07;10

Релятивистские генераторы поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами

© *Н.С. Гинзбург, В.Ю. Заславский, А.М. Малкин, А.С. Сергеев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
E-mail: ginzburg@appl.-sci.-nnov.ru

Поступило в Редакцию 8 августа 2011 г.

С целью повышения интегральной мощности излучения предложены релятивистские генераторы поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами. Моделирование динамики новой модификации генераторов указанного типа показало, что возникающие на двумерной структуре дополнительные, распространяющиеся в поперечном нправлении, волновые пучки синхронизуют излучение широкого ленточного электронного потока. В частности, это позволяет на базе сильноточного ускорителя ЭЛМИ (ИЯФ СО РАН) реализовать в миллиметровом диапазоне генераторы поверхностной волны гигаваттного уровня мощности.

Разработка мощных источников когерентного коротковолнового излучения требует решения задачи одновременной селекции мод по трем пространственным координатам. В классе черенковских генераторов с прямолинейными пучками значительное внимание привлекают генераторы поверхностной волны на основе периодических замедляющих структур [1–6]. Формирование поверхностной волны решает проблему селекции относительно координаты, направленной по нормали к решетке. В продольном (относительно поступательной скорости частиц) направлении система является открытой, что фактически обеспечивает селекцию мод по этой координате. В случае запитки генераторов поверхностной волны мощными электронными пучками ленточной и трубчатой геометрии большого (в масштабе длины волны) поперечного сечения возникает проблема синхронизации излучения по ширине или периметру пучка. При относительно небольших размерах с этой целью может быть использована естественная дифракционная расходимость излучения или дополнительная связь с модой оротронного типа, возбуждающейся во внешнем квазиоптическом резонаторе [7].

В данной работе по аналогии с мазерами на свободных электронах (МСЭ) с двумерной распределенной обратной связью [8] для поперечной синхронизации предлагается использовать дополнительные потоки энергии, распространяющиеся в поперечном направлении. Как показано в [9], в каноническом варианте релятивистского генератора поверхностной волны поле излучения может быть представлено в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, связанных на одноперидической $b(z) = b_{1D}\cos(\bar{h}z)$ синусоидальной гофрированной поверхности малой глубины b_{1D}. Соответственно для обеспечения поперечной когерентности излучения широкого электронного потока следует модифицировать профиль гофрировки поверхности, задав его в виде (рис. 1, a)

$$b(z,x) = \frac{b_{2D}}{4}\left[\cos(\bar{h}_{2D}(z-x)) + \cos(\bar{h}_{2D}(z+x))\right], \qquad (1)$$

где $\bar{h}_{2D} = 2\pi/d$, d — период гофрировки по осям z и x. Поле над такой гофрировкой формируется уже не двумя, а четырьмя парциальными волновыми пучками, магнитное поле которых можно представить в виде

$$\mathbf{H} = \mathrm{Re}\Big[(\mathbf{x}_0(C_z^+(x,z,y,t)e^{-ikz} + C_z(x,z,y,t)e^{ikz})$$
$$+ \mathbf{z}_0(C_x^+(x,z,y,t)e^{-ikx} + C_x^-(x,z,y,t)e^{ikx}))e^{i\omega x}\Big], \qquad (2)$$

два из которых $(C_z^{\pm})$ распространяются в продольном $\pm z$-направлении, а два других (C_x^{+}) — в поперечном $\pm x$-направлении, синхронизуя излучение широкого электронного потока.

Как известно, в МСЭ криволинейный электронный пучок, движущийся в поле ондулятора, взаимодействует с быстрыми объемными модами планарного волновода. Соответственно при относительно небольшом расстоянии между пластинами структуры поля вдоль оси y, направленной по нормали к указанным пластинам, можно считать заданной и свести анализ к двумерной модели. В таких же предположениях в [10] проведен анализ черенковских генераторов с двумерной распределенной обратной связью, в которых прямолинейно движущийся электронный поток синхронно взаимодействует с пространственной гармоникой объемной волны. Однако амплитуда такой гармоники пропорциональна глубине гофра и относительно мала. Кроме того,

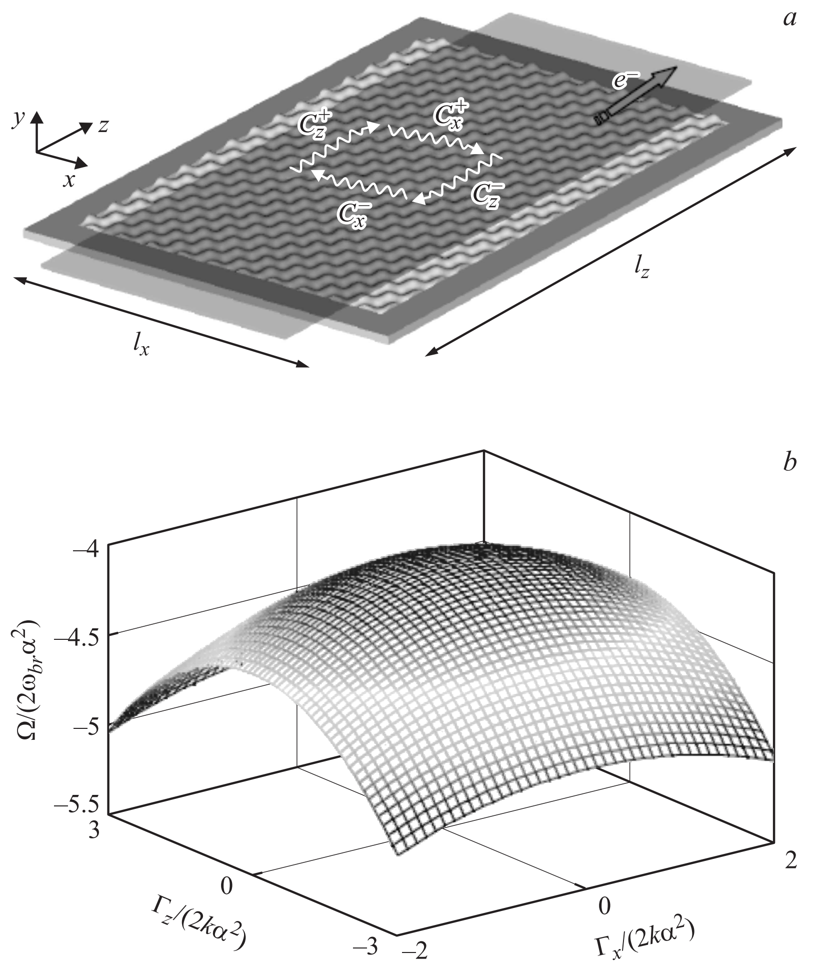

Рис. 1. *a* — схема генератора поверхностной волны с двумерно-периодической структурой, запитываемого прямолинейным ленточным электронным потоком; *b* — дисперсионная диаграмма нормальной поверхностной волны.

при возбуждении объемных мод в черенковских генераторах подобно МСЭ возникают ограничения на рабочий диапазон, обусловленные проблемой селекции мод по координате y.

В рассматриваемых здесь генераторах поверхностной волны происходит замедление основной гармоники, что значительно повышает величину связи с электронным потоком. Соответственно понижаются стартовые токи, что обеспечивает возможность работы в коротковолновых диапазонах. Вместе с тем в случае двумерно-периодической структуры (1) задача анализа динамики генераторов поверхностной волны становится принципиально трехмерной.

Начнем исследование с описания свойств поверхностных волн, распространяющихся над двоякопериодической структурой (1) в отсутствие электронного потока. На гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса $\overline{h}_{2D} \approx k$ возникают связь и взаимное рассеяние парциальных волновых пучков, задаваемых соотношением (2). Уравнения связанных волн, используя концепцию эквивалентных поверхностных магнитных токов [11], наводимых в плоскости $y = 0$, представим в виде

$$\begin{aligned} \pm \frac{\partial C_z^+}{\partial z} + \frac{\partial C_z^+}{c\partial t} + i\frac{\partial^2 C_z^+}{2k\partial y^2} &= i\alpha(C_x^+ + C_x^-)\delta(y), \\ \pm \frac{\partial C_x^\pm}{\partial x} + \frac{\partial C_x^\pm}{c\partial t} + i\frac{\partial^2 C_x^\pm}{2k\partial y^2} &= i\alpha(C_z^+ + C_z^-)\delta(y), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\delta(y)$ — дельта-функция, $\alpha = \overline{h}b_2D/16$ — коэффициент связи волн.

Для безграничной в направлениях z и x гофрированной поверхности представим решение уравнений (3) в области $y > 0$ в виде $C_z^\pm \sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma_z z - g_z^\pm y)$, $C_x^\pm \sim \exp i(\Omega \mp \Gamma_x x - g_x^\pm y)$, где $g_{z,x}^\pm = i\sqrt{-2k(\Omega/c \mp \Gamma_{z,x})}$ — поперечные волновые числа. Тогда с учетом вытекающих из уравнений (3) граничных условий на гофрированной поверхности получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$4k^2\alpha^2\left(\frac{1}{g_z^+} + \frac{1}{g_z^-}\right)\left(\frac{1}{g_x^+} + \frac{1}{g_x^-}\right) = 1. \tag{4}$$

Как видно из рис. 1, *b*, дисперсионная поверхность нормальной волны лежит ниже светового конуса, т. е. волна является замедленной. Соответственно волна прижата к периодической структуре, ее амплитуда спадает по экспоненциальному закону. При $\Gamma_{x,z} = 0$ декременты поперечного спадания поля равны $|g_{z,x}^\pm| = \overline{h}_{2D}^2 b_{2D}/4$, а сдвиг частоты от брэгговской $\omega_{br} = c\overline{h}_{2D}$ дается соотношением $\Omega = c\overline{h}_{2D}^3 b_{2D}^2/32$.

Допустим далее, что ленточный магнитонаправляемый электронный поток движется прямолинейно над гофрированной поверхностью конечных размеров l_z и l_x с поступательной скоростью частиц $V_0 = \beta_0 c$ (рис. 1, a). В условиях взаимодействия черенковского типа группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля $E_z = -\mathrm{Re}\frac{i}{k}\left[\frac{\partial C_z^+}{\partial y}e^{i(\omega t - kz)}\right]$, которая определяется попутной с пучком парциальной волной. Соответствнно с учетом возбуждения этой волны электронным током самосогласованная система уравнений двумерного релятивистского генератора поверхностной волны может быть приведена к виду

$$\frac{\partial \hat{C}_z^+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_z^+}{\partial \tau} + i\frac{\partial^2 \hat{C}_z^+}{\partial Y^2} = i\hat{\alpha}(\hat{C}_x^+ + \hat{C}_x^-)\delta(Y) - \frac{1}{B_e}\frac{\partial}{\partial Y}(JF(Y)),$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_z}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_z}{\partial \tau} + i\frac{\partial^2 \hat{C}_2^-}{\partial Y^2} = i\hat{\alpha}(\hat{C}_x^+ + \hat{C}_x^-)\delta(Y), \tag{5}$$

$$\pm\frac{\partial \hat{C}_x^\pm}{\partial X} + \frac{\partial \hat{C}_x^\pm}{\partial \tau} + i\frac{\partial^2 \hat{C}_x^\pm}{\partial Y^2} = i\alpha(\hat{C}_z^+ + \hat{C}_z^-)\delta(Y).$$

Здесь $F(Y)$ — функция, описывающая невозмущенное распределение плотности электронного потока, $B_e = \int\limits_0^B F(Y)dY$ — его эффективная ширина. Высокочастотный ток $J(Z, X, Y, \tau) = 1/\pi \int\limits_0^{2\pi} e^{-i\theta}d\theta_0$ находится из решения уравнений движения частиц, которые в приближении малого изменения энергии сводятся к виду

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial \hat{C}_z^+}{\partial Y}e^{i\theta}\right], \tag{6}$$

с граничными условиями

$$\theta|_{Z=-L_z/2} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta\Big|_{Z=-L_z/2} = \Delta.$$

Здесь $\theta = \omega_{br}t - k(\omega_{br})z$ — фаза электронов относительно попутной парциальной волны, $\Delta = (1-\beta_0)/\beta_0 G$ — соответствующая расстройка синхронизма, которая по определению имеет отличное от нуля положительное значение $\Delta > 0$.

При записи системы уравнений (5), (6) проведена следующая нормализация:

$$Z = Gkz, \quad X = Gkx, \quad Y = \sqrt{2G}ky, \quad \tau = G\omega t,$$

$$\hat{C}^{\pm}_{x,z} = \frac{eC^{\pm}_{x,z}\mu}{mc\omega\gamma_0 G^{3/2}}, \quad \hat{a} = \alpha/\sqrt{2}G^{1/2}, \quad G = \left(2\frac{eI_0}{mc^3}\frac{\mu}{\gamma}\lambda\right)^{2/3}$$

— параметр усиления, I_0 — погонный ток пучка, $\mu \approx \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}$ — параметр инерционной группировки электронов, $\gamma_0 = (1-\beta_0^2)^{-1/2}$. Граничные условия к уравнениям для амплитуд волновых пучков (2) соответствуют отсутствию потоков электромагнитной энергии извне

$$\hat{C}^{\pm}_z\big|_{Z=\mp L_z/2} = 0, \qquad \hat{C}^{\pm}_x\big|_{X=\mp L_x/2} = 0,$$

где $L_{z,x} = Ghl_{z,x}$ — продольный и поперечный размеры гофрированной поверхности (1).

Электронный КПД в стационарном режиме автоколебаний ($\hat{C}^{\pm}_{x,z} \sim \sim \exp(i\hat{\Omega}\tau)$, где $\hat{\Omega} = (\omega - \omega_{br})/G\omega_{br}$ — отстройка частоты генерации от несущей брэгговской частоты, определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu(-\gamma_0^{-1})}, \qquad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B}\int\limits_{-L_x/2}^{L_x/2}\int\limits_0^B\int\limits_0^{2\pi}\left(-\Delta + \frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)\Bigg|_{Z=L} F(Y)d\theta_0 dY dX. \tag{7}$$

В практическом плане транспортировка ленточного электронного потока должна осуществляться в вакуумном канале, образованном планарным волноводом с зазором между пластинами b. В этом случае уравнения (6) следует дополнить граничным условием $\partial\hat{C}^{\pm}_{x,z}/\partial Y|_{Y=B} = 0$, задаваемым на второй, не имеющей гофрировки, пластине ($B = \sqrt{2G}kb$). Это позволяет при численном моделировании разложить решение уравнений (5) по модам регулярного планарного волновода:

$$\hat{C}^{\pm}_{x,z} = \sum_{n=0}^{\infty}\hat{C}^{n\pm}_{x,z}(Z, X, \tau)\cos\left(\frac{n\pi Y}{B}\right).$$

Проведем на основе уравнений (5), (6) моделирование планарного 4-mm релятивистского генератора поверхностной волны. Параметры

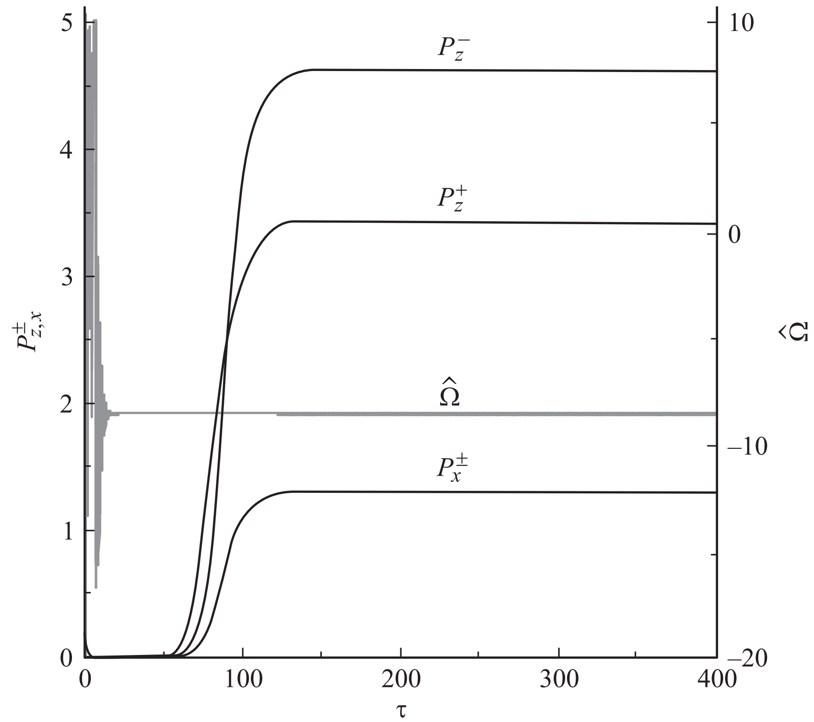

Рис. 2. Временны́е зависимости потоков мощности, излучаемых в различных направлениях, и текущей частоты генерации в условиях установления стационарного режима: $L_x = 3.8$, $L_z = 2.7$, $B_e = 0.2$, $\hat{a} = 6.1$, $\Delta = 6.9$.

ленточного электронного пучка выберем близкими к параметрам пучка, реализованного на сильноточном ускорителе ЭЛМИ (ИЯФ СО РАН, Новосибирск). Пусть энергия частиц составляет 1 MeV погонной плотности тока 280 A/cm ($G \approx 0.01$). Толщина пучка по оси y: $b_e = 1$ mm. Гофрировка с глубиной $b_{2D} = 1$ mm в соответствии с длиной волны имеет период $d = 4$ mm. Длину и ширину гофрированного участка планарного волновода выберем равными $l_z = 19.6$ cm и $l_x = 27$ cm. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам $L_x = 3.8$, $L_z = 2.7$, $B_e = 0.2$, $\hat{\alpha} = 6.1$, $\Delta = 6.9$. Установление стационарного режима генерации иллюстрирует рис. 2, *a*, на котором

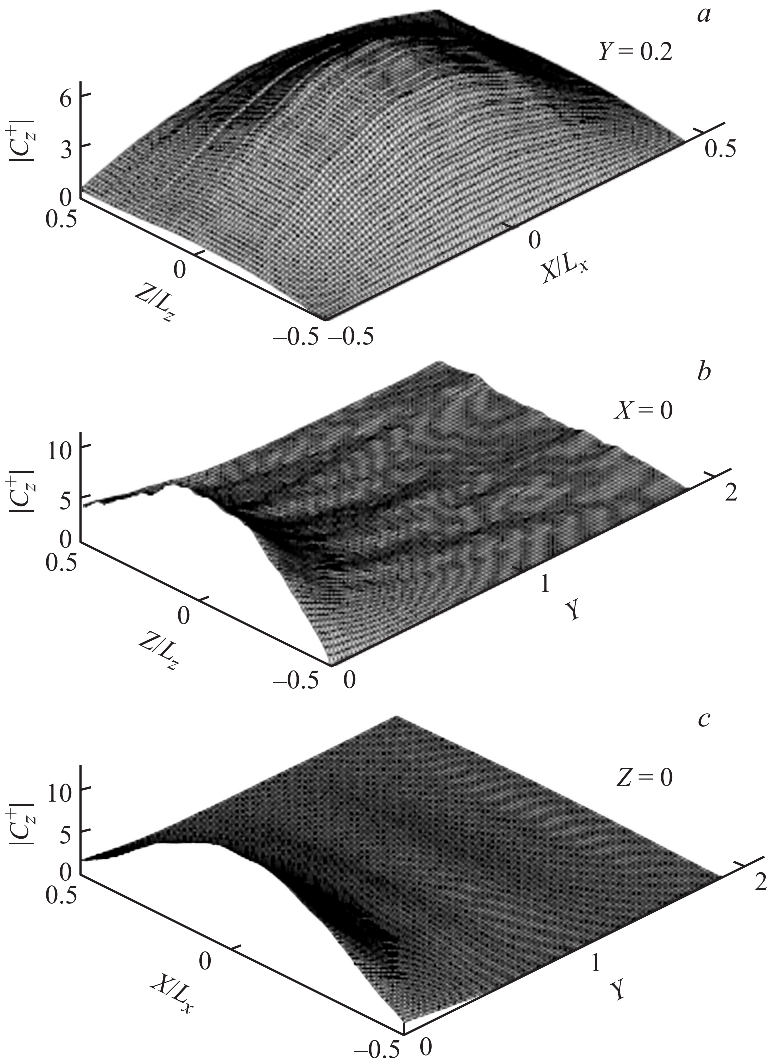

Рис. 3. Пространственные распределения полей парциальных волновых потоков в стационарном режиме генерации в нескольких сечениях при тех же параметрах, что и на рис. 2.

показаны временны́е зависимости нормированных потоков энергии, излучаемых с различных концов области взаимодействия

$$P_z^{+} = \int\limits_0^B \int\limits_{-L_z/2}^{L_z/2} |\hat{C}_z^{\pm}|^2 \Big|_{Z=\pm L_z/2} dXdY, \quad P_x^{\pm} = \int\limits_0^B \int\limits_{-L_z/2}^{L_z/2} |\hat{C}_x^{\pm}|^2 \Big|_{X=\pm L_x/2} dZdY.$$

В рассматриваемом варианте наибольшая часть мощности высвечивается в направлении, обратном направлению поступательного движения частиц. При этом мощность, связанная с поперечными потоками энергии, относительно мала. В соответствии с отрицательным сдвигом частоты относительно брэгговской в стационарном режиме генерации поля парциальных волн оказываются прижаты к поверхности периодической системы (рис. 3, a, b) и при $B > 2$ положение второй пластины практически не оказывает влияния на процесс взаимодействия. Очевидно, что в планарном волноводе поверхностную волну можно рассматривать как супермоду [9], представляющую собой совокупность объемных мод с коррелированными фазами. Следовательно, независимо от уровня сверхразмерности волновода возбуждение поверхностной моды фактически решает проблему обеспечения когерентности излучения по координате y. В плоскости (z, x) амплитуды парциальных волн имеют регулярную колоколообразную структуру, аналогичную показанной на рис. 3, c в структуре волны $\hat{C}_x^{+}$. Приведенный электронный КПД составляет $\hat{\eta} \approx 0.67$, что при параметрах моделирования соответствует полному КПД около 12% и интегральной мощности излучения ~ 0.9 GW.

Заметим в заключение, что аналогично МСЭ при использовании трубчатых электронных потоков большого диаметра возможна реализация коаксиальной и цилиндрической версий двумерного генератора поверхностной волны. В приближении малой кривизны поверхности этот генератор будет также описываться уравнениями (5,6), которые должны быть дополнены циклическими граничными условиями. Предварительное моделирование показывает возможность реализации азимутальной синхронизации излучения в такой схеме.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 10-08-01269-а и Федеральной программой „Научные и педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.

Список литературы

[1] *Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 516–520.
[2] *Shin Y.M., So J.K., Jang K.H.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 147402.
[3] *Andrews H.L., Brau C.A.* // Phys. Rev. ST, Accel. Beams. 2004. V. 7. P. 070701.
[4] *Prokop C., Piot P., Lin M.C., Stolz P.* // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 96. P. 151502.
[5] *Vlasov A.N., Shkvarunets A.G., Rodgers J.S.* et al. / IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. V. 28. P. 235–245.
[6] *Bugaev S.P., Cherepenin V.A., Kanavets V.I.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. V. 18. P. 525–536.
[7] *Bratman V.L., Fedotov A.E., Makhalov P.B.* et al. // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 94. P. 061501.
[8] *Аржанников А.В., Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. В. 11. С. 715–719.
[9] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37/ В. 13. С. 31–39.
[10] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М.* и др. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. В. 2. С. 77–80.
[11] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. М., 1961. С. 218.