

01;06

Резонансные параметры двухбарьерных структур

© Е.А. Нелин

Национальный технический университет Украины
„Киевский политехнический институт“, Киев, Украина
E-mail: ye.nelin@gmail.com

Поступило в Редакцию 28 ноября 2008 г.

Получены аналитические выражения для собственных значений и ширины уровней энергии двухбарьерных структур.

PACS: 03.65.Ge

Двухбарьерная структура (ДБС) с резонансным туннелированием электронов (РТЭ) — базовая для нанодиапазона в физико-техническом и методологическом отношениях. ДБС характеризуют ее резонансные параметры — собственные уровни и их ширина. Традиционные методы не позволяют выразить эти параметры аналитически. Для качественного анализа ДБС используют ее аналогию с резонатором [1]. В настоящей работе на основе импедансного подхода [2] и этой модели получены аналитические выражения для резонансных параметров ДБС.

ДБС (рис. 1) — резонатор, образованный потенциальными барьерами. Условия РТЭ аналогичны условиям баланса амплитуд и фаз при генерации. Эти условия выражаются равенствами:

$$|r| = |r_1|, \quad (1)$$

$$2ka + \varphi + \varphi_1 = 2\pi n, \quad (2)$$

где r и r_1 — коэффициенты отражения от левого и правого барьеров; $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ — волновое число в области потенциальной ямы, m — эффективная масса электрона, E — энергия электрона; a — ширина ямы; φ и φ_1 — фазы коэффициентов отражения r и r_1 ; $n = 1, 2, \dots$ — номер энергетического уровня.

Ширина уровня Γ равна половине резонанса при значении 0.5 от максимума: $\Gamma = E/Q$, где E — собственный уровень, согласно (2); Q — добротность резонатора.

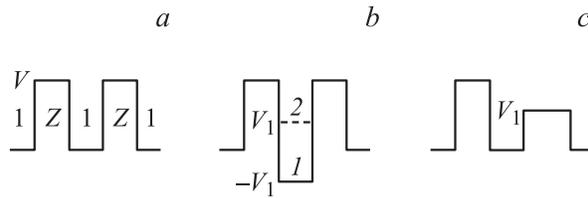


Рис. 1. Двухбарьерные структуры: симметричная ДБС с симметричными барьерами (а), V — высота барьера, 1 и Z — нормированные импедансы окружающей среды и барьера; симметричная ДБС с несимметричными барьерами (б), 1 и 2 — первый и второй варианты расположения дна потенциальной ямы V_1 ; несимметричная ДБС (с), V_1 — высота правого барьера.

Исходя из [3], после преобразований для обычного резонатора имеем

$$Q = \alpha\beta, \quad (3)$$

где $\alpha = \pi n$; $\beta = \arcsin^{-1}[(1/\sqrt{rr_1} - \sqrt{rr_1})/2]/2$, r и r_1 действительные, одного знака и не зависят от частоты. Множитель α равен набегу фаз в резонаторе на резонансной частоте: $\alpha = ka = \Delta\varphi Q$, где $\Delta\varphi$ — сдвиг фаз в полосе резонанса. Поскольку $r^2 + t^2 = 1$, где t — коэффициент прохождения, при выполнении (1) и $t \ll 1$ $\beta \approx |r|/t^2$.

Для квантово-механического резонатора необходимо учесть особенности зависимостей $k(E)$ и $r(E)$. В этом случае $\Delta\varphi = \Delta\varphi_a + \Delta\varphi_r$ и $\alpha = \alpha_a + \alpha_r$, где $\Delta\varphi_{a,r} = \alpha_{a,r}/Q$ — составляющие за счет ширины ямы и фаз коэффициентов отражения.

Симметричная ДБС с симметричными барьерами (рис. 1, а). Коэффициент отражения равен $r = (1 - Z_b)/(1 + Z_b)$, где Z_b — входной импеданс барьера:

$$Z_b = \frac{1 - iZ \operatorname{tg} k_b b}{1 - iZ^{-1} \operatorname{tg} k_b b}. \quad (4)$$

Здесь $Z = \sqrt{m(E - V)/m_b E}$, m_b и $k_b = \sqrt{2m_b(E - V)}/\hbar$ — эффективная масса электрона и волновое число в области барьера; b — толщина барьера.

При $E < V$ получим: $Z_b = (1 + Z \operatorname{th} \chi b)/(1 + Z^{-1} \operatorname{th} \chi b)$,

$$r = \frac{|Z| + |Z|^{-1}}{|Z|^{-1} - |Z| + 2i \operatorname{th}^{-1} \chi b}, \quad (5)$$

$$\varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg} X, & |Z| \leq 1, \\ \pi + \operatorname{arctg} X, & |Z| > 1, \end{cases} \quad (6)$$

где $\chi = |k_b|$; $X = 2\operatorname{th}^{-1}\chi b / (|Z| - |Z|^{-1})$. Из (2) и (6) для собственных значений имеем

$$\operatorname{tg} ka = -X. \quad (7)$$

При $m_b = m$

$$\operatorname{tg} ka = \frac{2\sqrt{E(V-E)}}{(2E-V)\operatorname{th}\chi b}. \quad (8)$$

В случае толстых барьеров, когда $\chi b \geq 2$, $\operatorname{th}\chi b \approx 1$ и (8) соответствует известному выражению для потенциальной ямы [4].

При нахождении ширины уровня учтем, что $Q \gg 1$. Исходя из (6), имеем

$$\alpha_r \approx \frac{V}{(V-E)(|Z| + |Z|^{-1})}. \quad (9)$$

Поскольку $\alpha_a \approx ka/2$, а при $E \ll V$ $\alpha_r \approx \varphi/2$, то с учетом (2) $\alpha \approx \pi n/2$. Подставив в (3) α и $|t|$ при $|r| \approx 1$ [2], для относительной ширины уровня получим

$$\hat{\Gamma} \approx \frac{8}{\pi n} \left(\frac{\operatorname{sh}^{-1}\chi b}{|Z| + |Z|^{-1}} \right)^2. \quad (10)$$

В таблице приведены значения первого уровня и его ширины для ДБС, согласно (7) и (10), в сравнении с [5]. Материал ямы — GaAs, $m = 0.067m_0$, где m_0 — масса покоя электрона. Для AlGaAs $V = 0.23$ eV и $m_b = 0.09m_0$, для AlAs $V = 1.355$ eV и $m_b = 0.15m_0$. Значения уровней, согласно (7), точнее, поскольку баланс фаз высокочувствителен к отстройке. Для сравнения с результатами (10) приведены точные

Материал барьера	b, nm	a, nm	E, eV		Γ, eV		
			(7)	[5]	[2]	(10)	[5]
AlGaAs	5	5	0.07352	0.07348	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$3.9 \cdot 10^{-4}$
	4	5	0.07342	0.07337	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$
	3	5	0.07305	0.07301	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
AlAs	2.5	4.5	0.13723	0.13712	$4.0 \cdot 10^{-6}$	$4.0 \cdot 10^{-6}$	$4.0 \cdot 10^{-6}$
	1.5	4.5	0.13711	0.13700	$3.2 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$
	2.8	6.2	0.08532	0.08524	$3.6 \cdot 10^{-7}$	$3.6 \cdot 10^{-7}$	$4.0 \cdot 10^{-7}$

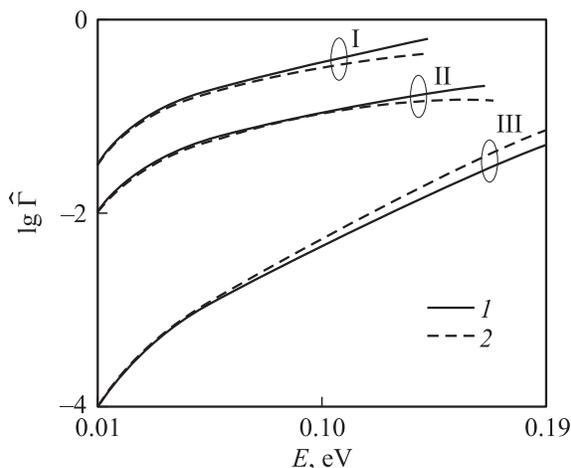


Рис. 2. Зависимости относительной ширины уровня симметричной ДБС: $V = 0.2 \text{ eV}$, $m_b = m = 0.1m_0$, $b = 2 \text{ nm}$, $n = 1$ и $n = 3$ (соответственно I и II); $b = 6 \text{ nm}$, $n = 1$ (III).

значения ширины уровня, рассчитанные исходя из [2]. Результаты, согласно [2] и (10), не совпадают лишь в первом и третьем случаях с погрешностями соответственно 3 и 7%. При использовании (9) несовпадение только в третьем случае с погрешностью 4%.

При $m_b = m$ и $\chi b \geq 1.2$ из (10) получим

$$\hat{\Gamma} \approx \frac{32}{\pi n} \frac{E(V-E)}{V^2} \exp(-2\chi b). \quad (11)$$

На рис. 2 приведены точные 1 и приближенные 2, согласно (11), зависимости $\hat{\Gamma}$, иллюстрирующие справедливость (11) в широком диапазоне.

В режиме надбарьерного прохождения ($E > V$) спектр собственных значений состоит из собственных значений потенциальной ямы, ограниченной барьерами, и собственных значений барьера. Из (2) и (4) для первой составляющей имеем:

$$\text{tg } ka = \frac{2}{(Z - Z^{-1}) \text{tg } k_b b}. \quad (12)$$

Полученное выражение включает и (7).

Симметричная ДБС с несимметричными барьерами (рис. 1, *b*). Коэффициент отражения равен $r = (Z_1 - Z_b)/(Z_1 + Z_b)$, где Z_1 — импеданс в области ямы. Согласно (2), для собственных значений имеем

$$\operatorname{tg} ka = \frac{2ZZ_1(1 - Z^2) \operatorname{tg} k_b b}{Z^2(Z_1^2 - 1) + (Z_1^2 - Z^4) \operatorname{tg}^2 k_b b}. \quad (13)$$

Для симметричных барьеров $V_1 = 0$, $Z_1 = 1$ и из (13) следует (12).

При $E < V$ и $m_b = m_1 = m$

$$\operatorname{tg} ka = \frac{2\sqrt{E(V - E)}\mu}{(2E - V)\operatorname{th}\chi b + \nu},$$

где m_1 — эффективная масса электрона в области ямы; $\mu = (E \pm V_1)/E$; $\nu = \pm V_1(V - E + E\operatorname{th}^2\chi b)/V\operatorname{th}\chi b$, знаки + и — соответствуют вариантам ямы 1 и 2. Полученное выражение отличается от (8) параметрами μ и ν .

Несимметричная ДБС (рис. 1, *c*). Баланс амплитуд (1) в общем случае не выполняется. В частном случае при $E < V$, $E < V_1$ и $r_1 = r$ из (5) следует $|Z_1| = |Z|$ и $\chi_1 b_1 = \chi b$, где индекс 1 относится к правому барьеру. Отсюда $E = (V_1 m_b - V m_{b_1})/(m_b - m_{b_1})$ и $m_{b_1}/m_b = b/b_1$.

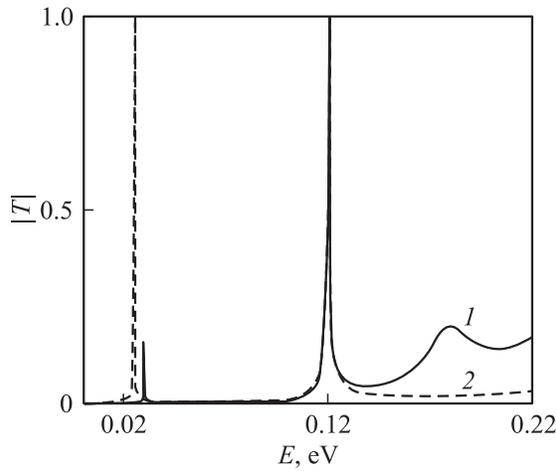


Рис. 3. Зависимости коэффициента прохождения ДБС: $V = 0.22$ eV, $V_1 = 0.14$ eV, $a = 7$ nm, $b = 2$ nm и $b = 2.1$ nm соответственно для кривых 1 и 2, $b_1 = 10$ nm, $m_b = 0.5m_0$, $m_{b_1} = m = 0.1m_0$.

Значения a и $\hat{\Gamma}$ определяются из (7) и (10). Несимметричная ДБС имеет лишь один уровень РТЭ, что позволяет реализовать однополосную характеристику прохождения (рис. 3, кривая 1) в сравнении с двухполосной характеристикой симметричной ДБС (2). Параметры совпадающих уровней структур: $E = 0.12$ eV, $\Gamma = 7 \cdot 10^{-4}$ eV.

Полученные аналитические выражения позволяют рассчитать резонансные параметры ДБС. Используемый подход применим для других структур на различных типах волн.

Список литературы

- [1] *Бом Д.* Квантовая теория (2-е изд.). М.: Наука, 1965. (*Bohm D.* Quantum Theory. New York: Prentice-Hall, inc, 1952).
- [2] *Нелин Е.А.* // УФН. 2007. Т. 177. С. 307.
- [3] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. (*Born M., Wolf E.* Principles of Optics. Oxford: Pergamon Press, 1964).
- [4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. (Нерелятивистская теория). М.: Физматлит, 2002.
- [5] *Guo H., Duff K., Neofotistos G., Gunton J.D.* // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 53. P. 131.