01;02

Обратное черенковско-переходное излучение заряда, влетающего в анизотропную среду

© С.Н. Галямин, А.В. Тюхтин

Санкт-Петербургский государственный университет
E-mail: galiaminsn@yandex.ru, tyukhtin@bk.ru

Поступило в Редакцию 3 ноября 2010 г.

Исследовано электромагнитное поле заряда, влетающего в электрически анизотропную диспергирующую среду из вакуума при условии генерации в среде „обратного“ излучения Вавилова–Черенкова. Разработан алгоритм расчета фурье-гармоник поля по точным формулам, получены их асимптотики в дальней зоне. Особое внимание уделено эффекту „обратного черенковско-переходного излучения“ (ОЧПИ), который ранее исследовался только для случая „левой“ среды. Получены условия возбуждения этого излучения, изучено влияние потерь в среде на его распространение. Проведено сравнение ОЧПИ в рассматриваемых условиях с аналогичным эффектом в случае „левой“ среды.

Успехи последних лет в области проектирования и производства метаматериалов привели к появлению ряда искусственных сред, свойства которых не наблюдались в природе [1]. Одним из ярких примеров является „левая“ среда [2]. Некоторые особенности электромагнитного поля движущегося заряда в „левой“ среде и при пересечении границы раздела с ней анализировались в работах [3–8]. Отметим, что излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) в такой среде носит „обратный“ характер, т. е. распространяется (в смысле направления плотности потока энергии) под тупым углом к скорости движения заряда [4,7,8]. В случае, когда заряд влетает в „левую“ среду, генерируемое в ней ИВЧ падает на границу раздела, порождая излучение, которое можно назвать „обратным черенковско-переходным излучением“ (ОЧПИ). Данный термин, введенный в нашей работе [6] (reversed Cherenkov-transition radiation), подчеркивает, что это излучение существует только при наличии границы раздела (как переходное излучение) и только при наличии обратного ИВЧ в среде. Этот эффект и другие особенности поля в случае границы вакуум–„левая“ среда детально проанализированы в работах [6–8]. Отмечалось, в частности, что ОЧПИ в таких условиях является двухпороговым эффектом как по скорости движения частицы, так и по частоте.

Особенности излучения частицы в присутствии изотропной „левой“ среды представляются весьма привлекательными, однако реализация такой среды все еще остается трудной задачей. Поэтому имеет смысл исследовать поле частицы в присутствии менее экзотических сред, в частности сред с электрической анизотропией, которые, тем не менее, проявляют похожие свойства. Далее будет показано, в частности, что эффект ОЧПИ возможен и в такой ситуации.

В данной работе исследуется электромагнитное поле точечной частицы, влетающей из вакуума (область $z < 0$) в полуограниченную немагнитную ($\mu = 1$) электрически анизотропную среду перпендикулярно границе раздела со скоростью $\mathbf{V} = c\beta\mathbf{e}_z$. Среда описывается диагональным тензором диэлектрической проницаемости $\widehat{\varepsilon}$, причем его компоненты обладают дисперсией плазменного типа:

$$\widehat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}, \qquad \varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_{p\perp}^2}{\omega^2 + 2i\omega\omega_{d\perp}},$$

$$\varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_{p\parallel}^2}{\omega^2 + 2i\omega\omega_{d\parallel}}, \tag{1}$$

где $\omega_{p\perp,\parallel}$ — „плазменные“ частоты, $\omega_{d\perp,\parallel}$ — параметры, отвечающие за диссипацию (предполагается, что $\omega_{d\perp} \ll \omega_{p\perp}$, $\omega_{d\parallel} \ll \omega_{p\parallel}$). Как известно [9], электромагнитное поле в данной задаче представляется в виде суммы „вынужденного“ и „свободного“ поля: $\mathbf{H}^{(1,2)} = \mathbf{H}^{q(1,2)} + \mathbf{H}^{b(1,2)}$ (индекс 1 соответствует области $z < 0$, индекс 2 — области $z > 0$). „Вынужденное“ поле (индекс „q“) есть собственное поле заряда в безграничной среде со свойствами соответствующего полупространства. „Свободное“ поле (индекс „b“) возникает из-за наличия границы, и именно с ним связаны интересующие нас в этой работе эффекты. В общем виде решение данной задачи приведено, в частности, в монографии [9]. Выпишем, к примеру, выражения для напряженности магнитного поля, которая имеет только компоненту H_φ в цилиндрической системе координат ρ, φ, z:

$$H_{\varphi}^{q(1,2)} = \frac{q}{2c} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\omega H_{\varphi\omega}^{q(1,2)} \exp\left(i\omega(zV^{-1} - t)\right), \tag{2}$$
$$H_{\varphi\omega}^{q(1,2)} = is_{1,2} H_1^{(1)}(s_{1,2}\rho),$$

$$s_1 = \sqrt{\omega^2 V^{-2}(\beta^2 - 1)}, \quad s_2 = \sqrt{\omega^2 V^{-2} \varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp}^{-1}(\varepsilon_{\perp}\beta^2 - 1)}, \tag{3}$$
$$\mathrm{Im} s_{1,2} > 0,$$

$$H_{\varphi}^{b(1,2)} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\omega H_{\varphi\omega}^{b(1,2)} \exp(-i\omega t), \tag{4}$$

$$H_{\varphi\omega}^{b(1,2)} = \mp \frac{q}{2\pi\beta c} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk_{\rho} B^{(1,2)} k_{\rho}^2 [k_z^{(1,2)}]^{-1} H_1^{(1)}(\rho k_{\rho}) \exp(ik_z^{(1,2)}|z|), \tag{5}$$

$$k_z^{(1)} = \sqrt{\omega^2 c^{-2} - k_{\rho}^2}, \quad k_z^{(2)} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}^{-1}(\omega^2 c^{-2}\varepsilon_{\parallel} - k_{\rho}^2)}, \tag{6}$$
$$\mathrm{Im}\, k_z^{(1,2)} \geqslant 0, \quad \mathrm{Re}(\omega k_z^{(1)}) \geqslant 0,$$

$$B^{(1)} = \frac{k_z^{(1)}}{k_z^{(2)} + \varepsilon_{\perp} k_z^{(1)}} \left(\frac{\beta k_z^{(2)} - \omega c^{-1}\varepsilon_{\perp}}{k_{\rho}^2 - s_1^2} \right.$$
$$\left. + \frac{c\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}^{-1}\beta^2}{\omega\left(1 + \sqrt{1 - c^2\beta^2\omega^{-2}\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}^{-1}(k_{\rho}^2 - s_2^2)}\right)} \right),$$

$$B^{(2)} = \frac{k_z^{(2)}}{k_z^{(2)} + \varepsilon_{\perp} k_z^{(1)}} \left(\frac{c\varepsilon_{\perp}\beta^2}{\omega\left(1 - \sqrt{1 - c^2\beta^2\omega^{-2}(k_{\rho}^2 - s_1^2)}\right)} - \frac{\beta k_z^{(1)}\varepsilon_{\perp} + \omega c^{-1}}{k_{\rho}^2 - s_2^2} \right). \tag{7}$$

Исследование „вынужденного" поля может быть проведено различными методами [10], в частности с применением теории функций комплексного переменного, как это делалось в работах [11,12] для других сред с частотной дисперсией. Здесь нас интересует, прежде всего,

„свободное“ поле. Его исследование проводилось как аналитически, так и численно. С помощью метода перевала были построены асимптотики фурье-гармоник компонент поля, которые описывают объемные волны в дальней (по отношению к точке влета заряда в среду) зоне. В этих асимптотиках вклад окрестности седловой точки соответствует переходному излучениию (ПИ), а вклад полюса $k_\rho = s_2$ (во вторых слагаемых в формулах (7)) дает ОЧПИ, если соответствующая волна является распространяющейся. Фурье-гармоники рассчитывались также численно по точным формулам. Сравнение результатов показало хорошее совпадение в области применимости асимптотик.

Не останавливаясь на деталях этого рассмотрения, приведем далее его основные результаты. Наиболее ярким из исследованных эффектов является „обратное черенковско-переходное излучение“ (ОЧПИ), которое возможно только при наличии обратного ИВЧ. Последнее имеет место при условии $\omega_{p\|} < \omega_{p\perp}$ в диапазоне частот между $\omega_{p\|}$ и $\omega_{p\perp}$, причем независимо от скорости движения частицы (это обстоятельство отмечалось еще в монографии [10]). В среде данный частотный диапазон является одновременно и диапазоном частот ОЧПИ. Однако в вакуумной области диапазон частот ОЧПИ оказывается более узким:

$$\omega_{p\|} < \omega < \Omega = \sqrt{\omega_{p\|}^2(1-\beta^2)/2 + \sqrt{\omega_{p\|}^4(1-\beta^2)^2/4 + \omega_{p\|}^2\omega_{p\perp}^2\beta^2}}. \quad (8.1)$$

Наличие верхней граничной частоты Ω, меньшей $\omega_{p\perp}$, объясняется полным внутренним отражением от границы волн ИВЧ с частотами выше Ω. Условие (8.1) может быть записано и в другой форме:

$$\beta > \beta_{\mathrm{RCTR}}(\omega) = \sqrt{\omega^2(\omega^2 - \omega_{p\|}^2)\omega_{p\|}^{-2}(\omega_{p\perp}^2 - \omega^2)^{-1}}. \quad (8.2)$$

Таким образом, на заданной частоте эффект ОЧПИ в вакууме имеет нижний порог по скорости движения заряда, однако он связан не с порогом ИВЧ в среде (который равен нулю), а с тем, что при $\beta < \beta_{\mathrm{RCTR}}$ волны ИВЧ полностью отражаются от границы.

Для описания структуры поля используем сферические координаты — расстояние $R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ и угол θ, отсчитываемый от отрицательной части оси z (при этом $0 < \theta < \pi/2$ — область вакуума). Вакуумное ОЧПИ имеется не во всем полупространстве $0 < \theta < \pi/2$, а только при $\theta > \theta_1 = \theta_{10} + \delta\theta_1$, где $\theta_{10} = \arcsin\sqrt{\varepsilon'_{\parallel}(1 + |\varepsilon'_{\perp}|^{-1}\beta^{-2})}$, $\delta\theta_1 = \sqrt{2c/(\omega R_1)}$, $R_1 = 8c\omega^{-1} \times$ $\times[\operatorname{tg}\theta_{10}(\varepsilon''_{\parallel}/\varepsilon'_{\parallel} + \varepsilon''_{\perp}/|\varepsilon'_{\perp}|(1 + |\varepsilon'_{\perp}|\beta^2)^{-1})]^{-2}$. В случае отсутствия диссипации в среде $R_1 = \infty$, $\delta\theta_1 = 0$ и $\theta_1 = \theta_{10}$.

Отметим, что граница между областью, „засвеченной" ОЧПИ, и областью, где оно не значимо, является не резкой, а представляет собой переходную зону („область полутени"). В вакууме она определяется неравенствами $R \leqslant R_1$, $|\theta - \theta_{10}| \leqslant \Delta\theta_1 = \sqrt{2c\omega^{-1}R^{-1}(1 - R/R_1)}$. В этой области полюс $k_\rho = s_2$ находится вблизи седловой точки, и поле в дальней зоне корректно описывается равномерной асимптотикой. В среде область „полутени" сосредоточена в окрестности направления $\theta = \pi - \theta_{20}$, где $\theta_{20} = \operatorname{arctg}\sqrt{(1 + |\varepsilon'_{\perp}|\beta^2)|\varepsilon'_{\perp}|(\varepsilon'_{\parallel})^{-1}}$. Пространственная структура фурье-гармоники полного поля при выполнении неравенства (8.1) или (8.2) и отсутствии диссипации показана на рис. 1.

Наличие диссипации приводит к тому, что амплитуды фурье-гармоник всех составляющих объемного поля излучения (ПИ, ИВЧ и ОЧПИ) в среде экспоненциально убывают, что вполне естественно. Более интересным является тот факт, что наличие диссипации в среде приводит к экспоненциальному уменьшению амплитуды ОЧПИ в вакууме. Оценка максимального расстояния, на котором экспоненциальный множитель в фурье-гармонике убывает в e^2 раз, дает величину $R = R_1$ при $\theta = \theta_1$, т.е. на границе области ОЧПИ. На врезке рис. 1 представлена зависимость этого расстояния от β в диапазоне ОЧПИ (8.2) при ненулевых потерях. Как видно, R_1 монотонно растет с ростом β и имеет величину порядка тысяч длин волн в вакууме. Эта оценка свидетельствует о возможности уверенного обнаружения ОЧПИ в эксперименте.

Численные результаты, иллюстрирующие эффект ОЧПИ в вакууме, представлены на рис. 2. Данные графики получены непосредственным численным интегрированием по строгим формулам (2), (3), (5)–(7). Они показывают фурье-образ напряженности магнитного поля как функцию частоты при разных углах θ и разных значениях скорости движения заряда. Диапазон частот эффекта ОЧПИ четко проявляется в виде нескольких осцилляций на данных кривых. Согласно неравенствам (8.1) и (8.2), на плоскости (ω, β) он должен заключаться между линиями $\omega = \omega_{p\parallel}$ и $\beta = \beta_{\mathrm{RCTR}}(\omega)$ (они показаны пунктиром). Как видно, результаты численных расчетов находятся в соответствии с предсказаниями

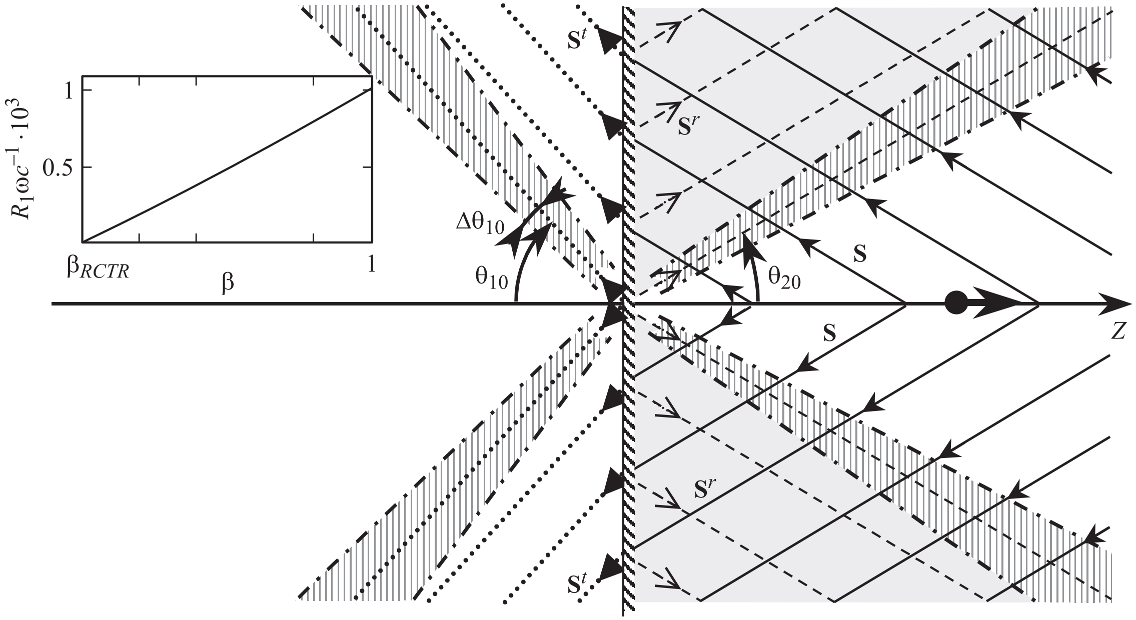

Рис. 1. Пространственная структура фурье-гармоники полного электромагнитного поля в случае анизотропной среды (1) без потерь. Частота гармоники лежит внутри интервала (8.1). Линии $\rightarrow\!-$ параллельны вектору Пойнтинга $\mathbf{S}$ ИВЧ, линии $--\!\rightarrow--$ — вектору Пойнтинга $\mathbf{S}^r$ ОЧПИ в среде (отраженного ИВЧ), линии $\cdots\rightarrow\cdots$ — вектору Пойнтинга $\mathbf{S}^t$ в вакууме (преломленного ИВЧ). Штриховкой показаны области „полутени", линией $-\cdot-$ показаны их границы. На врезке показана зависимость максимального расстояния существенности ОЧПИ в вакууме R_1 (в единицах $c\omega^{-1}$) от скорости частицы при наличии потерь: $\omega_{p\perp} = 1.5\omega_{p\|}$, $\omega_{d\perp} = \omega_{d\|} = 10^{-2}\omega_{p\|}$, $\omega = 1.1\omega_{p\|}$, $\beta_{\mathrm{RCTR}} = 0.5$.

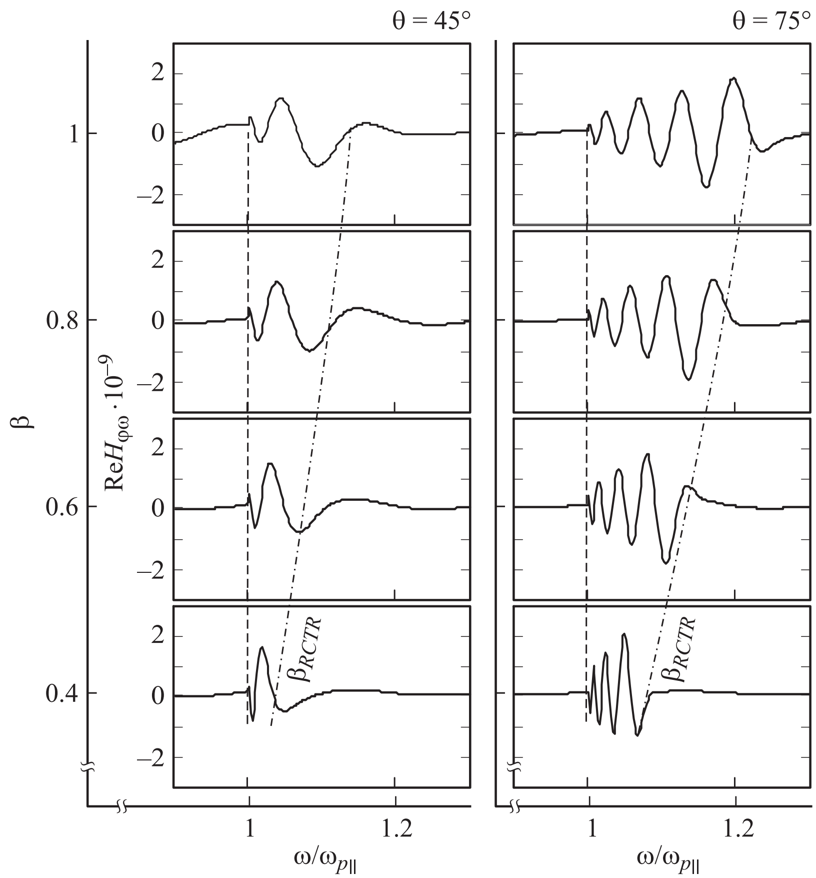

Рис. 2. Зависимость фурье-гармоники полного магнитного поля $\mathrm{Re}H_{\varphi\omega}$ $(\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s})$ от частоты ω при различных углах наблюдения и различных β в случае анизотропной среды (1). Параметры среды: $\omega_{p\|} = 2\pi\cdot 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_{p\perp} = 1.5\omega_{p\|}$, $\omega_{d\perp} = \omega_{d\|} = 10^{-3}\omega_{p\|}$; $R = 14\,\mathrm{cm}$, $q = -1\,\mathrm{nC}$. Расчет проводился по точным формулам.

формул (8.1) и (8.2). Амплитуда фурье-гармоники вакуумного ОЧПИ максимальна вблизи границы раздела, ширина спектра максимальна при $\beta \to 1$.

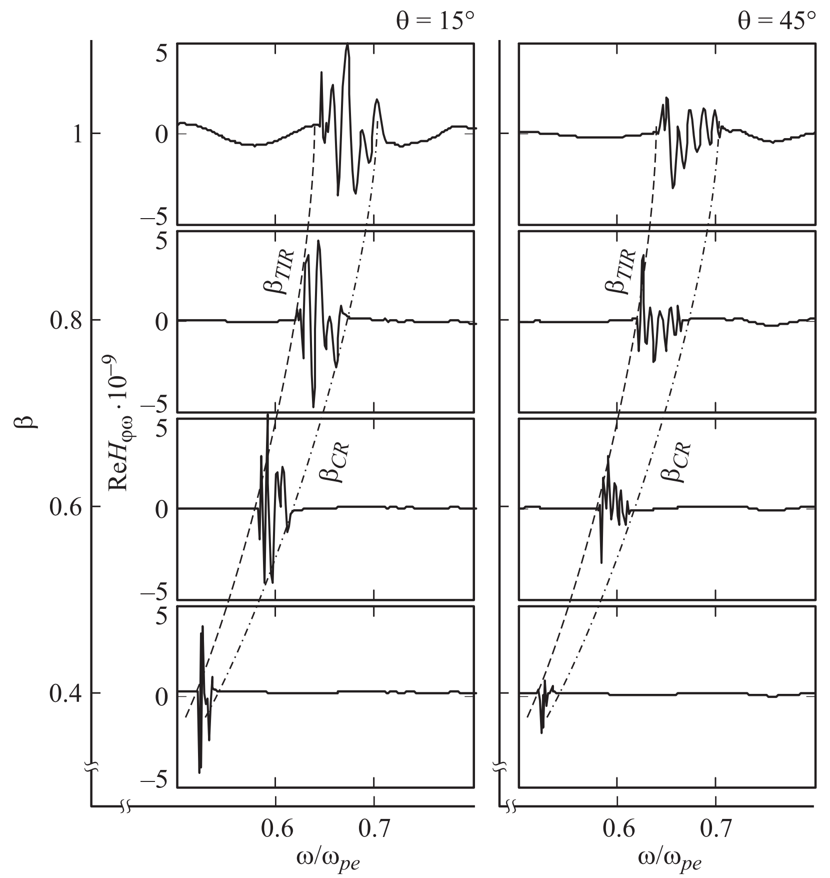

Рис. 3. Зависимость фурье-гармоники полного магнитного поля $\mathrm{Re}H_{\varphi\omega}$ $(\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s})$ от частоты ω при различных углах наблюдения и различных β в случае изотропной „левой“ среды (9). Параметры „левой“ среды: $\omega_{rm}=0$, $\omega_{pm}=\omega_{pe}=2\pi\cdot 10\cdot 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_{dm}=\omega_{de}=10^{-3}\omega_{pe}$; $R=14\,\mathrm{cm}$, $q=-1\,\mathrm{nC}$. Расчет проводился по точным формулам.

Интересно сравнить рассматриваемую задачу с аналогичной задачей для случая границы вакуум–изотропная „левая“ среда (рис. 3). Данная задача подробно анализировалась в работах [6–8], однако рисунок, подобный рис. 3, ранее не приводился. Среда на рис. 3 описывается дисперсионными зависимостями вида

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_{pe}^2(\omega^2 + 2i\omega_{de}\omega)^{-1},$$
$$\mu(\omega) = 1 + \omega_{pm}^2(\omega_{rm}^2 - 2i\omega_{dm}\omega - \omega^2)^{-1}. \quad (9)$$

Как видно, в случае „левой" среды не только верхний, но и нижний пороги вакуумного ОЧПИ монотонно растут с ростом скорости частицы, амплитуда фурье-гармоники максимальна вблизи линии движения частицы, а ширина спектра максимальна при $\beta \to 1$.

Напомним, что в случае рассматриваемой анизотропной среды нижний порог вакуумного ОЧПИ по скорости связан с эффектом полного внутреннего отражения, а верхний порог отсутствует. В этом состоит одно из основных отличий этого эффекта от аналогичного явления в случае „левой" среды, когда с полным внутренним отражением связан верхний порог, а нижний порог является порогом генерации ИВЧ [6–8].

Отмеченные особенности спектра поля излучения в случае границы раздела вакуум—анизотропная среда могут применяться как для диагностики пучков заряженных частиц, так и для определения свойств современных метаматериалов.

Работа выполнена при поддержке Агентства по науке и образованию Российской Федерации, Правительства Санкт-Петербурга и РФФИ (грант 09-02-00921).

Список литературы

[1] *Soukoulis C.M., Zhou J., Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 304217-7.
[2] *Веселаго В.Г.* // УФН. 2003. Т. 173. № 7. С. 790–794.
[3] *Пафомов В.Е.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 6. С. 1853–1858.
[4] *Lu J., Grzegorczyk T.M., Zhang Y., Jr J.P., Wu B.-I., Kong J.A., Chen M.* // Opt. Express. 2003. V. 11. N 7. P. 723–734.
[5] *Аверков Ю.О.* // Радиофизика и электроника (Харьков). 2005. Т. 10. № 2. С. 248–255.
[6] *Galyamin S.N., Tyukhtin A.V., Kanareykin A., Schoessow P.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. P. 194802-4.
[7] *Galyamin S.N., Tyukhtin A.V.* // Phys. Rev. B. 2010. V. 81. P. 235134-14.

[8] *Galyamin S.N., Tyukhtin A.V.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2010. V. 236. P. 012003-8.
[9] *Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
[10] *Зрелов В.П.* Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Ч. 1, 2. М., 1968.
[11] *Тюхтин А.В., Галямин С.Н.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 15. С. 7–14.
[12] *Tyukhtin A.V., Galyamin S.N.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. P. 066606-8.