

03;08

Резкое усиление локализации волн Рэлея под следом капли на анизотропных подложках

© А.В. Зырянова, В.Г. Можяев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

E-mail: annazyr@mail.ru, vgmozhaev@mail.ru

Поступило в Редакцию 9 декабря 2008 г.

Предсказано многократное усиление степени волноводной локализации поверхностных акустических волн Рэлея под следом растекшейся капли на анизотропной подложке в случае, когда анизотропия среды создает условия автоколлимации волноводного пучка. Данный эффект позволяет рассчитывать параметры ряда низших волноводных мод Рэлея под следом капли в пренебрежении конечностью ширины следа.

PACS: 43.35.+d, 43.35.Pt, 46.40.Cd, 68.35.Iv, 68.60.Bs

Новыми перспективными приложениями поверхностных акустических волн (ПАВ) ультразвукового диапазона является их использование в качестве движущей силы в устройствах, получивших название „лабораторий на чипах“ или кратко „биочипов“ [1–7]. Такие микроэлектронные устройства предназначены для выполнения функций обычных химических и биологических лабораторий, но только в полностью автоматизированном режиме и при объеме обрабатываемых растворов порядка микро- и нанолитров. Поверхностные акустические волны в этих устройствах могут использоваться для транспортировки капель, контролируемого деления более крупных капель на мелкие, ускорения перемешивания жидкости внутри капель, а также для создания воздушно-капельных смесей. К возможным областям применения биочипов относятся медицина, молекулярная биология, микро- и нанохимия, нанотехнологии. При анализе физических процессов в обсуждаемых устройствах обратным влиянием капель на акустические волны обычно пренебрегают, считая его незначительным. Однако обоснованность этого приближения, строго говоря, нуждается в проверке. В экспериментах по изучению транспорта капель на

подложке из ниобата лития в поле поверхностных волн Рэлея помимо собственно транспорта наблюдалось направленное растекание капель с образованием следа жидкости в форме узкой и тонкой полоски [7]. Такая жидкостная нагрузка создает условия волноводной локализации волн Рэлея под следом капли, теоретическому изучению которой и посвящена настоящая работа. В отличие от предшествующего исследования на ту же тему [8] в данной работе учитывается анизотропия скорости поверхностных акустических волн на кристаллической подложке, которая, как будет показано ниже, может оказывать неожиданно сильное влияние на локализацию волноводных мод. Отметим, что информация о распределении полей в акустических биочипах весьма важна для корректного анализа их работы, поскольку эффективность функционирования этих устройств напрямую определяется амплитудой возбуждаемых в них акустических волн.

Геометрия задачи показана на рис. 1. Слой жидкости в форме сильно вытянутой капли располагается на поверхности пьезоэлектрической подложки Y -среза, в которой с помощью встречно-штыревых преобразователей (ВШП) возбуждаются ПАВ, бегущие вдоль оси Z . Дальнейший анализ основан на использовании модельного скалярного уравнения Гельмгольца для распределения поля волн Рэлея по поверхности образца

$$\Delta_{\perp}\psi + k^2\psi = 0, \quad (1)$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$. Входящее сюда волновое число волн Рэлея k считается возмущенным из-за присутствия слоя: $k = k_0 + \Delta k$, k_0 — невозмущенное значение, а Δk — возмущение. Уравнение (1) строго выведено в работе [9] из трехмерных динамических уравнений теории упругости для одной из компонент векторного потенциала смещения ψ в трехмерных волнах Рэлея на плоской свободной поверхности однородного изотропного полупространства. Под трехмерными здесь подразумеваются волны с произвольным распределением амплитуды по поверхности образца. Уравнение типа (1) широко применяется в литературе для анализа сложных волноводных задач для ПАВ в неоднородных средах, в том числе и с плавно меняющимися в пространстве материальными свойствами [10]. Для изучения влияния анизотропии среды на локализацию волн Рэлея удобно воспользоваться параксиальным параболическим приближением. В этом случае зависимость фазовой скорости v от угла θ отклонения направления распространения от оси Z

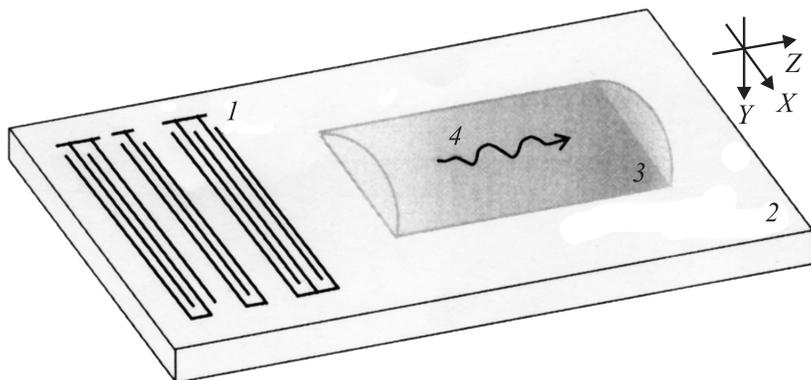


Рис. 1. Геометрия задачи о распространении волн Рэлея под следом капли на кристаллической подложке: 1 — встречно-штыревые преобразователи, 2 — подложка, 3 — слой жидкости, 4 — волны Рэлея.

аппроксимируется формулой

$$v(\theta)/v(0) = 1 + (\gamma/2)\theta^2, \quad (2)$$

где γ — безразмерный коэффициент, определяемый с помощью численных расчетов [11]. Случай $\gamma = -1$ принято называть автоколлимирующим, поскольку в рамках рассматриваемого приближения дифракционная расходимость в этом случае полностью отсутствует. Параболическую анизотропию можно включить в уравнение (1) при небольшой его модификации — замене Δ_{\perp} оператором $\Delta'_{\perp} = (1 + \gamma)\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$.

Обсудим теперь влияние на волны Рэлея тонкого слоя жидкости с шириной несколько длин волн. Последнее условие означает, что изменение скорости ПАВ поперек следа капли весьма мало в масштабах длины волны, что позволяет использовать уравнение (1) и для такой неоднородной среды. Выражение для Δk ПАВ рэлеевского типа, распространяющихся в анизотропных пьезоэлектрических подложках, при нагрузке поверхности тонким плоскопараллельным изотропным упругим твердым слоем толщиной h представлено в монографии [12]. Из этого выражения, полагая модуль сдвига слоя равным нулю, получаем

результат для невязкого жидкого слоя

$$\Delta k = Ak_0 h, \quad A = \frac{v_0 \rho_{liq}}{4} \left(\frac{|V_x|^2}{P} + \frac{|V_y|^2}{P} + \frac{|V_z|^2}{P} \right), \quad (3)$$

где k_0 , v_0 — волновое число и фазовая скорость волн Рэлея на свободной поверхности, ρ_{liq} — плотность жидкости; V_x , V_y , V_z и P — компоненты колебательной скорости и интегральный по глубине поток энергии в волнах Рэлея. Значения этих параметров для стандартных подложек приведены в [12]. Из (3) следует, что нагрузка поверхности твердых тел слоем невязкой жидкости всегда приводит к уменьшению скорости ПАВ. Изменения толщины слоя в поперечном направлении будем аппроксимировать зависимостью вида $h = h_0(1 - \beta x^2)$, где x — отклонение от оси симметрии капли, h_0 — максимальная толщина капли, β — коэффициент, определяющий скорость изменения толщины слоя с координатой x . Параметры капли в направлении распространения акустических волн считаются неизменными.

Подстановка приведенных выражений в уравнение (1) с использованием приближенного соотношения $k^2 \approx k_0^2 + 2k_0 \Delta k$ и поиск решения в виде $\psi = \psi(x) \exp(ik_z z)$ сводит (1) к уравнению Шредингера для линейного гармонического осциллятора

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + (p - \alpha^2 x^2) \psi(x) = 0, \quad (4)$$

где $p = [k_0^2 - k_z^2 + 2k_0^2(\Delta k/k_0)_{\max}]/(1 + \gamma)$, $\alpha^2 = 2k_0^2 \beta (\Delta k/k_0)_{\max}/(1 + \gamma)$, $(\Delta k/k_0)_{\max} = Ah_0$. Рассмотрим далее случай, когда область локализации волноводных мод значительно уже следа капли. Тогда профиль локальной скорости ПАВ можно приближенно заменить параболическим и за пределами капли. При таком условии уравнение (4) имеет известное точное решение, определяющее пространственное распределение поля волноводных мод $\psi_n = C_n \exp(-\xi^2/2) H_n(\xi) \exp(ik_z^n z)$, где $\xi = \sqrt{\alpha} x$, $H_n(\xi)$ — полиномы Эрмита n -й степени ($n = 0, 1, 2, \dots$), C_n — произвольные амплитудные постоянные, $p = (1 + 2n)\alpha$. Последнее выражение определяет волновое число k_z моды с заданным номером n . Данное решение показывает, что анизотропия параболического типа влияет лишь на масштаб изменения поля волноводных мод в поперечном направлении, но не меняет формы решения, характерной для изотропной среды. Наиболее интересный случай сверхсильного сжатия

пучков реализуется при значениях γ , близких к -1 . В этом случае масштабный коэффициент стремится к бесконечности, а волноводные пучки приобретают необычную иглообразную форму. Представленный анализ имеет, конечно, ограничения в отношении точности количественного описания узких пучков с широким пространственным спектром. Тем не менее его качественные выводы о резком сужении волноводных пучков должны оставаться верными и в этом предельном случае.

Пример расчета распределения поля нулевой моды по ширине следа капли представлен на рис. 2, *a*. Расчет выполнен для капли с шириной, равной 30 длинам рэлеевских волн, находящейся на подложке из LiNbO_3 Y -среза, при $k_0 h_0 = 0.2$ и распространении волн вдоль оси Z на частоте 15 МГц. Приведены зависимости, рассчитанные с учетом анизотропии подложки (кривая 1) и без ее учета (кривая 3). Кривая 2 относится к случаю более слабой анизотропии, когда вместо реального значения $\gamma = -0.906$, относящегося к YZ - LiNbO_3 , использовалось значение $\gamma = -0.454$, относящееся к распространению волн вдоль оси X на повернутом на 41.5° срезе LiNbO_3 [11]. На рис. 2, *b* показано, как в выбранном примере меняется по ширине капли возмущение локального волнового числа ПАВ из-за нагрузки поверхности слоем. Несмотря на то что максимальное относительное замедление скорости ПАВ на оси в этом примере составляет всего лишь около 0.8%, это тем не менее вызывает весьма сильное сжатие волноводного пучка. Его следствием является возможность пренебрежения влиянием конечности ширины растекшейся капли на свойства многих низших волноводных мод. Критерием применимости данного приближения служит малость отношения a_n амплитуды волнового поля n -й моды на крае капли $\xi_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$ к ее значению на центральной оси

$$a_n \equiv |\psi_n(\xi_0)/\psi_n(0)| = |H_n(\xi_0)/H_n(0)| \exp(-\xi_0^2/2). \quad (5)$$

В выбранном примере эти отношения для 4 низших симметричных мод, возбуждаемых симметричным ВШП, без учета анизотропии подложки ($\gamma = 0$) составляют $a_0 = 9.1 \cdot 10^{-3}$, $a_2 = 0.025$, $a_4 = 0.19$, $a_6 = 0.7$, а с учетом для $\gamma = -0.454$ — $a_0 = 1.7 \cdot 10^{-6}$, $a_2 = 4.5 \cdot 10^{-5}$, $a_4 = 3.4 \cdot 10^{-4}$, $a_6 = 1.3 \cdot 10^{-3}$. Отсюда видно, что анизотропия существенно расширяет диапазон применимости обсуждаемого приближения в отношении мод высших номеров.

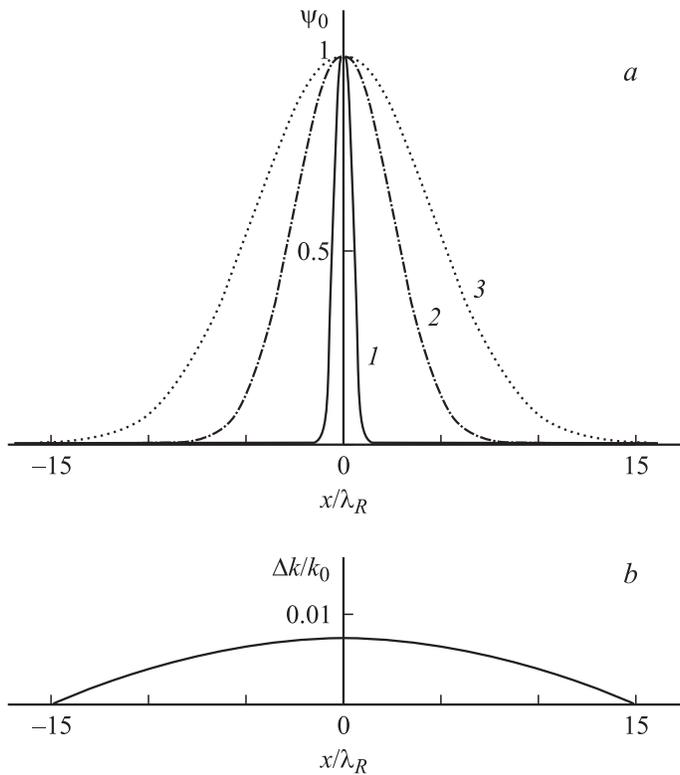


Рис. 2. Поперечные распределения (а) поля волноводных мод и (б) локального волнового числа $\Delta k/k_0$ для волн Рэля под вытянутой каплей с шириной, равной $30\lambda_R$: 1 — $\gamma = -0.906$, 2 — $\gamma = -0.454$, 3 — $\gamma = 0$.

Итак, в настоящей работе показано, что анизотропия подложки автоколлимационного типа в условиях слабой нагрузки поверхности тонким и узким слоем жидкости может приводить к формированию сильно сжатых (квазиигольчатых) волноводных мод Рэля. Обнаруженный эффект анизотропного усиления волноводной локализации должен, по видимому, быть общим свойством волновых процессов любой природы. В частности, предложенный подход открывает новые перспективы для изучения параметров канала стримерного пробоя в кристаллах [13].

Список литературы

- [1] Franke T.A., Wixforth A. // ChemPhysChem. 2008. V. 9. N 15. P. 2140.
- [2] Lindner G. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. N 12. P. 123002.
- [3] Cecchini M., Girardo S., Pisignano D., Cingolani R., Beltram F. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. N 10. P. 104103.
- [4] Wood C.D., Evans S.D., Cunningham J.E., O'Rourke R., Wälti C., Davies A.G. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. N 4. P. 044104.
- [5] Jiao Z.J., Huang X.Y., Nguyen N.-T. // J. Phys. A: Math. Theor. 2008. V. 41. N 35. P. 355502.
- [6] Frommelt T., Kostur M., Wenzel-Schafer M., Talkner P., Hanggi P., Wixforth A. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. N 3. P. 034502.
- [7] Korshak B.A., Mozhaev V.G., Zyryanova A.V. // Proceedings of 2005 IEEE International Ultrasonics Symposium. Rotterdam, The Netherlands. 2005. V. 2. P. 1019.
- [8] Mozhaev V.G., Zyryanova A.V. // Phys. Wave Phenom. 2008. V. 16. N 4. P. 300.
- [9] Knowles J.K. // J. Geophys. Res. 1966. V. 71. N 22. P. 5480.
- [10] Coldren L.A. // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. N 7. P. 367.
- [11] Слободник А., мл. // Поверхностные акустические волны / Под ред. А. Олинера. М.: Мир, 1981. Гл. 6. 305 с. (*Slobodnik A.J., jr. // Acoustic Surface Waves / Ed. A.A. Oliner. Topics in Appl. Phys. V. 24. Berlin et al.: Springer, 1978. Ch. 6).*
- [12] Auld B.A. Acoustic Fields and Waves in Solids. New York: Wiley, 1973. V. 2. P. 278.
- [13] Чернозатонский Л.А. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. № 5. С. 225.