана

$$\tilde{H}(z) = -\frac{\hbar}{2m(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \tilde{U}_{eff}(z).$$

Линеаризация потенциала $U_{eff}(z)$ в гамильтониане осуществляется так, чтобы приближенная функция $\tilde{\Phi}(E, z)$ с заданной необходимой точностью совпадала с найденной ранее точной функцией $\Phi(E, z)$. Затем, согласно известному методу [7–10], считая амплитуду (\mathcal{E}) высокочастотного электромагнитного поля малой, в одномодовом приближении функция $\Phi(E, z, t)$ ищется в виде:

$$\begin{aligned} \Phi(E, z, t) &= \tilde{\Phi}(E, z)e^{-i\omega_0 t} + \Phi_{+1}(E, z)e^{-i(\omega_0+\omega)t} + \Phi_{-1}(E, z)e^{-i(\omega_0-\omega)t}; \\ (\omega_0 &= \hbar^{-1}E). \end{aligned} \quad (19)$$

Подстановкой (19) в (16) получаются два уравнения для функций $\Phi_{\pm 1}(E, z)$. С учетом граничных условий типа (13) они имеют точные решения, что и определяет волновую функцию $\Phi(E, z, t)$, а следовательно и плотность электронного потока $j(E, z, t)$ через РТС. Согласно развитому ранее [7–10] подходу, выполнив аналитический расчет энергии взаимодействия электронов с электромагнитным полем как сумму энергий электронных волн, выходящих с обеих сторон РТС, определим в квазиклассическом приближении действительную часть абсолютной величины отрицательной динамической проводимости $\sigma(E, \Omega = \hbar\omega)$ через парциальные проводимости $\sigma^+(E, \Omega)$ и $\sigma^-(E, \Omega)$, обусловленные соответствующими электронными потоками

на выход и вход активной зоны:

$$\begin{aligned}\sigma(E, \Omega) &= \sigma^+(E, \Omega) + \sigma^-(E, \Omega) \\ &= \frac{\Omega}{2be\mathcal{E}^2} \{ [j(E + \Omega, z = b) - j(E - \Omega, z = b)] \\ &\quad - [j(E + \Omega, z = 0) - j(E - \Omega, z = 0)] \}. \quad (20)\end{aligned}$$

Выражению для проводимости $\sigma(E, \Omega)$ можно придать и другую форму, совпадающую с выражением для высокочастотной проводимости, полученной в работе [1].

На основе развитой теории можно выполнить расчет не только РЭ (E_n) и РШ (Γ_n) КСС в зависимости от напряженности магнитного поля, но и активной динамической проводимости $\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})$ и ее парциальных составляющих $\sigma^\pm(E, \Omega, \mathcal{H})$. Мощность излучения электромагнитного поля можно выразить через активную динамическую проводимость [7,8]. В результате относительная интенсивность излучения $I(\mathcal{H})$, как функция магнитного поля, равна:

$$I(\mathcal{H}) = \int_0^\infty \sigma(E, \Omega, \mathcal{H}) d\Omega \Big/ \int_0^\infty \sigma(E, \Omega, \mathcal{H} = 0) d\Omega. \quad (21)$$

Для расчета указанных величин были использованы параметры активной зоны каскада ККЛ, исследованного в экспериментальной работе [4]: $U_0 = 516 \text{ meV}$, $n_0 = 9.2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $m_w = 0.043m_e$, $m_b = 0.083m_e$, $F = 55 \text{ kV/cm}$.

В цитированной работе лазерное излучение возникало на длине волны $\lambda = 9.5 \mu\text{m}$ ($\Omega \approx 130 \text{ meV}$) за счет квантовых переходов между двумя нижними энергетическими уровнями. Напряженность магнитного поля изменялась от 0 до 14 Т. Поэтому для сопоставления теоретических и экспериментальных результатов, а также чтобы выяснить причины резкого затухания интенсивности лазерного излучения с увеличением напряженности магнитного поля, мы выполнили расчет величин $E_{n=1,2}$, $\Gamma_{n=1,2}$, $\Omega_{21} = E_2 - E_1$, $\ln \sigma(E_2, \Omega_{21})$, $\ln \sigma^\pm(E_2, \Omega_{21})$, I в зависимости от \mathcal{H} в более широком интервале полей от 0 до 25 Т. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Из рис. 2, а видно, что с увеличением \mathcal{H} РЭ обеих КСС возрастают, образуя в окрестности $\mathcal{H} = 19 \text{ Т}$ своеобразный антикросинг, который

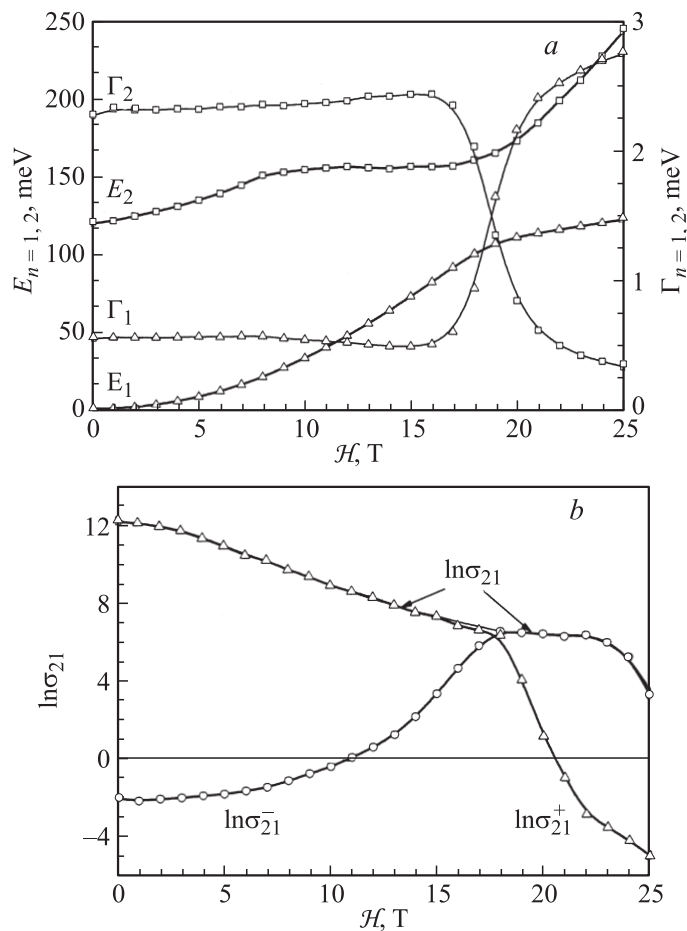


Рис. 2. Зависимости от напряженности магнитного поля \mathcal{H} : *a* — резонансных энергий ($E_{n=1,2}$) и ширин ($\Gamma_{n=1,2}$); *b* — логарифмов величин полной (σ) и частичных (σ^{\pm}) проводимостей в единицах $\sigma_0 = 1$ S/cm; *c* — относительной интегральной интенсивности излучения (эксперимент — 1 и теория — 2 из работы [4], в развитой теории — 3) и энергии излучения — 4 в развитой теории.

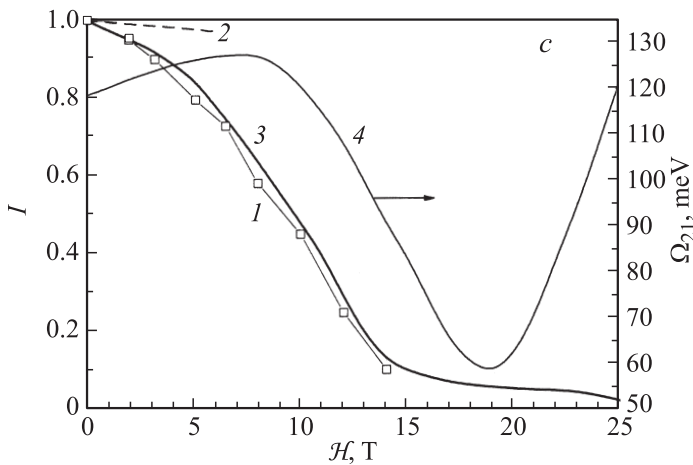


Рис. 2 (продолжение).

более ярко проявляется на полевых зависимостях РШ, пересекающихся при этом значении напряженности.

Из рис. 2, *b* видно, что с увеличением \mathcal{H} большая парциальная проводимость активной зоны в прямом направлении $\sigma^+(E_2, \Omega_{21})$ резко уменьшается, а малая проводимость $\sigma^-(E_2, \Omega_{21})$ в обратном направлении — резко увеличивается. Поэтому с увеличением напряженности \mathcal{H} приблизительно до 16 Т полная динамическая проводимость $\sigma(E_2, \Omega_{21})$ формируется прямым электронным потоком, в интервале 16–19 Т парциальные проводимости соразмерны, а при $\mathcal{H} \geq 19$ Т преобладает обратная проводимость. Таким образом, магнитное поле напряженностью порядка 16 Т приводит к выравниванию электронных потоков в обе стороны активной зоны каждого каскада, вследствие чего потоки между соседними каскадами выравниваются и работа ККЛ прекращается, что и наблюдалось экспериментально [4].

Из рис. 2, *c* видно, что при увеличении \mathcal{H} до 8 Т пик излучения (кривая 4), в соответствии с экспериментом [4], сдвигается в область больших энергий, а не в противоположную сторону спектра, как получалось из теоретических оценок в цитируемой работе. Средняя величина энергии излучения ($\Omega_{21} \approx 125$ meV) в этом интервале с точностью не хуже 6% коррелирует с экспериментальной ($\Omega = 133$ meV).

При $\mathcal{H} > 8$ Т, из-за влияния актикросинга между рабочими КСС, величина Ω_{21} сначала уменьшается, а затем снова увеличивается. Проявлялся ли обратный сдвиг на эксперименте, согласно данным работы [4], выяснить не удастся, так как приведенная там кривая люминесценции при 14 Т настолько „размыта“, что определить положение ее максимума невозможно. Зато относительная интенсивность излучения, рассчитанная по предложенной теории (кривая 3), в отличие от рассчитанной в работе [4] (кривая 2), удовлетворительно согласуется с экспериментом во всем интервале (0–14 Т) изменения напряженности магнитного поля.

Таким образом, предложенная теория динамической проводимости активной зоны каскада ККЛ в поперечном магнитном поле объясняет экспериментальные закономерности поведения пика излучения с увеличением напряженности магнитного поля: его смещение в область больших энергий, уменьшение интегральной интенсивности излучения, выход каскадов из согласованных состояний и прекращение функционирования ККЛ.

Список литературы

- [1] *Kazarinov R.F., Suris R.A.* // Sov. Phys. Semicond. 1972. V. 6. P. 120.
- [2] *Faist J. et al.* // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 66. P. 538.
- [3] *Bismuto A. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. P. 021103.
- [4] *Blaser S., Diehl L., Beck M., Faist J.* // Physica E. 2000. V. 7. P. 33.
- [5] *Bethe H.A., Salpeter E.E.* Quantum mechanics of one- and two- electron atoms. Plenum Publ. Corp., N.Y., 1977. 382 p.
- [6] *Yong G., Li Y., Kong X., Wei C.* // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 17249.
- [7] *Elesin V.F.* // JETP. 1999. V. 89. P. 377.
- [8] *Pashkovskii A.B.* // Semiconductors. 1995. V. 29. P. 893.
- [9] *Pashkovskii A.B.* // JETP Letters. 2009. V. 89. P. 30.
- [10] *Tkach N.V., Seti Ju.A., Matijek V.A., Boyko I.V.* // Semiconductors. 2012. V. 46. P. 376.