

01;03

## Численное моделирование прецессии вихревого ядра в присутствии локализованных источников тепловыделения

© И.П. Завершинский, Е.Я. Коган, В.Г. Макарян,  
Н.Е. Молевич, Д.П. Порфирьев, С.С. Сугак

Самарский государственный аэрокосмический университет  
Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН  
E-mail: zav@smr.ru

Поступило в Редакцию 26 октября 2012 г.

На основе численного моделирования нестационарного, неосесимметричного турбулентного закрученного потока в трубе с локализованными источниками нагрева показано, что при сверхкритических значениях параметра закрутки потока возникает прецессия вихревого ядра (ПВЯ) потока, причем ПВЯ возникает при развитии неустойчивостей изгибной левовинтовой моды. Найдены зависимости частоты прецессии от массового расхода газа и мощности источника. Показано, что частота прецессии растет, а амплитуда колебаний вихревого ядра падает с ростом мощности источника тепловыделения.

Пространственно-временная структура дозвуковых закрученных однофазных потоков довольно подробно изучена экспериментально и теоретически. Проведена классификация режимов существования закрученного течения в системах различной геометрии при различных способах создания закрутки [1,2]. Показано, что стационарные профили закрученных течений могут становиться неустойчивыми относительно осесимметричных ( $m = 0$ ) и спиральных ( $|m| > 1$ ) нестационарных возмущений. Развитие этих возмущений на нелинейной стадии развития приводит к возникновению явления распада вихря, а также к возникновению так называемого прецессирующего вихревого ядра (ПВЯ). Течение с ПВЯ характеризуется наличием обширной приосевой зоны рециркуляции с высокими скоростями обратного течения [2]. Необходимость изучения ПВЯ, возникающего при закрутке потока, диктуется как необходимостью решения фундаментальных задач, так

и множеством прикладных проблем [1–8], где необходимо определить параметры вихревого течения, прежде всего в присутствии источников тепловыделения. С одной стороны, рождение ПВЯ является весьма полезным фактором, улучшающим процессы смешения и стабилизирующим, например, пламя при сжигании низкокалорийных топлив, обедненных топливно-воздушных смесей. В то же время это явление таит в себе и большую потенциальную опасность из-за возможности резонанса прецессии и тепловых и акустических мод, что должно учитываться при проектировании вихревых камер, особенно для мощных энергетических установок, в частности гидротурбин, вихревых горелок, вихревых газоразрядных установок, включая вихревые плазмотроны и вихревые электроразрядные лазеры.

На современном этапе исследований закрученных потоков с учетом новых возможностей визуализации и численных методов уже не вызывает сомнения, что основную роль в них играют не осесимметричные, а трехмерные вихревые структуры винтовой формы [2,5–7]. Соответственно проводимые в этих случаях расчеты должны базироваться на решении трехмерных нестационарных уравнений газодинамики.

Однако основные работы в области нестационарных закрученных потоков с источниками тепловыделения носят экспериментальный характер. Обнаружен ряд новых эффектов, таких как разрушение рециркуляционных зон при сверхкритических значениях мощности источника [9,10], индуцированных потоком смены режимов горения газовых разрядов [4,7,11], изменение частоты ПВЯ при изменении мощности источника [6]. Теоретические же работы посвящены, прежде всего, исследованию линейной стадии неустойчивости закрученных потоков [2,12–15]. Стационарная структура закрученного течения в дозвуковом радиально неограниченном потоке с приосевым объемным подводом энергии численно исследовалась в [16,17], но при этом использовались приближения, не допускающие образования возвратных течений.

В данной работе проведен численный расчет нелинейной структуры трехмерного нестационарного вязкого турбулентного вихревого течения в трубке с открытым концом в присутствии локализованных источников тепловыделения. Для расчетов использовался пакет ANSYS FLUENT 13.0 в режиме нестационарного трехмерного закрученного потока.

3\* Письма в ЖТФ, 2013, том 39, вып. 7

Исходные уравнения включают осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (RANS) и уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_i} &= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \right], \\ \frac{\partial(\rho E + P)}{\partial t} + \frac{\partial[v_i(\rho E + P)]}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \kappa + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_i \mu_{eff} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \right] + N(r, z). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $E$ ,  $P$  и  $T$  — объемная плотность энергии, давление и температура газа,  $N$  — мощность источника,  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении,  $\mu_t$ ,  $\mu_{eff}$  — коэффициенты турбулентной и эффективной вязкости,  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности,  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля. Для замыкания этих уравнений применялся метод отсоединенных вихрей на основе модели турбулентности Спаларта–Аллмараса.

Система (1) дополнялась начальными условиями

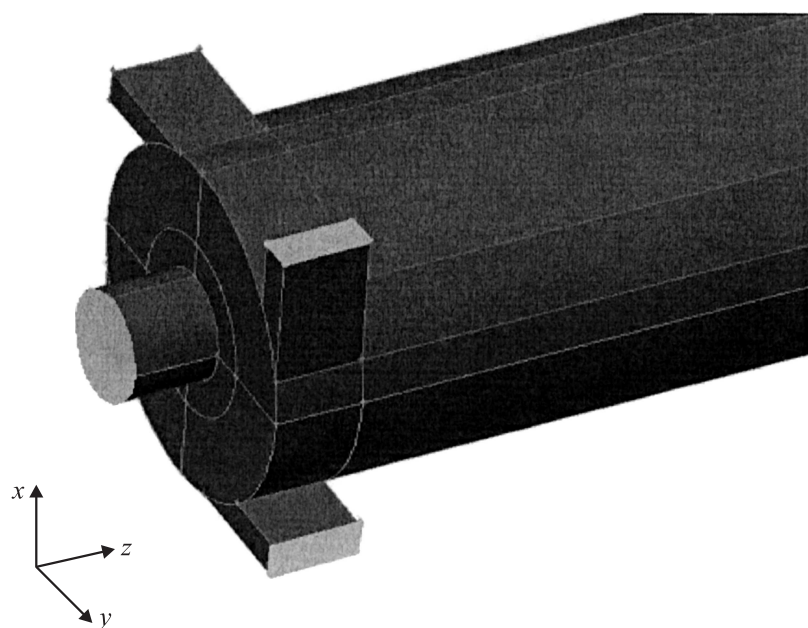
$$\begin{aligned} v_r(r, \varphi, z, 0) = v_\varphi(r, \varphi, z, 0) = v_z(r, \varphi, z, 0) &= 0, \\ T(r, \varphi, z, 0) = T_0, \rho(r, \varphi, z, 0) &= \rho_0. \end{aligned} \quad (2)$$

На аксиальном и тангенциальных входах завихрителя в пакете FLUENT определялись значения добавочного давления, обеспечивающие требуемые величины тангенциального и аксиального массовых расходов  $Q_t$  и  $Q_{ax}$  (рис. 1). Суммарный массовый расход газа  $Q = Q_t + Q_{ax}$  считался неизменным. На боковых стенках использовались условия

$$\begin{aligned} v_r(R, z, \varphi, t) = v_\varphi(R, z, \varphi, t) = v_z(R, z, \varphi, t) &= 0, \\ T(R, z, \varphi, t) = T_0, \rho(R, z, \varphi, t) &= \rho_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $L$  и  $R$  — длина и радиус трубки соответственно,  $T_0$  и  $\rho_0$  — невозмущенные значения температуры и плотности газа.

Пространственные распределения мощности источника выбирались феноменологически с использованием данных [7]. С помощью модуля



**Рис. 1.** Геометрия входной области трубки и завихрителя. Светло-серым цветом показаны сечения, на которых задавались добавочные давления.

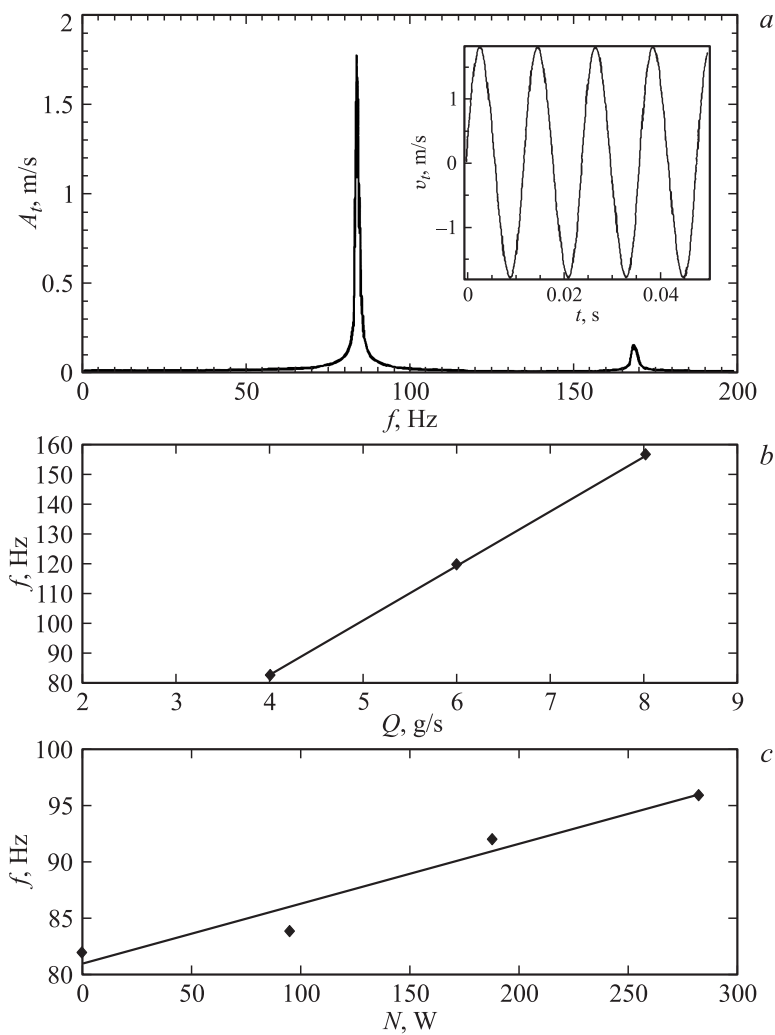
GAMBIT 2.4.7 моделировалась геометрия трубки, завихрителя [7] и расчетная сетка, которая содержала до  $6 \cdot 10^6$  гексагональных элементов, около стенок была структурированной и сгущалась для минимизации влияния численной диффузии и устойчивого расчета структуры течений с большими градиентами. При достижении количества ячеек в  $3 \cdot 10^6$  дальнейшее ее измельчение не приводило к изменению результатов более чем на 1–2%. Была использована схема решения, основанная на методе коррекции давления (Pressure-Based Coupled Solver). Связь между полями скорости и давления реализовалась при помощи алгоритма SIMPLE. Была использована противопоточная схема дискретизации первого порядка. Использование других алгоритмов или переход к более высоким порядкам дискретизации не приводило к заметному повышению точности расчета. Сходимость расчета контролировалась с использованием мониторинга невязок FLUENT и выполнением условия сохранения массового расхода газа.

Проведенные расчеты показали хорошее совпадение полученных результатов с результатами расчетов в режиме стационарного осесимметричного потока. Получено совпадение параметров теоретически рассчитанных областей существования различных типов закрученного течения (след со спутным потоком, струя со спутным потоком, след с противотоком, струя с противотоком) в трубе в режиме нестационарного неосесимметричного закрученного потока с параметрами этих областей, рассчитанными в режиме стационарного осесимметричного потока.

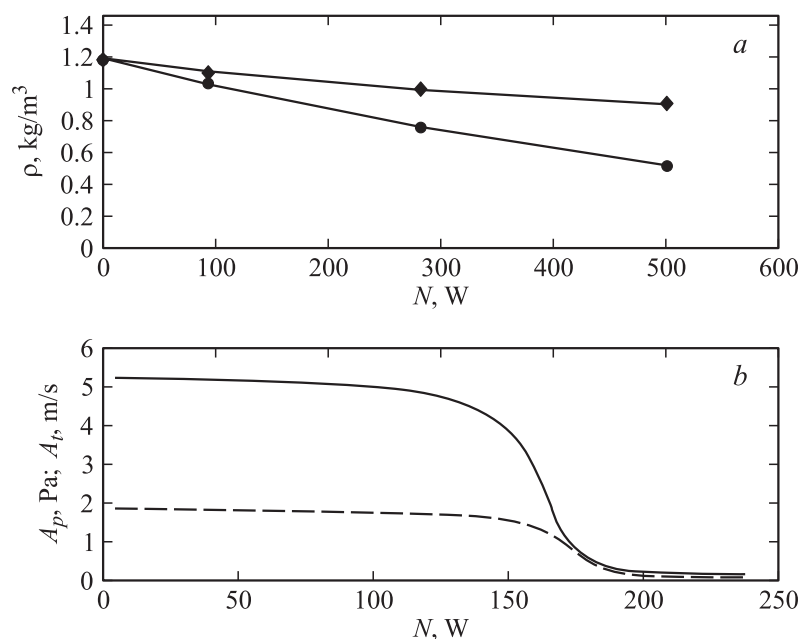
Численный эксперимент показал, что прецессия вихревого ядра имеет место в области значений  $Q_t$ ,  $Q_{ax}$  соответствующих существованию областей противотока [9–11], что соответствует известным данным [1–6]. Исследована зависимость частоты прецессии от массового расхода газа и мощности источника нагрева и амплитуды прецессии от мощности источника нагрева. Частота прецессии определялась путем построения спектра осевой и тангенциальной скоростей, а также плотности и давления. Для этого снималась зависимость параметров потока от времени. Было показано, что при  $z = \text{const}$  значение частоты не зависит от радиальной координаты. К полученным данным применялось быстрое преобразование Фурье, реализованное в пакете Matlab, и строились спектры колебаний газодинамических величин. Было показано, что частоте прецессии соответствует спектральный пик максимальной амплитуды и минимальной частоты (рис. 2, *a*), что соответствует результатам [2,5,6]. Результаты расчетов, приведенные на рис. 2,3, соответствуют круглой прямой трубке длиной  $L = 50$  см и радиусом  $R = 1.9$  см с недифрагмированным открытым концом, используемой в экспериментах [7].

Наличие колебаний тангенциальной скорости на оси трубки, спектр которых приведен на рис. 2, *a*, позволяет определить номер азимутальной моды, неустойчивость которой приводит к развитию ПВЯ. Очевидно, наблюдаемая прецессия вихревого ядра связана с развитием неустойчивости изгибной моды с  $|m| = 1$ , так как только она возмущает тангенциальную скорость на оси потока, а остальные, в силу симметрии, не возмущают.

Наконец, расчеты показали, что направление вращения ядра совпадает с направлением вращения основного потока, а ось винта завита против основного течения. Наличие именно левовинтовой структуры подтверждается при анализе распределений газодинамических величин в различных срезах, перпендикулярных оси и сделанных в фиксирован-



**Рис. 2.** Спектр колебаний тангенциальной скорости на оси. На вставке соответствующая зависимость тангенциальной скорости от времени. Тангенциальный расход  $Q_t = 4$  g/s, аксиальный  $Q_{ax} = 0$  g/s, мощность источника  $N = 100$  W (a). Зависимость частоты прецессии от массового расхода газа  $Q$  при мощности источника  $N = 0$  W и закрытом аксиальном подводе (b), от мощности источника  $N$  при тангенциальном расходе  $Q_t = 4$  g/s и аксиальном  $Q_{ax} = 0$  g/s (c).



**Рис. 3.** Зависимость плотности газа на оси (●) и у стенок (◆) от мощности источника  $N$  (a). Зависимость амплитуды колебаний давления,  $A_p$  (сплошная линия) и тангенциальной скорости  $A_t$ , m/s (пунктирная линия) в ПВЯ от мощности источника  $N$  (b). Тангенциальный расход  $Q_t = 4$  g/s, аксиальный  $Q_{ax} = 0$  g/s.

ный момент времени. Таким образом, на основе численного моделирования структуры закрученного потока можно сделать вывод о том, что явление ПВЯ связано в условиях [7] с развитием неустойчивости левовинтовой изгибной моды  $m = +1$ .

Полученные данные позволили определить зависимости частоты прецессии от массового расхода газа. В частности, показано, что при фиксированных мощности источника и параметре закрутки частота прецессии растет с ростом массового расхода газа, что совпадает с известными результатами [1,2,5,6,8] (рис. 2, b).

Численный эксперимент также показал, что частота прецессии растет при увеличении мощности источника (рис. 2, c). Отметим, что полученные зависимости частоты прецессии от мощности источника

подобны зависимостям частоты прецессии от массового расхода газовой фазы для газожидкостных потоков [8], где возбуждение закрученного потока приводит к появлению приосевой области пониженной плотности. Результат получен впервые и качественно коррелирует с зависимостью частоты изгибной моды от скачка плотности газа [12,13].

Для грубой оценки зависимости частоты прецессии от массового расхода и мощности источника можно использовать предположение о постоянстве фазы возмущения [6]  $\frac{d}{dt}(kz + m\varphi - \omega t) = 0$ . Тогда для угловой частоты при квазитвердом распределении тангенциальной скорости, хорошо аппроксимирующем реальные профили тангенциальной скорости [7], следует соотношение  $\omega = m\Omega + k(v_2 + v_1)/2$  [5,6], где  $v_2$  и  $v_1$  — максимальная и минимальная аксиальная скорость,  $\Omega$  — частота закрутки,  $k$  — волновое число. Из условия сохранения массового расхода

$$Q = 2\pi \int_0^R \rho_0 v_z r dr = \pi R^2 \rho_2 v_2 \left[ 1 - \frac{R_0^2}{R^2} \left( 1 - \frac{\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2} \right) \right] = \text{const}$$

для течений типа следа, реализующихся при достаточно больших значениях параметра закрутки [1,2] и характерных экспериментальных условиях [7], следует выражение  $\omega \sim m\Omega + kQ/\pi\rho_2 R^2$ , где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотность газа на оси и у стенки,  $R_0$  — радиус зоны противотока. Таким образом, увеличение мощности источника, приводящее к уменьшению плотности газа на оси и у стенки (рис. 3, *a*), вызывает увеличение частоты прецессии. Из приведенной оценки видно, что увеличение массового расхода также приводит к увеличению частоты прецессии.

В то же время наряду с увеличением частоты прецессии усиление нагрева вызывает уменьшение амплитуды колебаний вихревого ядра (рис. 3, *b*). Отметим, что это явление затрудняет идентификацию частоты ПВЯ при высоких мощностях нагрева, так как амплитуда пульсаций становится сравнимой с амплитудой других шумов, присутствующих в системе. Явление подавления ПВЯ горением в ряде режимов известно давно [1]. Качественно наблюдаемые результаты, по-видимому, можно ассоциировать с отсутствием нестационарных движений в так называемом полом вихре [2].

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, государственное задание на выполнение работ на 2012–2014 годы, шифр 2.560.2011, РФФИ (проект № 13-01-97001р\_поволжье\_а), ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.,



ГК № 14.740.11.0999, соглашение № 14.B37.21.0767 и НИР № ГР 01201156352.

## Список литературы

- [1] Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
- [2] Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. 504 с.
- [3] Пиралишвили Ш.А., Поляев В.М., Сергеев М.Н. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: УНПЦ „Энергомаш“, 2000. 415 с.
- [4] Jeong H.Kim, Yong C. Hong, Hyoung S. Kim, Han S. Uhm // J. Korean Physical Society. 2003. V. 42. P. S876–S879.
- [5] Anacleto P.M., Fernandes E.C., Heitor M.V., Shtork S.I. // Combust. Sci. Tech. 2003. V. 175. N 8. P. 1369–1388.
- [6] Fernandes E.C., Heitor M.V., Shtork S.I. // Experiments in Fluids. 2006. V. 40. P. 177–187.
- [7] Моралев И.А., Климов А.И., Преображенский Д.С., Толкунов Б.Н., Кутлалиев В.А. // ТВТ. 2010. Т. 48. № 1 (Приложение). С. 136–141.
- [8] Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Дектерев А.А. // Сб. трудов Межд. конф. „Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и приложения“. Новосибирск, 30.05–4.06.2011. С. 1–6.
- [9] Завершинский И.П., Макарян В.Г., Молевич Н.Е., Моралев И.А., Климов А.И., Порфирьев Д.П. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 24. С. 59–67.
- [10] Завершинский И.П., Климов А.И., Макарян В.Г., Моралев И.А., Молевич Н.Е., Порфирьев Д.П. // ТВТ. 2010. Т. 48. № 1. (Приложение). С. 142–146.
- [11] Завершинский И.П., Климов А.И., Макарян В.Г., Моралев И.А., Молевич Н.Е., Порфирьев Д.П. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 23. С. 68–75.
- [12] Uberoi M.S., Chow C.Y., Narain J.P. // Phys. Fluids. 1972. V. 15. P. 1718–1727.
- [13] Yu M.-H., Monkewitz P.A. // Phys. Fluids. A. 1990. V. 2. P. 1175–1181.
- [14] Lim D.W., Redekopp L.G. // Eur. J. Mechanics. B/Fluids. 1998. V. 17. N 2. P. 165–185.
- [15] Казаков А.В. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 4. С. 56–65.
- [16] Асмолов Е.С., Казаков А.В., Киселев А.Ф., Русьянов Д.А. // ТВТ. 2005. Т. 43. № 4. С. 594–600.
- [17] Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике / www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-034.pdf. С. 1–5.