01;07

Кроссполяризация света на границе раздела „диэлектрик–биизотропная среда“

© Д.Г. Санников

Ульяновский государственный университет
E-mail: sannikov@sv.ulsu.ru

Поступило в Редакцию 11 августа 2008 г.

Решена задача об отражении и преломлении наклонно падающих плоских электромагнитных волн TE и TM поляризации на границе раздела „диэлектрик–биизотропная среда“. Получены условия для углов Брюстера, при которых поле отраженной волны содержит лишь кроссполяризованную компоненту. Исследовано влияние параметров киральности и невзаимности на значения коэффициентов отражения. Показано, что появление кроссполяризации, отраженной от биизотропной среды волны, обусловлено, кроме киральности, также наличием невзаимности.

PACS: 41.20.-q, 78.20.Ci

Электродинамические свойства киральных и биизотропных сред активно исследуются с конца 80-х гг. прошлого века до настоящего времени [1–4], что во многом связано с успехами в создании композитных сред, структурированных в микроскопическом и нанометровом масштабе. В оптически активных средах, за исключением жидких кристаллов, киральность проявляется слабо, тогда как в СВЧ-диапазоне значение кирального параметра может достигать значений порядка единиц. Биизотропные среды являются обобщением случая киральных сред и, кроме киральности, обладают также свойством невзаимности, что делает их весьма перспективными в прикладном отношении. Так, при интерференции встречных волн в биизотропной среде возможна ситуация, когда полный энергетический поток взаимодействующих волн равен интерференционному (осциллирующему) потоку, что можно использовать при создании статических и динамических брэгговских решеток [5]. Для нахождения материальных параметров биизотропной среды в работе [6] предложен метод, основанный на измерении угла

Брюстера в СВЧ-диапазоне. Применение этого метода требует использования обобщенных коэффициентов Френеля для электромагнитной волны заданной поляризации, падающей на образец из неизвестного композитного материала.

В настоящей работе на основе точного решения уравнений Максвелла проводится теоретический анализ особенностей наклонного падения плоских электромагнитных волн TE и TM поляризаций на границу раздела „диэлектрик–биизотропная среда“, а также рассматривается влияние параметров киральности и невзаимности на коэффициенты отражения и углы Брюстера.

Биизотропная среда может быть охарактеризована четырьмя материальными параметрами: скалярными диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, которые являются комплексными величинами при наличии потерь в среде, а также скалярными вещественными параметрами киральности κ и невзаимности χ. Материальные уравнения, связывающие напряженности $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и индукции $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ электрического и магнитного полей в биизотропной среде, имеют вид [3,5]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + \tilde{\chi}^*\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \tilde{\chi}\mathbf{E}, \tag{1}$$

где $\tilde{\chi} = \chi + i\kappa$, а знак „$*$“ означает комплексное сопряжение. Невзаимную среду при $\kappa = 0$ принято называть средой Теллегена, а киральную взаимную $(\chi = 0)$ — средой Пастера [6]. Значение параметра невзаимности в естественных средах мало (например, в кристалле Cr_2O_3 на оптических частотах получены значения $\chi \cong 10^{-4}$ [7]), однако может быть увеличено за счет правильного комбинирования электромагнитных частиц в композите [8].

Считая рапределения электрического и магнитного полей вдоль осей x и y однородными, из уравнений Максвелла с учетом (1) можно получить волновые уравнения для собственных волн, распространяющихся вдоль оси z [1]:

$$\frac{\partial^2 F_{R,L}}{\partial z^2} + \kappa_{R,L}^2 F_{R,L} = 0, \tag{2}$$

где $F_{R,L} = F_x \pm iF_y \equiv (E_{R,L}, H_{R,L})$, верхний и нижний знаки отвечают право- (R) и лево- (L) циркулярно-поляризованной волнам. Собственные волны в (2) имеют постоянные распространения

$$\kappa_{R,L} = \kappa_0 n_{R,L} = \kappa_0\big(\sqrt{n - \chi^2} \pm \kappa\big), \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \tag{3}$$

где $n_{R,L}$ — соответствующие им показатели преломления, $\kappa_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, c — скорость света. Электромагнитное поле в биизотропной среде представляется в виде суперпозиции полей Бельтрами [1,4]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_R + \mathbf{H}_L = i\xi_2\left[\mathbf{E}_R \exp(i\theta_\chi) - \mathbf{E}_L \exp(-i\theta_\chi)\right]. \tag{4}$$

Здесь угол $\theta_\chi = \arcsin(\chi/n)$, а волновой импеданс биизотропной среды $\xi_2 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$.

Пусть граница раздела двух сред лежит в плоскости xy, в области $z < 0$ находится диэлектрик с постоянными в рассматриваемом частотном диапазоне диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_1 и μ_1, а область $z > 0$ занимает биизотропная среда. Рассмотрим плоскую монохроматическую волну частоты ω, падающую на границу раздела под углом θ к оси z. В общем случае можно разложить ее на две волны: TE (вектор $\mathbf{E}$ перпендикулярен плоскости падения xz) и TM ($\mathbf{E}$ параллелен плоскости xz) поляризаций и рассматривать отражение каждой из них в отдельности.

Касательные компоненты полей падающей на границу TE волны единичной амплитуды можно представить в следующем виде:

$$E_y^i = \exp\left[-i\kappa_0 n_1(x \sin\theta + z \cos\theta)\right],$$

$$H_x^i = -\xi_1^{-1} \cos\theta \exp\left[-i\kappa_0 n_1(x \sin\theta + z \cos\theta)\right], \tag{5}$$

где $\xi_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$ — волновой импеданс диэлектрика.

Известно [9], что при отражении от среды, состоящей из большой совокупности киральных элементов, плоская электромагнитная волна становится эллиптически поляризованной. Для падающей TE волны тангенциальные составляющие отраженных основной (TE) и кроссполяризованной (TM) компонент соответственно имеют вид:

$$\begin{aligned} E_y^r &= r_{ee} \exp\left[-i\kappa_0 n_1(x \sin\theta - z \cos\theta)\right], \quad H_x^r = \xi_1^{-1} \cos\theta E_y^r; \\ H_y^r &= r_{eh} \exp\left[-i\kappa_0 n_1(x \sin\theta - z \cos\theta)\right], \quad E_x^r = -\xi_1 \cos\theta H_y^r. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь r_{ee} и r_{eh} — амплитудные коэффициенты основной и кроссполяризованной компонент поля отраженной волны.

Найдем тангенциальные составляющие электромагнитного поля преломленных волн в биизотропной среде, распространяющихся под углами θ_R и θ_L к оси z. На границе раздела $z = 0$ фазы волн должны быть одинаковы для любого x, поэтому

$$n_{R,L} \sin\theta_{R,L} = n_1 \sin\theta. \tag{7}$$

Из (3) и (7) следует, что угол преломления θ_R правополяризованной волны меньше, чем угол θ_L левополяризованной. Критические углы падения $\theta^{cr}_{R,L}$, при которых в биизотропной среде без потерь возникает полное внутреннее отражение для каждой из собственных волн, определяются соотношением

$$\theta^{cr}_{R,L} = \arcsin\left[\left(\sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} \pm \kappa\right)/n_1\right]. \tag{8}$$

При зависимости полей от поперечной x и продольной z координат решения 2-мерного скалярного уравнения Гельмгольца для собственных волн в биизотропной среде имеют вид:

$$E_{R,L} = t^{\perp}_{R,L} \exp\left[-i\kappa_{R,L}(x \sin\theta_R + z \cos\theta_L)\right], \tag{9}$$

где $t^{\perp}_{R,L}$ — амплитудные коэффициенты прохождения собственных волн. Связь между касательными компонентами электрического и магнитного полей находится из соотношений Максвелла:

$$E_x = -\frac{1}{i\kappa_0(\varepsilon\mu - |\tilde{\chi}|^2)}\left(\mu\partial_z H_y + \tilde{\chi}^*\partial_z E_y\right);$$

$$H_x = \frac{1}{i\kappa_0(\varepsilon\mu - |\tilde{\chi}|^2)}\left(\varepsilon\partial_z E_y + \tilde{\chi}\partial_z H_y\right). \tag{10}$$

Поле в биизотропной среде удобнее выразить в виде линейной комбинации полей собственных волн; по определению, $E_y = (E_R - E_L)/2i$, $H_y = (H_R - H_L)/2i$, поэтому, используя (4) и (10), находим:

$$E_x = t^{\perp}_R \cos\theta_R + t^{\perp}_L \cos\theta_L,$$

$$H_x = i\xi_2^{-1}\left[t^{\perp}_R \cos\theta_R \exp[(i\theta_\chi) - t^{\perp}_L \cos\theta_L \exp(-i\theta_\chi)\right]. \tag{11}$$

Учет граничных условий для касательных составляющих электрического и магнитного полей позволяет получить следующие амплитудные коэффициенты:

$$r_{ee} = (g_2 - g_1 + g_3 - g_4)/G,$$

$$r_{eh} = 2i\xi_2 \cos\theta\left[\cos\theta_L \exp(i\theta_\chi) - \cos\theta_R \exp(-i\theta_\chi)\right]/G,$$

$$t^{\perp}_{R,L} = \pm 2i\xi_2 \cos\theta\left[\xi_2 \cos\theta_{L,R} + \xi_1 \cos\theta \exp(\mp i\theta_\chi)\right]/G, \tag{12}$$

где использованы вспомогательные параметры:

$$g_{1,2} \equiv \xi_{1,2}^2 \cos\theta(\cos\theta_R + \cos\theta_L), \quad g_3 \equiv 2\xi_1\xi_2 \cos^2\theta \cos\theta_\chi,$$

$$g_4 \equiv 2\xi_1\xi_2 \cos\theta_R \cos\theta_L \cos\theta_\chi, \quad G = g_1 + g_2 + g_3 + g_4.$$

Для TM волны, падающей из диэлектрика на биизотропную среду, получаем:

$$r_{hh} = (g_1 - g_2 + g_3 - g_4)/G,$$

$$r_{he} = -2i\xi_1^2\xi_2 \cos\theta\big[\cos\theta_L \exp(-i\theta_\chi) - \cos\theta_R \exp(i\theta_\chi)\big]\big/G,$$

$$t_{R,L}^{\parallel} = 2\xi_1\xi_2 \cos\theta\big[\xi_1 \cos\theta_{L,R} \exp(\mp i\theta_\chi) + \xi_2 \cos\theta\big]\big/G. \tag{13}$$

Соотношения (12) и (13) представляют собой формулы Френеля для случая падения TE и TM волн на границу „диэлектрик–биизотропная среда“, которые в предельном случае $\chi = \kappa = 0$ сводятся к известным формулам Френеля для наклонно падающих волн [10]. Анализ показывает, что кроссполяризованные компоненты отраженных от биизотропной среды волн не исчезают, т.е. $r_{eh} \neq 0$, $r_{he} \neq 0$ при любых ненулевых κ и χ, а отраженные основные компоненты поперечной и продольной поляризаций исчезают при условии

$$2\xi_1\xi_2 \cos\theta_\chi(\cos^2\theta - \cos\theta_R \cos\theta_L) \pm (\xi_2^2 - \xi_1^2) \cos\theta(\cos\theta_R + \cos\theta_L) = 0, \tag{14}$$

где верхний и нижний знаки отвечают случаям $r_{ee} = 0$ и $r_{hh} = 0$. Фактически соотношение (14) определяет значения углов Брюстера, при которых поле отраженной волны содержит лишь кроссполяризованную компоненту.

На рис. 1 показаны зависимости модулей амплитудных коэффициентов отражения основной и кроссполяризованной компонент поля от угла падения для TE (a) и TM (b) волн. Из рис. 1 следует, что появление невзаимности в изотропной среде приводит к возникновению кроссполяризованных компонент r_{eh} и r_{he} (пунктирные кривые *2*) и увеличению угла Брюстера $\theta_{\mathrm{B}}^{\perp}$. С прикладной точки зрения заслуживает внимания тот факт, что кроссполяризованная компонента при этом остается постоянной практически во всей области $0 < \theta < 90°$. Наличие киральности меняет картину отражения: явление Брюстера возникает уже не для TM, а для TE падающей волны ($\theta_{\mathrm{B}}^{\perp} \cong 36.3°$);

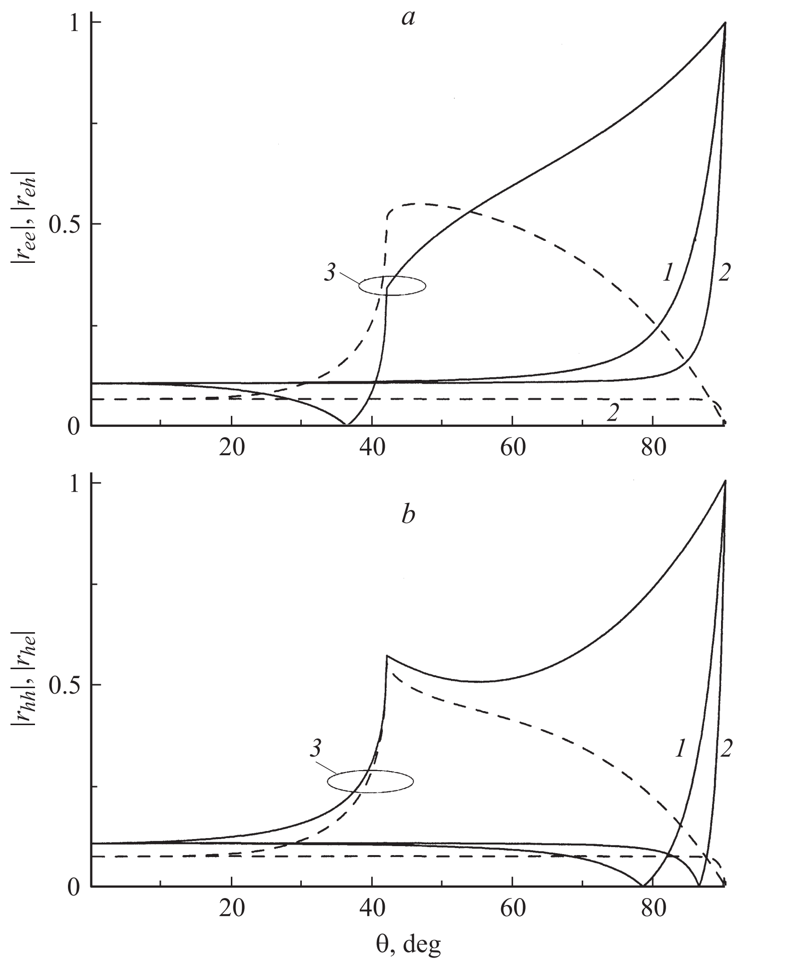

Рис. 1. Зависимости модулей амплитудных коэффициентов отражения основной (сплошные кривые) и кроссполяризованной (пунктирные кривые) компонент поля от угла падения для TE (*a*) и TM (*b*) волн. $\varepsilon_1 = 2.0$, $\mu_1 = 2.2$, $\varepsilon = 2.5$, $\mu = 1.8$; $\chi = \kappa = 0$ (диэлектрик, кривые *1*), $\kappa = 0$, $\chi = 0.3$ (среда Теллегена, кривые *2*), $\kappa = 0.7$, $\chi = 0.3$ (биизотропная среда, кривые *3*).

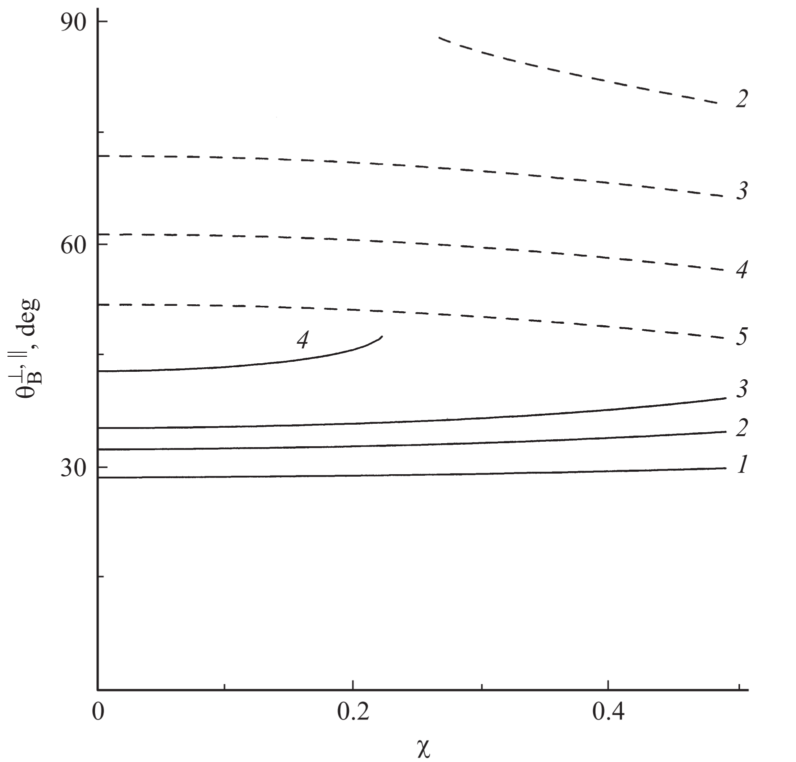

Рис. 2. Зависимости углов Брюстера $\theta_\mathrm{B}^\perp$ (сплошные кривые) и $\theta_\mathrm{B}^\parallel$ (пунктирные кривые) от параметра невзаимности. $\varepsilon_1 = 2.5$, $\mu_1 = 1.5$, $\varepsilon = 3.0$, $\mu = 2.0$, $\kappa = 0$, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 (кривые *1–5* соответственно).

вблизи критического угла, где происходит полное внутреннее отражение левополяризованной волны ($\theta_L^{cr} \cong 48.9^\circ$), наблюдаются максимумы кривых $|r_{eh}|$ и $|r_{he}|$, а увеличение θ сопровождается спадом до нуля кроссполяризованных компонент отраженных волн. Разница между основной и кроссполяризованной компонентами отраженной волны максимальна в области больших значений угла падения.

На рис. 2 представлены найденные с помощью (14) зависимости углов Брюстера от параметра невзаимности, отвечающие случаю

$r_{ee} = r_{hh} = 0$ для волн, падающих из диэлектрика ($\varepsilon_1 = 2.5$, $\mu_1 = 1.5$) на биизотропную среду с $\varepsilon = 3.0$, $\mu = 2.0$ и значениями $\kappa = 0$, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 (кривые *1–5*). Видно, что рост значения χ приводит к увеличению угла Брюстера для падающей ТЕ волны (сплошные кривые) и к его уменьшению для ТМ волны (пунктирные кривые) в пределах нескольких градусов. В первом случае параметр киральности увеличивает значение $\theta_{\mathrm{B}}^{\perp}$, а во втором — наоборот, снижает $\theta_{\mathrm{B}}^{\parallel}$. Зависимость углов Брюстера при прочих равных условиях проявляется сильнее от параметра киральности, чем от параметра невзаимности. Важным результатом является возможность одновременного существования углов Брюстера $\theta_{\mathrm{B}}^{\perp}$ и $\theta_{\mathrm{B}}^{\parallel}$ при фиксированном параметре χ (кривые *2–4*).

Список литературы

[1] *Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.* Electromagnetic waves in chiral and biisotropic media. London: Artech House, 1994.

[2] *Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* // УФН. 1997. Т. 167. В. 11. С. 1201–1212.

[3] *Сихвола А., Третьяков С.А., де Баас А.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 9. С. 1066–1071.

[4] *Неганов В.А., Осипов О.В.* Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006.

[5] *Санников Д.Г., Семенцов Д.И.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 23. С. 19–26.

[6] *Sihvola A.H., Lindell I.V.* // IEEE MTT-S Digest. 1992. AA-7. P. 1135–1138.

[7] *Krichevtsov B.B., Pavlov V.V., Pisarev R.V., Gridnev V.N.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1993. V. 5. Is. 44. P. 8233–8244.

[8] *Qiu C.W., Zouhdi S.* // Phys. Rev. B. 2007. V. 75. P. 19601-3.

[9] *Шевченко В.В.* // РЭ. 1995. Т. 40. № 12. С. 1777–1789.

[10] *Вайнштейн В.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1990.