04

Пондеромоторный транспорт заряженной гранулы в плазме

© *Александр Е. Дубинов*

Национальный исследовательский ядерный университет
Московский инженерно-физический институт —
Саровский физико-технический институт, Саров
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Поступило в Редакцию 28 июня 2010 г.

Рассмотрена пондеромоторная сила, действующая на заряженную гранулу в плазме со стороны быстро осциллирующего электрического поля плазменных колебаний. Учет осцилляций величины заряда гранулы в поле позволил выделить новые, ранее не описанные в литературе составляющие этой силы. Одна из найденных составляющих является неисчезающей даже для случаев однородных плазмы и поля и приводит к направленному транспорту пылевой фракции плазмы.

А.В. Гапонов и М.А. Миллер более полувека назад показали [1], что на заряженную частицу в неоднородном быстро осциллирующем электрическом поле действует сила, которая в среднем не осциллирует и направлена по градиенту амплитуды поля. Эту силу везде называют силой Гапонова–Миллера или пондеромоторной силой. Она является очень важной для описания динамики плазмы под действием интенсивных СВЧ- и лазерных излучений.

В работе [2] показано, что пондеромоторная сила, возникающая в неоднородной ионно-звуковой волне в пылевой плазме, аналогичным образом воздействует на заряженные гранулы. С помощью этой силы возможно создание условий для направленного перемещения пылевой фракции по плазме.

В [2] предполагалось, что заряд гранулы постоянен. Поэтому выражение для пондеромоторной силы было почти таким же, что и в [1], т. е. сила оказалась пропорциональной градиенту квадрата амплитуды поля. Однако известно, что заряд гранулы в плазме непостоянен и флуктуирует, а в сильной волне заряд может также синхронно с ней осциллировать. Поэтому целью данной работы являлось рассмотрение пондеромоторной силы, действующей на гранулу с учетом осцилляций ее заряда.

Будем исходить из простейшего уравнения движения гранулы в осциллирующем поле

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = [q_0 + q_1(x)\sin(\omega t + \varphi)]\,E(x)\sin\omega t, \tag{1}$$

в котором выражение в квадратных скобках есть заряд гранулы, состоящей из постоянной q_0 и осциллирующей q_1 частей, а начальная фаза φ описывает запаздывание зарядки гранулы от осцилляций поля. Подчеркнем, что в этом выражении мы не будем делать никаких ограничений на величину и знак слагаемых q_0 и q_1, допуская для математической общности даже ситуацию с переполюсовкой знака заряда $q_0 < q_1$, которая возможна, например, в электрон-позитронной плазме (для обычной электрон-ионной плазмы, конечно же, $q_0 \gg q_1$).

Вообще говоря, величины q_1 и φ должны быть самосогласованно связаны с амплитудой поля $E(x)$, причем вид этой связи определяется природой волны и механизмами перезарядки гранулы в плазме. Например, в [3] построена самосогласованная нелинейная теория ионно-звуковых волн с учетом зарядки гранул в поле волны в случае, когда гранулы мгновено заряжаются, выполняя роль коллекторов плазменных ионов и электронов. Там, действительно, показано, что в волне реализуются интенсивные колебания заряда гранул по типу (1) с $q_0 \gg q_1$. Для рассматриваемой здесь задачи конкретизация связи q_1 и φ с $E(x)$ не является принципиальной.

Разделим координату x на две составляющие, медленную и быстро осциллирующую:

$$x = \overline{x} + \xi\sin\omega t. \tag{2}$$

Подстановка (2) в (1) дает

$$m\,\frac{d^2\overline{x}}{dt^2} - m\omega^2\xi\sin\omega t = [q_0 + q_1(\overline{x} + \xi\sin\omega t)\sin(\omega t + \varphi)]\,E(\overline{x} + \xi\sin\omega t)\sin\omega t. \tag{3}$$

Разложим заданные функции q_1 и E по степеням ξ и удержим все члены разложений, имеющих порядок не выше линейного:

$$\begin{cases} q_1(\overline{x}+\xi\sin\omega t) = q_1(\overline{x}) + \dfrac{dq_1(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\xi\sin\omega t + \ldots, \\ E(\overline{x}+\xi\sin\omega t) = E(\overline{x}) + \dfrac{dE(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\xi\sin\omega t + \ldots. \end{cases} \tag{4}$$

Приравнивая в уравнении (3) коэффициенты при синусе справа и слева, получим выражение для амплитуды быстро осциллирующей добавки ξ:

$$\xi = -\frac{q_0 E(\overline{x})}{m\omega^2}. \tag{5}$$

Подставим (4) и (5) в (3) и получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} m\,\frac{d^2\overline{x}}{dt^2} = &-\frac{q_0}{m\omega^2}\,E(\overline{x})\,\frac{dE(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\sin^2\omega t + q_1(\overline{x})E(\overline{x})\sin(\omega t+\varphi)\sin\omega t \\ &-\frac{q_0}{m\omega^2}\,q_1(\overline{x})E(\overline{x})\,\frac{dE(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\sin(\omega t+\varphi)\sin^2\omega t \\ &+\frac{q_0}{m^2\omega^4}\,E(\overline{x})\,\frac{dq_1(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\frac{dE(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\sin(\omega t+\varphi)\sin^3\omega t. \end{aligned} \tag{6}$$

Для проведения дальнейшего усреднения уравнения движения (6) воспользуемся следующими элементарными тригонометрическими соотношениями:

$$\begin{cases} \langle\sin^2\omega t\rangle_0^{2\pi/\omega} = \dfrac{1}{2}; \\ \langle\sin(\omega t+\varphi)\sin\omega t\rangle_0^{2\pi/\omega} = \dfrac{1}{2}\cos\varphi; \\ \langle\sin(\omega t+\varphi)\sin^2\omega t\rangle_0^{2\pi/\omega} = 0; \\ \langle\sin(\omega t+\varphi)\sin^3\omega t\rangle_0^{2\pi/\omega} = \dfrac{3}{8}\cos\varphi. \end{cases} \tag{7}$$

Проведя усреднение (6) с помощью (7), получим итоговое уравнение движения:

$$\begin{aligned} m\,\frac{d^2\overline{x}}{dt^2} = &-\frac{q_0}{4m\omega^2}\,\frac{d[E^2(\overline{x})]}{d\overline{x}} + \frac{1}{2}\,q_1(\overline{x})E(\overline{x})\cos\varphi \\ &+\frac{q_0}{8m^2\omega^4}\,\frac{dq_1(\overline{x})}{d\overline{x}}\,\frac{d[E^3(\overline{x})]}{d\overline{x}}\,\cos\varphi, \end{aligned} \tag{8}$$

в котором в правой части помимо традиционного первого слагаемого Гапонова–Миллера присутствуют еще два новых слагаемых. Фактически эти слагаемые представляют собой две составляющие пондеромоторной силы, возникающие благодаря осцилляциям заряда гранулы. Аналитическое обнаружение этих составляющих — основной итог данной работы. Рассмотрим новые составляющие подробнее.

Слагаемое $(1/2)q_1(\overline{x})E(\overline{x})\cos\varphi$, как видно, не зависит ни от постоянной части заряда гранулы q_0, ни от частоты ω, ни от градиентов. Следовательно, эта составляющая силы существует для однородной плазмы и однородного по амплитуде осцилляций поля, а также при $q_0 = 0$, когда другие слагаемые, 1-е и 3-е, исчезают. Оказывается, что для заряженных гранул в плазме это слагаемое является самым важным: оно не исчезает никогда и является основной причиной направленного транспорта пылевой фракции. Физический механизм этого транспорта достаточно прост: при $q_0 < q_1$ сила, действующая со стороны электрического быстропеременного поля на гранулу, всегда направлена в одну и ту же сторону, так как за полупериод и поле, и заряд сменяют свои знаки. Но что более важно, данный транспорт существует даже при $q_0 \gg q_1$, т.е. даже тогда, когда полный заряд гранулы не изменяет своего знака, а сила периодически меняет свое направление! Это объясняется тем, что амплитуды силы в двух противофазных колебаниях различны, и средняя силы за период отлична от нуля. Любопытно, что для такого транспорта существует аналог в биржевой экономике, когда на фоне периодических сезонных колебаний курса акций или цены на некоторый продукт сами курс или цена в целом растут или падают (upward or downward ratchet effect).

Последнее слагаемое в (8) описывает составляющую пондеромоторной силы, зависящую от градиентов величин $q_1(\overline{x})$ и $E^3(\overline{x})$, и обратно пропорционально биквадрату частоты. Эта составляющая силы, как правило, слабее составляющей Гапонова–Миллера.

Легко видеть, что новые слагаемые существуют лишь при $\varphi \neq \pi/2$. В некоторых теоретических работах (например, [3–5]), рассматривавших ионно-звуковые волны в пылевой плазме, считалось, что электрический заряд гранул является однозначной функцией электростатического потенциала в волне, т.е. в них использовалась модель мгновенной зарядки гранул. В этих моделях заряд гранулы всегда осциллирует в фазе с потенциалом и, следовательно, со сдвигом на $\varphi = \pi/2$

относительно электрического поля. Тогда два новых слагаемых в (8) автоматически обнуляются.

В действительности же зарядка гранулы отстает по фазе от потенциала вследствие, например, конечной электрической емкости гранулы или конечности времени подлета электронов и ионов к ней. Для описания этого запаздывания следует использовать модель задержанной зарядки типа [6,7]. В такой модели направленный транспорт гранул в плазме неустраним.

Таким образом, в данной работе найдены новые составляющие пондеромоторной силы, которые, насколько нам известно, ранее не описывались в литературе. Одна из этих составляющих является неисчезающей даже для случаев однородных плазмы и поля и приводит к направленному транспорту пылевой фракции плазмы.

Работа сделана в рамках проекта РФФИ № 10-02-90418-Укр_а.

Список литературы

[1] *Гапонов А.В., Миллер М.А.* // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 242.
[2] *Shukla P.K., Rosenberg M.* // Phys. Plasmas. 1999. V. 6. P. 1371.
[3] *Дубинов А.Е., Сазонкин М.А.* // ЖТФ. 2008. В. 78. С. 29.
[4] *Ghosh S.* // J. Plasma Phys. 2007. V. 73. P. 515.
[5] *El-Labany S.K., El-Bedwehy N.A., Abd-El-Razek H.N.* // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. P. 103704-1.
[6] *Shukla P.K.* // Phys. Lett. A. 2000. V. 268. P. 100.
[7] *Mamun A.A., Shukla P.K.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. P. 720.