

01;12;13

## Усиление релятивистским электронным потоком поверхностной волны, распространяющейся над гофрированной структурой

© Н.С. Гинзбург, А.М. Малкин, И.В. Железнов, А.С. Сергеев,  
Е.Р. Кочаровская

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

Поступило в Редакцию 8 ноября 2012 г.

На основе квазиоптического подхода построена импедансная модель, описывающая распространение излучения над гофрированной поверхностью и его усиление прямолинейным релятивистским электронным потоком. Показана эффективность использования такой схемы для усиления субмиллиметрового излучения.

Стимулированное черенковское излучение релятивистских электронных потоков в периодически гофрированных волноводах широко используется в релятивистской электронике для создания СВЧ-генераторов и усилителей с субгигаваттным и гигаваттным уровнем мощности [1–3]. Теория таких приборов [3,4] хорошо разработана и основана на теории возбуждения волноводов [5]. Поле излучения представляется в виде объемной волноводной моды, которая, распространяясь в периодической структуре в соответствии с теоремой Флоке, может быть разложена на сумму пространственных гармоник. Прямолинейно движущийся электронный пучок взаимодействует с одной из пространственных гармоник в условиях синхронизма черенковского типа:  $\omega = (h + n\bar{h})v$ , где  $v$  — поступательная скорость частиц,  $\omega$  — частота излучения,  $h$  — продольное волновое число основной гармоники,  $\bar{h} = 2\pi/d$ ,  $d$  — период структуры,  $n$  — номер синхронной пространственной гармоники.

Вместе с тем в последнее время становится актуальной задача освоения коротковолновых, в частности терагерцового, диапазонов, что неизбежно требует использования сверхразмерных электродина-

мических систем и соответственно квазиоптических методов описания электронно-волнового взаимодействия [6,7]. Для черенковских источников в качестве предельного случая может быть рассмотрена задача о стимулированном излучении в свободном пространстве ленточного электронного пучка, движущегося прямолинейно над периодически гофрированной металлической поверхностью, вдоль которой могут распространяться медленные поверхностные волны.

В рассматриваемом далее усилительном режиме речь идет о черенковском взаимодействии пучка с замедленной основной гармоникой:  $n = 0$ . Основное упрощающее предположение, использованное в работе, сводится к допущению об относительно небольшой глубине гофра в масштабе периода и длины волны, что вполне адекватно описывает экспериментальную ситуацию в случае излучения релятивистских пучков, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны.

Начнем анализ с исследования дисперсионных характеристик нормальных волн, распространяющихся над синусоидально гофрированной поверхностью:  $l(z) = l_0 \cos(\bar{h}z)$ , где  $l_0$  — амплитуда гофра (рис. 1). Поле излучения обладает ТМ-поляризацией и имеет следующие компоненты:

$$H_x = \text{Re}(H_x^\omega e^{i\omega t}), \quad E_y = \text{Re}(E_y^\omega e^{i\omega t}), \quad E_z = \text{Re}(E_z^\omega e^{i\omega t}). \quad (1)$$

Согласно [8], в предположении малой кривизны ( $l_0 \ll d$ ) гофрированная поверхность может быть заменена регулярной плоскостью  $y = 0$ , на которой задан эффективный поверхностный магнитный ток

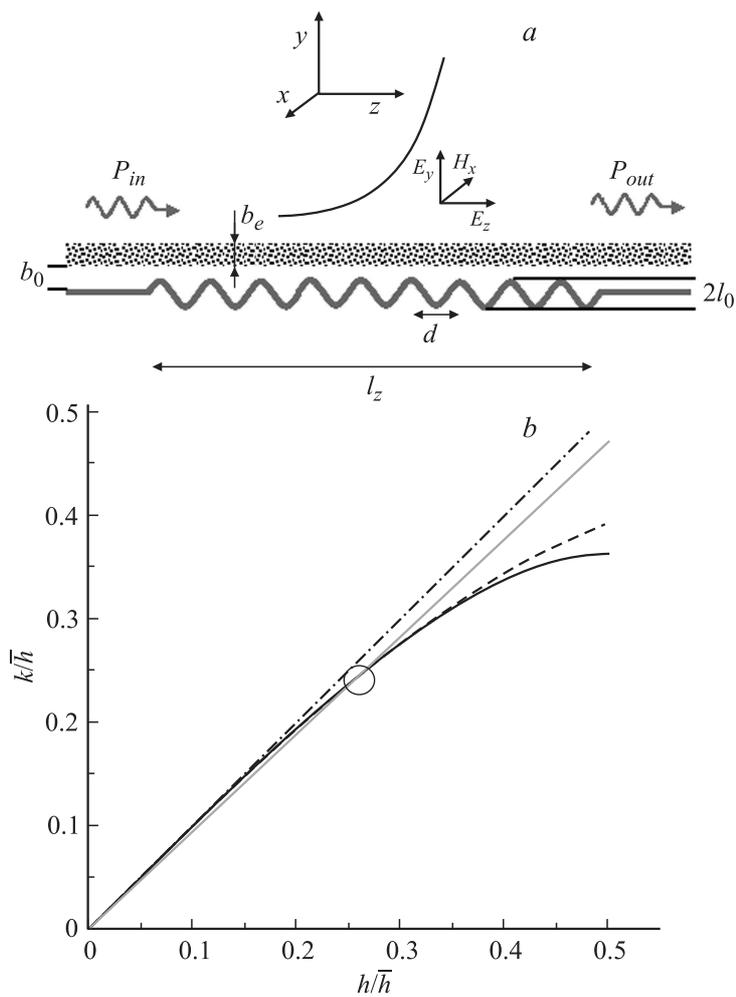
$$i_x^m = \frac{c}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} [l(z)E_y^\omega] - i \frac{\omega}{c} l(z)H_x^\omega \right\}. \quad (2)$$

В рассматриваемой геометрии уравнения Максвелла с учетом поверхностного магнитного тока (2) могут быть сведены к одному уравнению для  $H_x$ -компоненты магнитного поля

$$\Delta H_x^\omega + \frac{\omega^2}{c^2} H_x^\omega = i\omega \frac{4\pi}{c^2} i_x^m \delta(y), \quad (3)$$

где  $\delta(y)$  — дельта-функция. С учетом периодичности электродинамической системы представим магнитное поле в виде ряда по пространственным гармоникам

$$H_x^\omega = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} H_s e^{-i(k+sh)z}. \quad (4)$$



**Рис. 1.** *a* — схема усилителя поверхностной волны; *b* — дисперсионная диаграмма: штрихпунктир — световой конус, сплошная линия — дисперсионная характеристика нормальной поверхностной волны, определяемая уравнением (8) при  $\alpha = 0.4$ , пунктир — то же в импедансном приближении, серая линия — характеристика электронного пучка:  $\omega = h\nu$ . Область синхронизма электронов с замедленной волной выделена кружком.

Соответственно компоненты электрического поля определяются выражениями

$$E_y^\omega = - \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k} (k + s\hbar) H_s e^{-i(k+sh)z}, \quad E_z^\omega = \frac{i}{k} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial H_s}{\partial y} e^{-i(k+sh)z}, \quad (5)$$

где  $k = \omega/c$ . Подставляя разложение полей (4), (5) в уравнение (3) и ограничиваясь в предположении малой глубины гофра учетом только низших  $s = 0$  и  $s = \pm 1$  пространственных гармоник, получим, что амплитуды указанных гармоник связаны уравнениями

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha\delta(y)[H_1 - H_{-1}], \quad (6)$$

$$\pm \frac{\partial H_{\pm 1}}{\partial z} + \frac{i}{2(\hbar \pm k)} \frac{\partial^2 H_{\pm 1}}{\partial y^2} - i \frac{\hbar^2 \pm 2k\hbar}{2(\hbar \pm k)} H_{\pm 1} = \mp \alpha \frac{k}{\hbar \pm k} \delta(y) H_0, \quad (7)$$

где  $\alpha = l_0 \hbar / 4$  — коэффициент связи. Представляя далее решения уравнений (6), (7) в виде  $H_{0,\pm 1} = \widehat{H}_{0,\pm 1} e^{-i\Gamma z - g_{0,\pm 1} y}$ , получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$\Gamma = 8k^3 \alpha^4 \left( \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_{-1}} \right)^2, \quad (8)$$

где  $g_{\pm 1} = \sqrt{(k \pm \hbar)^2 - k^2 + 2(k \pm \hbar)\Gamma}$ ,  $g_0 = \sqrt{2k\Gamma}$  — поперечные волновые числа пространственных гармоник. Поправка к волновому числу  $\Gamma$  характеризует замедление поверхностной волны:  $\beta_{ph} = k/h \approx 1 - \Gamma/k$ . Следующая из уравнения (8) дисперсионная характеристика нормальной волны показана на рис. 1, *b* сплошной кривой. В работах [6,7] исследованы генерационные режимы, которые реализуются при частотах излучения, близких к брэгговской частоте:  $k = \hbar/2$ , когда поле излучения представляется как комбинация попутного  $H_0$  и встречного  $H_{-1}$  квазиоптических пучков. Для исследуемого здесь режима усиления во избежание самовозбуждения частота падающей волны должна быть далека от брэгговского резонанса, т.е. точка пересечения пучковой волны с нормальной волной должна лежать в области взаимодействия с замедленной основной гармоникой (рис. 1, *b*). В этом случае поперечные волновые числа пространственных гармоник можно приближенно

переписать в виде

$$g_{\pm 1} \approx \sqrt{(k \pm \bar{h})^2 - k^2}. \quad (9)$$

Соответственно в уравнениях (7) можно пренебречь производными по продольной координате, записав решение этих уравнений в явном виде

$$H_{\pm} = \hat{H}_{\pm 1} e^{-g_{\pm 1} y}, \quad \text{где} \quad \hat{H}_{\pm 1} = \pm 2\alpha \frac{k}{g_{\pm 1}} H_0, \quad (10)$$

сведя таким образом систему уравнений (6), (7) к одному уравнению

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} + i\chi \delta(y) H_0 = 0. \quad (11)$$

Здесь  $\chi = 2\alpha^2 \Phi(k)$ ,

$$\Phi(k) = \frac{k}{\sqrt{(k + \bar{h})^2 - k^2}} + \frac{k}{\sqrt{(k - \bar{h})^2 - k^2}} \quad (12)$$

— импедансная функция (рис. 2). В подобном импедансном приближении дисперсионное уравнение (8) упрощается и принимает вид  $\Gamma = 2k\chi^2$  (пунктир на рис. 1, *b*). При этом поперечный декремент спада поля пропорционален величине импеданса:  $g_0 = 2k\chi$ .

Допустим далее, что релятивистский электронный поток движется параллельно гофрированной поверхности. С учетом объемного высокочастотного электронного тока  $j = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$ , наводимого в результате группировки частиц, процесс усиления в импедансном приближении опишется самосогласованной системой уравнений, состоящей из параболического уравнения для поля волны и уравнений движения частиц

$$\frac{\partial \hat{H}_0}{\partial Z} + i \frac{\partial^2 \hat{H}_0}{\partial Y^2} + i \hat{\chi} \delta(Y) \hat{H}_0 = i \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} [F(Y) J], \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \text{Re} \left( i \frac{\partial \hat{H}_0}{\partial Y} e^{i\theta} \right) \quad (14)$$

с граничными условиями:  $\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi)$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial Z}|_{Z=0} = \Delta$ ,  $\hat{H}_0|_{Z=0} = H_0^{in}(Y)$ . Здесь  $H_0^{in}(Y)$  — профиль волнового пучка, падающего на

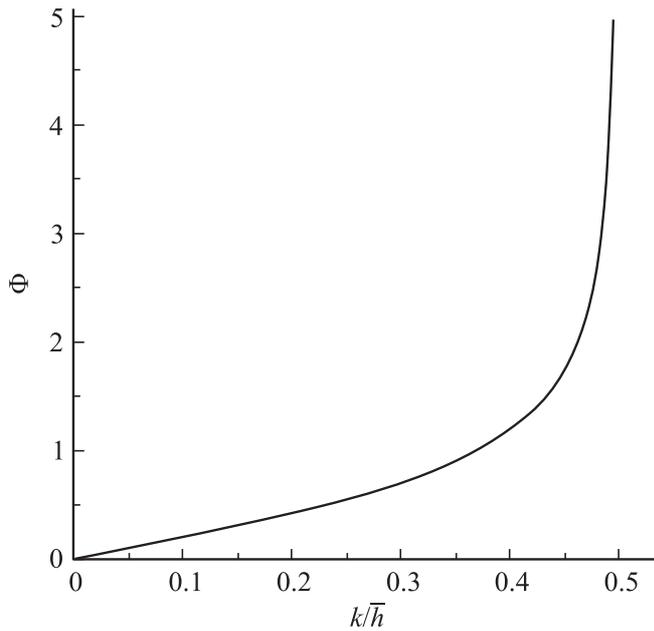


Рис. 2. Импеданс как функция частоты.

систему в сечении  $Z = 0$ . В (13), (14) введены следующие безразмерные величины:

$$Z = Gkz, \quad Y = \sqrt{2G}ky, \quad \tilde{\chi} = \sqrt{\frac{2}{G}}\chi, \quad B_e = \sqrt{2G}kb_e, \quad \hat{H}_0 = \frac{\sqrt{2}e\mu}{mc^2\gamma_0kG^{3/2}}H_0,$$

$$\mu = \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}, \quad \Delta = \frac{(1 - \beta_0)}{G\beta_0}, \quad G = \left(2\sqrt{2}\frac{eI_0}{mc^3}\frac{\mu}{\gamma_0}\lambda\right)^{2/3};$$

$F(Y)$  — функция, описывающая невозмущенное распределение плотности электронного потока;  $B_e = \int_0^\infty F(Y)dY$  — его эффективная ширина. Коэффициент усиления дается выражением  $K = P/P_{in}$ , где  $P = \int_0^\infty \hat{H}_0^2 dY$  — мощность, переносимая волной,  $P_{in}$  — мощность падающего сигнала.

В приближении малого сигнала для модели тонкого ленточного пучка, движущегося на расстоянии  $B_0 = \sqrt{2Gk}b_0$  от гофрированной поверхности:  $f(Y) = \delta(Y - B_0)$ , линеаризуя уравнения (13), (14) и представляя их решение в виде  $\propto e^{-i\hat{\Gamma}Z}$ , получим дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость электронного пучка

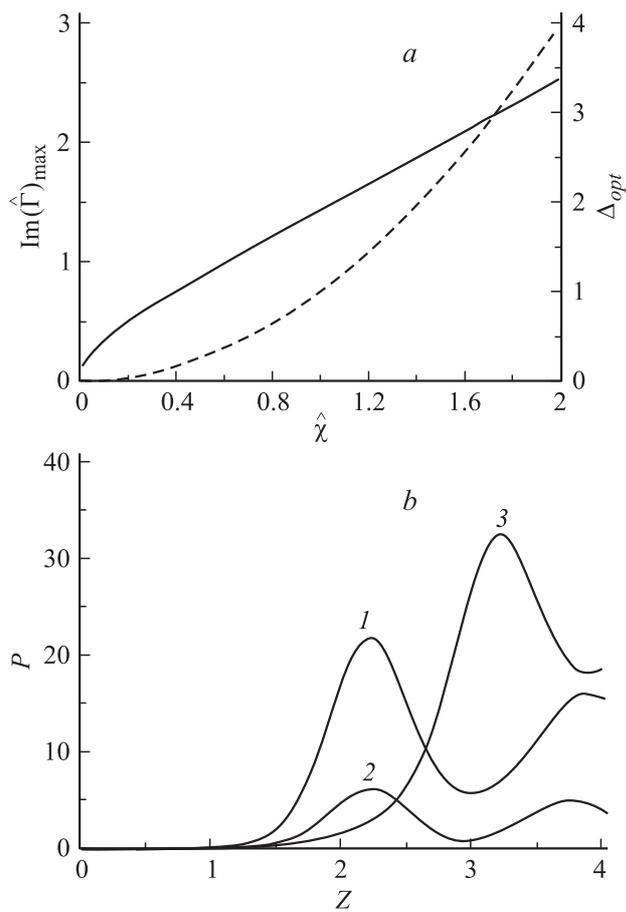
$$(\Delta - \hat{g}^2)^2(\hat{g} - \hat{\chi}) = -\frac{1}{2}\hat{g}e^{-\hat{g}B_0}((\hat{g} + \hat{\chi})e^{-\hat{g}B_0} - (\hat{g} - \hat{\chi})e^{\hat{g}B_0}). \quad (15)$$

Продольный инкремент выражается через нормированное поперечное волновое число  $\hat{g} - g_0/\sqrt{2Gk}$  посредством соотношения  $\text{Im}\hat{\Gamma} = 2\text{Im}\hat{g}\text{Re}\hat{g}$ . В предельном случае, когда зазор между электронным пучком и гофрированной поверхностью пренебрежимо мал:  $|\hat{g}|B_0 \ll 1$ , дисперсионное уравнение (15) упрощается и принимает вид

$$(\Delta - \hat{g}^2)^2(\hat{g} - \hat{\chi}) = -\hat{g}\hat{\chi}. \quad (16)$$

Среди пяти корней уравнения (16) можно выделить единственное решение, удовлетворяющее следующим условиям:  $\text{Re}\hat{g} > 0$  и  $\text{Im}\hat{g} > 0$ . Это решение соответствует обладающей положительным продольным инкрементом  $\text{Im}\hat{\Gamma} > 0$  прижатой моде, амплитуда которой спадает при удалении от пучка и гофрированной поверхности и которая имеет поток энергии, направленный от пучка к периферии.

На рис. 3, *a* показаны зависимости максимального инкремента и оптимального значения параметра расстройки  $\Delta$  от величины импеданса  $\hat{\chi}$ . Видно, что в области больших  $\hat{\chi}$  максимальный инкремент реализуется при  $\Delta \simeq \hat{\chi}^2$ , т.е. когда фазовая скорость нормальной волны совпадает с поступательной скоростью частиц. На рис. 3, *b* представлены результаты моделирования нелинейной стадии режима усиления при различных значениях расстройки синхронизма. В соответствии с анализом дисперсионного уравнения (16) максимум инкремента достигается в окрестности точного резонанса  $\Delta \simeq \hat{\chi}^2$ . Вместе с тем максимум КПД и мощности усиленного излучения реализуется в области  $\Delta < \hat{\chi}^2$ , т.е. в условиях, когда поступательная скорость электронов превосходит фазовую скорость замедленной волны. В целом указанные зависимости являются типичными для черенковских ЛБВ-усилителей [5]. Характерное пространственное распределение поля усиливаемой волны показано на рис. 3, *c*. В процессе усиления волна остается прижатой к поверхности замедляющей системы.



**Рис. 3.** *a* — зависимость максимума инкремента (сплошная кривая) и оптимальной расстройки (пунктир) от величины нормированного импеданса  $\hat{\chi}$ ; *b* — зависимость мощности излучения от продольной координаты:  $\hat{\chi} = 3.5$ ,  $B_e = 0.2$ ,  $B_0 = 0.1$ ; 1 —  $\Delta = 15$ , 2 —  $\Delta = 11$ , 3 —  $\Delta = 8$ ; *c* — пространственное распределение амплитуды усиливаемой волны при  $\Delta = 11$ .

В заключение проанализируем возможность реализации релятивистского усилителя субмиллиметрового диапазона на длину волны 0.9 mm. Пусть энергии электронов 1 MeV, погонная плотность тока 500 A/cm,

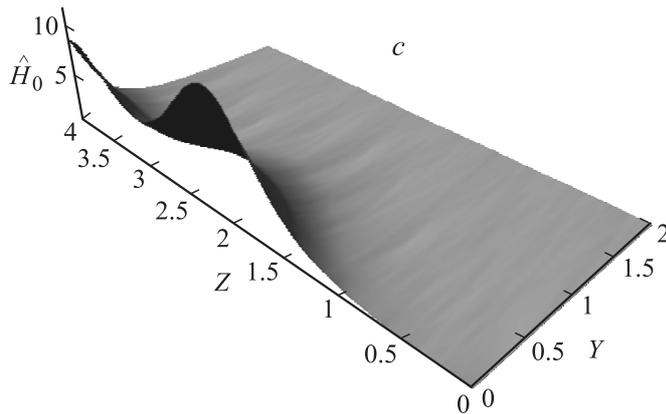


Рис. 3 (продолжение).

период гофра 0.25 mm, глубина гофра 0.06 mm, расстояние от гофра до пучка 0.15 mm, толщина пучка  $b_e = 0.3$  mm, что соответствует нормированным параметрам:  $G = 4.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $B_0 = 0.1$ ,  $B_e = 0.2$ ,  $\hat{\chi} = 3.5$ ,  $\Delta = 11$ . Тогда на основе рис. 3, *b* получим, что при нормированной длине пространства взаимодействия  $L_z = 2.2$  (физической длине 6.6 cm) коэффициент усиления  $K = 32$ Db. При погонной мощности падающего излучения 100 kW/cm (источником может служить субмиллиметровый гиротрон) мощность усиленного сигнала составит 150 MW/cm при КПД 30%. Заметим, что развитый подход может быть использован и при анализе мощных усилителей цилиндрической геометрии, поскольку при большой сверхразмерности структура симметричных ТМ-мод вблизи поверхности, вдоль которой движется трубчатый РЭП, может быть аппроксимирована соотношениями (4), (5).

## Список литературы

- [1] Ковалев Н.Ф., Петелин М.И., Райзер М.Д. и др. // Письма ЖЭТФ. 1973. Т. 18. В. 4. С. 32–36.
- [2] Abubakirov E.B., Denisenko A.N., Fuchs M.I. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2002. V. 30. N 3. P. 1041–1051.

- [3] *Коровин С.Д., Ростов В.В., Тотьменинов Е.М.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 10. С. 17–25.
- [4] *Ковалев Н.Ф., Петелин М.И., Райзер М.Д., Сморгонский А.В.* // Релятивистская высокочастотная электроника / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 30.
- [5] *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., 1973. С. 152.
- [6] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 13. С. 31–39.
- [7] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu.* // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 99. P. 121 505.
- [8] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М., 1961. С. 218.