

07

Асимптотические оценки пороговой мощности и антистоксовых комбинационных частот вынужденного температурного рассеяния в твердотельных микрорезонаторах оптического диапазона

© М.В. Журавлев

Raymond and Beverly Sackler Faculty of Exact Sciences,
School of Chemistry, Tel-Aviv
University, Tel-Aviv, Ramat-Aviv, 69978, Israel

Поступило в Редакцию 12 августа 2008 г.

Получены асимптотические оценки для пороговой мощности и комбинационных частот вынужденного температурного рассеяния в сферических микрорезонаторах из плавленого кварца оптического диапазона. Рассмотрен трехмодовый режим взаимодействия температурной и электромагнитной моды типа „Шепчущая галерея“. Показано, что пороговая мощность вынужденного температурного рассеяния составляет порядка $50 \mu\text{W}$ для кварцевых сфер с радиусом $40 \mu\text{m}$ на длине волны накачки 840 nm . Микрорезонаторы с модами типа „Шепчущая галерея“ являются элементом для построения резонансных болометров и микролазеров на их основе.

PACS: 42.60.Da, 42.55.Sa, 42.65.Sf

Твердотельный диэлектрический микрорезонатор, с модами типа „Шепчущая галерея“ (ШГ) является температурочувствительной системой, в которой экспериментально наблюдалось множество тепловых нелинейных эффектов: неустойчивость [1], бистабильность [2], стабилизация температуры [3]. Настоящая работа посвящена определению пороговой мощности вынужденного температурного рассеяния (ВТР) в сферическом микрорезонаторе из плавленого кварца. При превышении определенного порогового значения мощности лазерной накачки и в условиях входного резонанса внутреннее поле в поверхностном слое микрорезонатора значительно усиливается и в объеме локализации

поверхностных мод образуется эффективная тепловая обратная связь, приводящая в ВТР [4]. Пороговая мощность ВТР за счет возбуждения трех или нескольких высокочастотных мод ШГ может значительно снижаться по сравнению с ВТР в двухмодовом режиме, когда во взаимодействии присутствуют одна температурная и одна электромагнитная мода [5]. Эффект снижения пороговой мощности ВТР в микрорезонаторах в трехмодовом режиме ранее в литературе не обсуждался.

Для описания ВТР в микрорезонаторах, был использован метод медленноменяющихся амплитуд и получены укороченные цепочки уравнений колебаний для амплитуд парциальных волн [5,6]. Принимая во внимание высокую добротность каждой парциальной моды, из бесконечной цепочки уравнений колебаний были выделены три моды: одна температурная и две электромагнитные (антистоксова и мода накачки), связанные условием синхронизма: $\omega_p = \omega_f \pm \Omega_p$. Условие устойчивости по Ляпунову обеспечивает получение простого выражения для вычисления пороговой мощности ВТР [5,6]:

$$P_{th} = \frac{\omega_p^2}{2\pi Q_i Q_j K_{ijk} H_{ijk} \rho C_p} \left(\frac{\mu_k}{R} \right)^2, \quad (1)$$

где K_{ijk} и H_{ijk} — интегральные коэффициенты перекрытия температурной и электромагнитной моды [5,6], индекс k соответствует температурной моде, i — мода накачки, j соответствует сигнальной электромагнитной моде, ω_p — частота накачки, Q_i и Q_j — добротность мод [4], μ_k — собственное значение задачи теплопроводности на сфере с граничными условиями третьего рода [5,6], ρ — плотность вещества микрорезонатора, K — теплопроводность, C_p — удельная теплоемкость, R — радиус резонатора. Пороговая мощность получена при следующих условиях: резонансное возбуждение мод (условие входного резонанса), оптимальная расстройка $2(\tau_t + \tau_e) = 1 + \omega_f^2/\omega_p^2$, где $\tau_t = K(\mu_k/R^2)/\rho C_p \omega_p$ и $\tau_e = 1/2Q_i^{-1}$ — безразмерное время тепловой и электрической релаксации. Частоты мод ШГ имеют широкодиапазонную температурную расстройку входного и выходного резонанса, при этом лежат внутри температурного частотного интервала, который покрывает несколько пиков. Условия для перекрытия мод внутри эффективного объема — это соответствие времени затухания электромагнитной моды и времени температурной релаксации. Собственная частота мод ω_f вычислялась путем решения трансцендентного уравнения

теории Ми. При оптимальной настройке и низкой пороговой мощности ВТР температурная антистоксова частота имеет вид

$$\Omega_T = D \left(\frac{\mu_k}{R} \right)^2, \quad (2)$$

где $D = K/\rho C_p$. В формуле для пороговой мощности (1) присутствуют две добротности для разных мод, оптимальная расстройка мод мала внутри частотного интервала между модами, приблизительно равного Ω_T . Моды ШГ образуют в сфере эквидистантный спектр с выполнением условия синхронизма $\omega_p = \omega_f \pm \Omega_p$. Коэффициенты перекрытия мод K_{ijk} , H_{ijk} являются громоздкими функционалами над быстроосциллирующими собственными функциями граничных задач рассеяния электромагнитной волны на теле вращения с гладкими границами [5,6]. Получение точных значений для мод ШГ имеет определенные вычислительные трудности, связанные с неустойчивостью при интегрировании быстроосциллирующих функций. Применяя неравенство Коши–Буняковского, были получены асимптотические оценки для коэффициентов перекрытия мод $H_{ijk} \approx \omega_f^2 a_\varepsilon T$, $K_{ijk} \approx \sigma T$, где $T^2 \cong (\rho C_p V)^{-1}$, $\sigma = \varepsilon \omega_f / 4\pi Q_i$, ε — диэлектрическая проницаемость, a_ε — температурный коэффициент диэлектрической проницаемости, V — объем микрорезонатора (в более точном приближении эффективный объем мод [4]). Представленные асимптотические оценки перекрытия мод имеют место для поверхностных мод ШГ с индексом $n \approx \rho$ и получены при следующих условиях: малые диэлектрические потери, обусловленные высокой добротностью мод, взаимодействие мод внутри частотного интервала (два Лоренциана в частотном интервале температурной моды) и эффективного объема локализации мод ШГ. Таким образом, для пороговой мощности ВТР имеем простую оценочную формулу

$$P_{th} = \frac{2KV}{\varepsilon a_\varepsilon Q_i} \left(\frac{\mu_k}{R} \right)^2. \quad (3)$$

Данная пороговая мощность получена при следующих допущениях: эффективное резонансное поглощение мощности диэлектрических потерь и высокие коэффициенты перекрытия мод.

На рис. 1 представлена зависимость пороговой мощности от резонансного радиуса. Взаимодействующие моды ШГ TE -моды (TE_n , $n \approx \rho$) и температурная мода T_n , длина волны накачки $\lambda_p = 840$ nm.

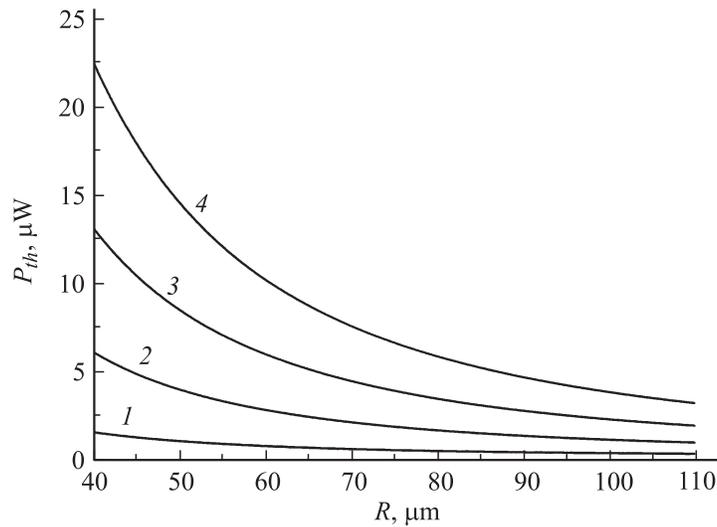


Рис. 1. Пороговая мощность ВТР для микросферы из плавленного кварца в зависимости от радиуса R , возбужденная лазером $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ на длине волны 840 nm , частота повторений импульса 82 MHz , длительность импульса 1 ps . 1 — $TE - T_1^1$, 2 — $TE - T_3^1$, 3 — $TE - T_5^1$, 4 — $TE - T_7^1$.

Вычисленный порог варьируется от 2 до $23 \mu\text{W}$ для радиусов сфер в интервале $40 \div 110 \mu\text{m}$. Вычисления были сделаны с использованием следующих материальных параметров: $\rho = 2.21 \text{ g/cm}^3$, $K = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ W/cm} \cdot \text{K}$, $C_p = 0.67 \text{ W} \cdot \text{s/gK}$, $a_\varepsilon = 1.45 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $n = \varepsilon^{1/2}$, $n = 1.46$, $Q_i \approx Q_j \approx 10^8$ [4].

На рис. 2 пороговая мощность ВТР растет в зависимости от номера температурной моды T_n и имеет значение менее $50 \mu\text{W}$ при $1 \leq n \leq 8$, $R = 40 \mu\text{m}$, что ниже, чем порог рамановской генерации [7], который составляет $86 \mu\text{W}$ и существенно ниже порога вынужденного рассеяния Манделъштама–Бриллюэна, который составляет 160 W [8].

На рис. 3 проиллюстрирована зависимость тепловой антистоксовой комбинационной частоты в зависимости от номера n температурной моды. Ω_T лежит в пределах $0.1\text{--}2.5 \text{ MHz}$, на длине волны накачки $1.55 \mu\text{m}$, $R = 40 \mu\text{m}$. Величины амплитуд парциальных волн, возбуждаемых накачкой, зависят от диэлектрической проницаемости вещества

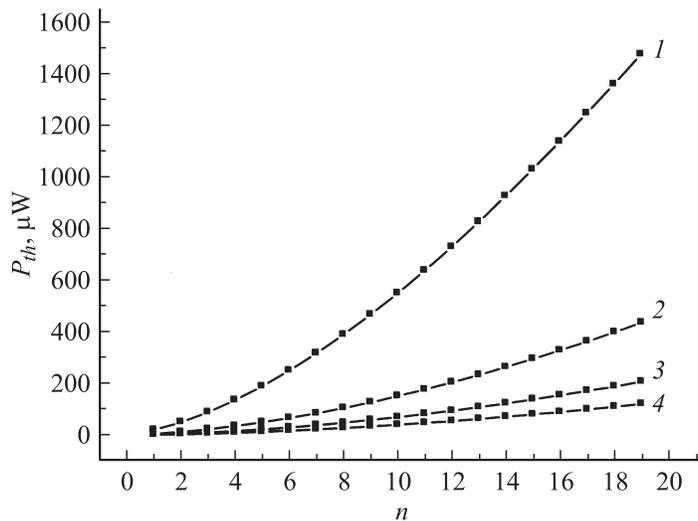


Рис. 2. Пороговая мощность ВТР в зависимости от индекса n температурной моды, радиус сферы из плавленного кварца $R = 40 \mu\text{m}$, длина волны лазерной накачки CW-лазера $\lambda_p = 1.55 \mu\text{m}$ с шириной линии 300 kHz. 1 — $TE - T_n^1$, 2 — $TE - T_n^2$, 3 — $TE - T_n^3$, 4 — $TE - T_n^4$.

резонатора, часть мощности накачки за счет диэлектрических потерь поглощается в эффективном объеме локализации мод и нагревает этот локальный объем. За счет изменения температуры происходят сдвиг собственных частот микрорезонатора, увеличение расстройки собственных мод из резонанса и уменьшение поглощаемой мощности. За счет эффективной теплопроводности на границе микрорезонатора температура понижается и процесс периодически повторяется с частотой Ω_T . Нелинейное взаимодействие температурной и мод ШГ обеспечивает появление в спектре вынужденного рамановского рассеяния или рассеяния Ми дополнительных температурных комбинационных частот. Тепловая антистоксова частота может варьироваться в широких пределах от значения комбинационной частоты температурного рассеяния Рэлея до комбинационной частоты Манделъштама–Бриллюэна и зависит от материальных параметров микрорезонатора. Формулы (1)–(3) содержат материальные параметры, поэтому измерение пороговой

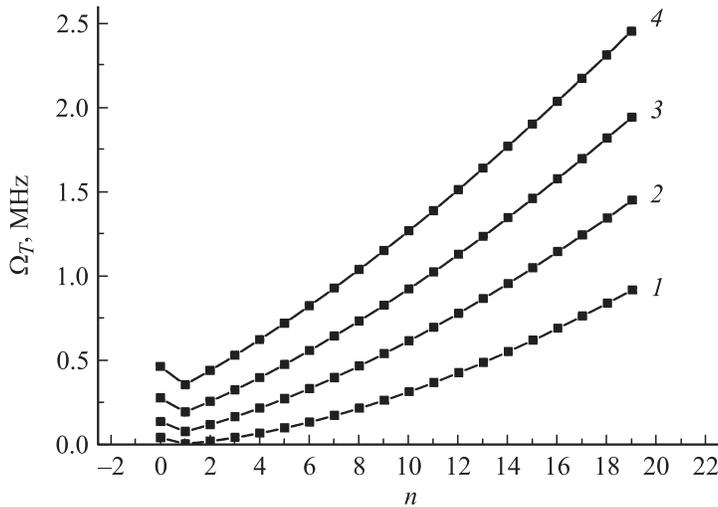


Рис. 3. Зависимость антистоксовой комбинационной частоты ВТР в микросфере из плавленного кварца. Радиус сферы $R = 40 \mu\text{m}$, длина волны лазерной накачки CW-лазера $\lambda_p = 1.55 \mu\text{m}$, с шириной линии 300 kHz. 1 — $TE - T_n^4$, 2 — $TE - T_n^3$, 3 — $TE - T_n^2$, 4 — $TE - T_n^1$.

мощности и антистоксовой частоты содержит информацию о веществе резонатора и температуре. Таким образом, измерение антистоксовой частоты и частотного сдвига мод ШГ обеспечивает измерение температуры резонатора и времени температурной релаксации в нелинейном спектре рассеяния. Развитие ВТР в микрорезонаторе происходит за время, сравнимое с частотой колебаний температуры микрорезонатора. Следует заметить, что если пороговая мощность ВТР ниже порога проявления любых других нелинейных процессов, то возможны конкурирующие проявления нескольких эффектов одновременно; при этом ВТР выступает как температурная расстройка, ограничивающая проявление вынужденного рамановского рассеяния и рамановской генерации. Следовательно, для полного описания процессов в микрорезонаторе необходимо учитывать всю совокупность тепловых нелинейных эффектов в нелинейном рамановском и линейном спектре рассеяния Ми. Прикладное значение исследований вынужденных нелинейных

тепловых процессов имеет место при конструировании всевозможных лазерных устройств микронного и субмикронного размера, для которых важно получить максимально возможную мощность генерации, ограниченную температурной нестабильностью, и автоматическую регуляцию стабильности частоты собственных мод.

Список литературы

- [1] *Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S.* // Laser. Phys. 1992. V. 2. P. 1004–1009.
- [2] *Mazumder Md.M., Hill S.C., Chowdhury D.Q., Chang R.K.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1995. V. 12. P. 297–310.
- [3] *Carmon T., Yang L., Vahala K.J.* // Optics Express. 2004. V. 12. P. 4742–4749.
- [4] *Braginsky V.B., Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S.* // Phys. Lett. A. 1989. V. 137. P. 393–397.
- [5] *Белокопытов Г.В.* // Вестник МГУ. Сер. 3. Физ., Астр. 1997. Т. 3. С. 11–17.
- [6] *Белокопытов Г.В., Журавлев М.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 7. С. 559–566.
- [7] *Spillane S.M., Kippenberg T.J., Vahala K.J.* // Nature. 2002. V. 415. P. 621–623.
- [8] *Chitanvis S.M., Cantrell C.D.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. P. 1326–1331.