Квазистационарные состояния электрона в многослойной структуре в продольном электрическом и поперечном магнитном полях

© Г.Г. Зегря¹, Н.В. Ткач², И.В. Бойко², Ю.А. Сети²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

Санкт-Петербург, Россия

² Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича,

Черновцы, Украина

E-mail: zegrya@theory.ioffe.ru, ktf@chnu.edu.ua

В модели открытой резонансно-туннельной структуры как отдельного каскада квантового каскадного лазера в поперечном магнитном поле предложена теория спектральных параметров, динамической проводимости и относительной интегральной интенсивности излучения. Показано, что в согласии с экспериментом Блейзера и др. с увеличением напряженности магнитного поля до 8 T пик излучения смещается в область бо́льших энергий, а его относительная интегральная интенсивность в интервале напряженностей 0–14 T резко уменьшается.

1. Введение

Идея функционирования квантовых каскадных лазеров (ККЛ) за счет квантовых переходов между подзонами зоны проводимости в резонансно-туннельных структурах (РТС), впервые предложенная в работах Казаринова и Суриса [1,2] и реализованная в экспериментальных работах Фейста и Капассо с сотрудниками [3,4], оказалась чрезвычайно плодотворной. Уникальные возможности ККЛ и других наноприборов, работающих в терагерцевом диапазоне, активно стимулируют интерес исследователей к проблеме улучшения рабочих характеристик этих приборов [5,6].

Оптимальная работа ККЛ существенно определяется туннельными свойствами нано-РТС, являющихся их базовыми элементами. В свою очередь туннельные характеристики РТС зависят как от геометрического дизайна, так и от полей, в которых они находятся. Хорошо известно, что именно постоянное электрическое поле, направленное перпендикулярно слоям РТС, играет важную положительную роль, так как позволяет согласовать работу всех лазерных каскадов между собой и таким образом получить достаточно интенсивное когерентное излучение [3–6].

Постоянное магнитное поле, перпендикулярное слоям РТС, как известно из эксперимента, приводит к осцилляциям тока возбуждения ККЛ, что хорошо согласуется с теорией [7] и объясняется квантованием Ландау.

Экспериментальное исследование влияния магнитного поля, параллельного слоям РТС, на туннельный диод показало [8,9], что увеличение поля приводит к уменьшению Z-образной бистабильности вольт-амперной характеристики и пикового значения тока. Эти эффекты нашли теоретическое обоснование в работах [7,9].

Что касается влияния поперечного магнитного поля на излучение ККЛ, то эксперимент [10] показал, что с увеличением напряженности до 8 Т пик излучения слабо смещается в коротковолновую область, а его относительная интегральная интенсивность резко уменьшается. Теоретические оценки, выполненные в той же работе, оказались в противоречии с экспериментальными результатами, так как в закрытой модели пик излучения ККЛ сдвигался в длинноволновую часть спектра, а его интенсивность уменьшалась очень слабо. Насколько нам известно, теории, объясняющей этот эксперимент, пока нет.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы развить теорию электронного транспорта сквозь открытую нано-РТС, рассматриваемую как отдельный каскад ККЛ, который находится в продольном электрическом и поперечном магнитном полях. В этой модели будут исследованы резонансные энергии (РЭ) и резонансные ширины (РШ) квазистационарных состояний (КСС) электрона, а также активная динамическая проводимость нано-РТС и относительная интегральная интенсивность излучения в зависимости от напряженности магнитного поля. Результаты предложенной теории оказываются не только в качественном, но и в удовлетворительном количественном согласии с экспериментом [10].

Квазистационарные состояния электрона в многослойной резонансно-туннельной структуре в продольном электрическом и поперечном магнитном полях

Будем изучать туннельные свойства отдельного каскада ККЛ в модели открытой многослойной РТС в продольном электрическом F и поперечном магнитном \mathscr{H} полях, действующих в пределах наносистемы. Незначительное различие постоянных решетки слоев ям и барьеров позволяет использовать модель эффективных масс

n

$$m(z) = m_w \left\{ \theta(-z) + \theta(z - b) + \sum_{p=1}^{4} \left[\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p}) \right] \right\} + m_b \left\{ \sum_{p=0}^{4} \left[\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1}) \right] \right\}$$
(1)

и прямоугольных потенциалов

$$U(z) = U_0 \sum_{p=0}^{4} \left[\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1}) \right], \qquad (2)$$

где

$$\theta(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ 1, & z \ge 0 \end{cases}$$

— единичная функция Хевисайда.

Система координат, геометрические параметры и энергетическая схема РТС при $F \neq 0$, $\mathcal{H} = 0$ приведены на рис. 1.

Чтобы исследовать свойства лазерного излучения, возникающего при квантовых переходах между КСС электронов в отдельном каскаде ККЛ, нужно выполнить расчет РЭ и РШ, а также определить динамическую проводимость σ этой открытой РТС.

Чтобы определить РЭ и РШ электронных КСС исследуемой системы в постоянном продольном электрическом поле напряженности *F* с потенциальной энергией взаимодействия

$$U_e(z) = -eF\{z[\theta(z) - \theta(z-b)] + b\theta(z-b)\}$$
(3)

и в постоянном поперечном магнитном поле напряженности \mathcal{H} с векторным потенциалом

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathcal{H}_z, & 0 \le z \le b \\ 0 & z \le 0, \ z > b \end{pmatrix}, \ 0, \ 0 \right\},$$
(4)

нужно решить уравнение Шредингера

$$\hat{H}(x, y, z)\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z),$$
(5)

где

$$\hat{H}(x, y, z) = \frac{1}{2m(z)} \left\{ \left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} \hat{A}_x \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right\} + U(z) + U_e(z).$$
(6)

Из-за зависимости эффективной массы, векторного потенциала и потенциальных энергий от координаты z уравнение 5 точно не решается, поэтому его можно решить модифицированным вариационным методом Бете, вводя перенормированную эффективную массу \bar{m} , не



Рис. 1. Геометрическая и энергетическая схемы отдельного каскада ККЛ. Ширины потенциальных барьеров Δ_1 , Δ_4 , $\Delta_5 = 2.5$ nm, Δ_2 , $\Delta_3 = 2.4$ nm, ширины ям b_1 , b_2 , b_3 , b_4 составляют 4.2, 7.4, 5.5, 4.6 nm соответственно.

зависящую от z. С целью отделения движения электрона в плоскости xoy от движения в продольном направлении гамильтониан (6) целесообразно представить в виде суммы основного гамильтониана \hat{H}_0 и возмущения $\Delta \hat{H}$ так, что

$$H(\hat{r}) = H_0 + \Delta H,\tag{7}$$

где

$$\hat{H}_{0} = -\frac{\hbar^{2}}{2m(z)} \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} - \frac{\hbar^{2}}{2\overline{m}} \left(\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} - \left(i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e\mathcal{H}z}{c\hbar} \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b \\ 0, & z \le 0, z > b \end{cases} \right)^{2} \right) + U(z) + U_{e}(z),$$
(8)

$$\Delta \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m(z)} - \frac{1}{\overline{m}} \right)$$

$$\times \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e \mathcal{H}_z}{c \hbar} \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b \\ 0 & z \le 0, \ z > b \end{cases} \right)^2 \right]. \tag{9}$$

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (8) теперь можно искать в виде

$$\Psi_0(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i(k_x x + k_y y)} \Phi(E, z),$$
(10)

вследствие чего переменные *x* и *y* разделяются и получается одномерное уравнение Шредингера

$$\hat{H}(z, k_x, k_y)\Phi(E, z) = E\Phi(E, z)$$
(11)

Физика твердого тела, 2013, том 55, вып. 10

с гамильтонианом +2

$$\hat{H}(z, k_x, k_y) = -\frac{\hbar}{2m(z)} \frac{\sigma}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2}{2\overline{m}} \left[k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b \\ 0, & z \le 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right] + U(z) + U_e(z),$$
(12)

າ2

который зависит от компонент квазиимпульса k_x , k_y как от параметров.

Это уравнение имеет точное решение. Найденная функция $\Phi(E, z)$, согласно методу Бете, используется далее для минимизации вклада от оператора возмущения $\Delta \hat{H}$, что приводит к уравнению для определения величины перенормированной массы \overline{m}

$$\begin{split} \langle \left| \Delta \hat{H}_z \right| \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz \Phi^*(E, z) \left(\frac{1}{m(z)} - \frac{1}{m} \right) \\ &\times \left\{ k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b \\ 0, & z \le 0, \ z > b \end{cases} \right)^2 \right\} \Phi(E, z) = 0. \end{split}$$
(13)

Таким образом, система уравнений (11) и (13) оказывается самосогласованной и позволяет итерационным способом с необходимой точностью найти нормированную массу \overline{m} и искомую волновую функцию $\Phi(E, z)$.

Развитый подход теперь можно применить к задаче электронного туннелирования сквозь открытую РТС в продольном электрическом и поперечном магнитном полях.

Предполагается, что моноэнергетический пучок не взаимодействующих между собой электронов с концентрацией n_0 и энергией E падает (для определенности слева) на систему, как и в экспериментальной работе [10]. Это позволяет положить $k_x = k_y = 0$ и представить уравнение (11) в виде

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m(z)}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{2m}\left(\frac{e\mathscr{H}z}{c}\right)^2 \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b\\ 0, & z \le 0, \ z > b \end{cases} \\ + U(z) + U_e(z) - E \\ \end{cases} \Phi(E, z) = 0. \tag{14}$$

Для перенормированной массы \overline{m} из (13) теперь получается выражение

$$\overline{m} = m_0 \frac{\int\limits_0^b z^2 \left| \Phi(E, 0 \le z \le b) \right|^2 dz}{\int\limits_0^b z^2 \frac{m_w}{m(z)} \left| \Phi(E, 0 \le z \le b) \right|^2 dz},$$
(15)

из которого хорошо видно, как выбрать стартовое значение величины \overline{m} , чтобы решение самосогласованных

уравнений (13) и (14) оказалось достаточно точным при минимальном числе итераций. Поскольку в исследуемой РТС размеры ям и барьеров близки между собой, в исходном приближении в знаменателе (15) можно положить $m(z) \rightarrow (m_w + m_b)/2$, что определяет нулевое приближение для перенормированной массы $\overline{m}^{(0)} = (m_w + m_b)/2$. Подставляя это значение в уравнение (14), решаем его и находим в нулевом приближении функцию $\Phi^{(0)}(E, z)$.

Действительно, теперь уравнение (14) имеет точные решения во всех областях переменной z. Вне РТС это плоские волны, а внутри — так называемые функции параболического цилиндра $U(\xi, z)$ и $V(\xi, z)$ [11]. С учетом того что слева от РТС существуют падающая и отраженная волны, а справа от нее — только прошедшая волна, волновую функцию $\Phi^{(0)}(E, z)$ можно представить в виде

$$\Phi^{(0)}(E, z) = \Phi_0^{(0)}(k_0, z)\theta(-z) + \Phi_{10}^{(0)}(k_{10}, z)\theta(z-b) + \sum_{p=1}^9 \Phi_p^{(0)}(K_p, z) \left[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)\right] = \left(A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z}\right)\theta(-z) + A_{10} e^{ik_{10} z}\theta(z-b) + \sum_{p=1}^9 \left[A_p U\left(\xi_p, \sqrt{2}(z - Z_0/l)\right) + B_p V\left(\xi_p, \sqrt{2}(z - Z_0/l)\right)\right] \left[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)\right].$$
(16)

Здесь введены координата центра циклотронной орбиты Z_0 , магнитная длина l и безразмерные параметры ξ_p

$$\xi_{p} = \frac{1}{2} \Big(K_{p}^{2} l^{2} + Z_{0}^{2} l^{-2} \Big), \quad Z_{0} = \frac{c^{2} \overline{m} F}{e \mathcal{H}^{2}}, \quad l = \sqrt{\frac{c \hbar}{e \mathcal{H}}},$$

$$K_{p} = \begin{cases} k_{p} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_{w} E}, & p = 0, 2, 4, 6, 8; \\ i \chi_{p} = i \hbar^{-1} \sqrt{2m_{b} (E - U_{0})}, & p = 1, 3, 5, 7, 9, \\ k_{10} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_{w} (E + eFb)}. \end{cases}$$

$$(17)$$

Неизвестные коэффициенты A_0 , B_0 , A_{10} , A_p , B_p (p = 1-9) однозначно находятся из условий непрерывности волновой функции $\Phi^{(0)}(E, z)$ и плотности ее потока на всех границах системы

$$\Phi_p^{(0)}(E, z_p) = \Phi_{p+1}^{(0)}(E, z_p);$$

$$\left. \frac{d\Phi_p^{(0)}(E,z)}{m_p dz} \right|_{z=z_p} = \frac{d\Phi_{p+1}^{(0)}(E,z)}{m_{p+1} dz} \bigg|_{z=z_p}, \quad p = 0-9, \quad (18)$$

а также из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{(0)}(k,z) \Phi^{(0)}(k',z) dz = \delta(k-k'), \quad k \equiv k_0.$$
(19)

Это полностью определяет волновую функцию $\Phi^{(0)}(E, z)$ в нулевом приближении. В следующем итерационном цикле функция $\Phi^{(0)}(E, z)$ подставляется в уравнение (15) и в первом приближении определяется перенормированная масса $\overline{m}^{(1)}$, которая подставляется в уравнение (14), определяющее волновую функцию $\Phi^{(1)}(E, z)$ в первом приближении. Таким образом, после нескольких циклов с необходимой точностью находится искомая функция $\Phi(E, z)$, которая позволяет рассчитать функцию распределения вероятности нахождения электрона внутри РТС

$$W(E) = \frac{1}{b} \int_{0}^{b} |\Phi(E, z)|^{2} dz, \qquad (20)$$

положения максимумов и величины полуширин которой определяют РЭ (E_n) и РШ (Γ_n) КСС, и функцию пространственного распределения вероятности нахождения электрона в *n*-м КСС

$$\rho(E_n, z) = \int_{E_n^{\min}}^{E_{n+1}^{\min}} |\Phi(E, z)|^2 dE$$
(21)

(где E_n^{\min} — энергетическое положение *n*-го минимума функции W(E)), а также выполнить расчет динамической проводимости РТС.

3. Динамическая проводимость электронов в многослойной резонансно-туннельной наноструктуре в продольном электрическом и поперечном магнитном полях

Для построения теории динамической проводимости пучка электронов, проходящих перпендикулярно $(k_x = k_y = 0)$ плоскостям многослойной РТС в продольном электрическом и поперечном магнитном полях, необходимо решить временное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(E, z, t)}{\partial t} = (H(z) + H(z, t)) \Phi(E, z, t), \qquad (22)$$

где H(z) — ранее определенный стационарный гамильтониан (12) электрона в РТС при $k_x = k_y = 0$,

$$H(z,t) = -e\mathscr{E}\left\{z[\theta(z) - \theta(z-b)] + b\theta(z-b)\right\} \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right)$$
(23)

— гамильтониан взаимодействия электрона с переменным во времени электромагнитным полем частоты ω и напряженности \mathscr{E} .

Уравнение (22) в общем виде точно не решается, поэтому в так называемом приближении малого сигнала [12–15], считая амплитуду высокочастотного электромагнитного поля малой, будем искать функцию $\Phi(z, t)$ в одномодовом приближении по теории возмущений

$$\Phi(E, z, t) = \Phi(E, z)e^{-i\omega_0 t} + \Phi_{+1}(E, z)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Phi_{-1}(E, z)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}, \ \omega_0 = \hbar^{-1}E.$$
(24)

В результате подстановки (24) в (22) получаются два уравнения для неизвестных функций $\Phi_{\pm}(E, z)$

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2}\frac{1}{m(z)}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + U_{\text{eff}}(z) - (E \pm \Omega)\right\}\Phi_{\pm 1}(E, z)$$
$$= e\mathscr{E}\left\{z[\theta(z) - \theta(z - b)] + b\theta(z - b)\right\}, \ \Omega = \hbar\omega, \ (25)$$

где

$$U_{\text{eff}}(z) = U(z) + U_e(z) + \frac{1}{2\overline{m}} \left(\frac{e\mathbf{H}z}{c}\right)^2 \begin{cases} 1, & 0 \le z \le b\\ 0, & z \le 0, z > b \end{cases}.$$
 (26)

Уравнения (25) имеют точные решения в виде суперпозиции функций

$$\Phi_{\pm 1}(E,z) = \Phi_{\pm}(E,z) + \phi_{\pm}(E,z).$$
(27)

Здесь $\Phi_{\pm}(z)$ — решения однородных уравнений (25),

$$\Phi_{\pm}(E, z) = \Phi_{\pm}^{(0)}(k_{\pm}(0), z)\theta(-z) + \Phi_{\pm}^{(10)}(k_{\pm(10)}, z)\theta(z-b) + \sum_{p=1}^{9} \Phi_{\pm}^{(p)}(K_{\pm(p)}, z) \left[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_{p})\right] = B_{\pm}^{(0)}e^{-ik_{\pm}^{(0)}z}\theta(-z) + A_{\pm}^{(10)}e^{ik_{\pm}^{(10)}z}\theta(z-b) + \sum_{p=1}^{9} \left[A_{\pm}^{(p)}U\left(\xi_{\pm}^{(p)}, \sqrt{2}(z - Z_{0})/l\right) + B_{\pm}^{(p)}V\left(\xi_{\pm}^{(p)}, \sqrt{2}(z - Z_{0})/l\right)\right] \left[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_{p})\right],$$
(28)

где

$$\xi_{\pm}^{(p)} = \frac{1}{2} \left(K_{\pm(p)}^2 l^2 + Z_0^2 l^{-2} \right),$$

$$K_{\pm(p)} = \begin{cases} k_{\pm(p)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_w(E + \Omega)}, & p = 0, 2, 4, 6, 8; \\ i\chi_{\pm(p)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_b(E - U_0 \pm \Omega)}, & p = 1, 3, 5, 7, 9, \end{cases}$$

$$k_{\pm}^{(10)} = \sqrt{2m_w(E + eFb \pm \Omega)}. \tag{29}$$

Функции $\phi_{\pm}(E, z)$ как частные решения неоднородных уравнений (25) также имеют точный аналитический

вид

$$\begin{split} \phi_{\pm}(E,z) &= \pm \frac{e\mathscr{E}b}{\Omega} \, \Phi_{10}(z) \theta(z-b) \\ &+ \sum_{p=1}^{9} \frac{em_p \mathscr{E}l^3}{\eta^2} \left[\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p) \right] \\ &\quad \left(\xi' + \frac{Z_0}{\sqrt{2}l} \right) \left(U(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi_p) V(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi') - \right. \\ &\quad \left. \times \frac{-V(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi_p) U(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi')) \Phi_p(\xi')}{\left(U(\xi_{\pm}^{(p)} + 1, \xi') - \eta U(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi') \right) V(-\xi_{\pm}^{(p)} - 1, \xi') - \left. -iU(\xi_{\pm}^{(p)}, \xi') V(-\xi_{\pm}^{(p)}, \xi') \right] \end{split}$$
(30)

где

$$\xi = l^{-1} \sqrt{2(z - Z_0)^2}.$$
 (31)

Условия непрерывности полной волновой функции $\Phi(z,t)$ и соответствующих ей потоков на всех гетерограницах в произвольный момент времени *t* приводят для функций $\Phi_{\pm 1}(E, z)$ к граничным условиям типа (18), из которых однозначно определяются неизвестные коэффициенты $B_{\pm}^{(0)}$, $A_{\pm}^{(10)}$, $A_{\pm}^{(p)}$, $B_{\pm}^{(p)}$ (p = 1-9) и, следовательно, полная волновая функция $\Phi(z, t)$.

Абсолютная величина отрицательной активной динамической проводимости (далее проводимость) $\sigma(E, \Omega)$ в квазиклассическом приближении определяется [12–15] через плотности потоков электронных волн, выходящих с обеих сторон РТС с излучением ($E - \Omega$) или поглощением ($E + \Omega$) энергии поля,

$$\sigma(E, \Omega) = \frac{\Omega}{2be\mathscr{E}^2} \{ [j(E+\Omega, z=b) - j(E-\Omega, z=b)] - [j(E+\Omega, z=0) - j(E-\Omega, z=0)] \}.$$
 (32)

Фигурирующие здесь плотности потоков, согласно квантовой механике, определяются соответствующими волновыми функциями

$$j(E \pm \Omega, z) = \frac{ie\hbar n_0}{2m(z)} \left[\Phi_{\pm 1}(E, z) \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\pm 1}^*(E, z) - \Phi_{\pm 1}^*(E, z) \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\pm 1}(E, z) \right].$$
(33)

В результате расчета проводимость может быть представлена в виде двух парциальных слагаемых σ^+ и σ^- , обусловленных соответствующими потоками вперед и назад из РТС

$$\sigma(E, \Omega) = \sigma^+(E, \Omega) + \sigma^-(E, \Omega), \quad (34)$$

которые в свою очередь описываются слагаемыми, обусловленными процессами с излучением $\sigma^{r\pm}$ и поглощением $\sigma^{a\pm}$ энергии поля и имеющими следующий аналитический вид:

$$\sigma^{+}(E, \Omega) = \sigma^{a+}(E, \Omega) + \sigma^{r+}(E, \Omega)$$

$$= \frac{\hbar\Omega n_0}{2bm_w \mathscr{E}^2} \left(k_+^{(10)} |A_+^{(10)}|^2 - k_-^{(10)} |A_-^{(10)}|^2 \right),$$

$$\sigma^{-}(E, \Omega) = \sigma^{a-}(E, \Omega) + \sigma^{r-}(E, \Omega)$$

$$= \frac{\hbar\Omega n_0}{2bm_w \mathscr{E}^2} \left(k_+^{(0)} |B_+^{(0)}|^2 - k_-^{(0)} |B_-^{(0)}|^2 \right). \quad (35)$$

Если на РТС не воздействует внешнее электромагнитное поле, а энергия E падающих на нее электронов совпадает с резонансной энергией E_n одного из ее возбужденных КСС, то вследствие преобладания квантовых переходов в более низкоэнергетические состояния (n' < n) возникает отрицательная проводимость и происходит излучение электромагнитных волн с энергией Ω порядка $\Omega_{nn'} = E_n - E_{n'}$.

Поскольку мощность излучения с частотой $\Omega = \hbar^{-1}\Omega$ проходящего сквозь РТС электронного потока с энергией *E* известна [12,13]

$$P(E, \Omega) = 2bF^2 |\sigma(E, \Omega)|, \qquad (36)$$

можно определить экспериментально измеримую величину относительной интегральной интенсивности излучения в зависимости от напряженности магнитного поля

$$I(E, \Omega_{nn'}, \mathscr{H}) = \int_{\Omega_{nn'}^{\leq}}^{\Omega_{nn'}^{>}} |\sigma(E, \Omega, \mathscr{H})| d\Omega$$
$$\times \left[\int_{\Omega_{nn'}^{\leq}}^{\Omega_{nn'}^{>}} |\sigma(E, \Omega, \mathscr{H} = 0)| d\Omega \right]^{-1}, \quad (37)$$

где $\Omega_{nn'}^{<}$, $\Omega_{nn'}^{>}$ — энергии электромагнитного поля, при которых реализуются соответственно нижний и верхний минимумы функции $|\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})|$ при E = const и $\mathcal{H} = \text{const}$.

Анализ результатов и сравнение с экспериментом

Расчет и анализ спектральных параметров КСС, динамической проводимости, а также относительной интегральной интенсивности излучения выполнялись в модели многослойной РТС (рис. 1) как отдельного каскада ККЛ, исследованного в экспериментальной работе [10], с параметрами $U_0 = 516 \text{ meV}, n_0 = 9.2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}, m_w =$ $= 0.043 m_e, m_b = 0.083 m_e, F = 55 \text{ kV/cm}.$

В указанной работе лазерное излучение наблюдалось на длине волны $\lambda = 9.5 \,\mu m ~(\Omega \approx 130 \, meV)$ за счет квантовых переходов между двумя нижними КСС. Напряженность магнитного поля изменялась от 0 до 14 Т.



Рис. 2. Зависимости $U_{\text{eff}}(z)$ (a, b), а также E_2 , $\rho(E_2, z)$ (a) и E_1 , $\rho(E_1, z)$ (b) при значениях напряженности магнитного поля 0 (I), 5 (2), 10 (3), 15 T (4).

Для сопоставления теоретических и экспериментальных результатов, а также для того, чтобы выяснить причины установленного в эксперименте резкого затухания относительной интегральной интенсивности лазерного излучения с увеличением напряженности магнитного поля, мы выполнили расчет не только величин $I(E, \Omega, \mathcal{H})$, $\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})$ и их парциальных составляющих при $E = E_2$ в окрестности $\Omega = \Omega_{21} = E_2 - E_1$, но и РЭ и РШ первых трех КСС в зависимости от \mathcal{H} в достаточно широком интервале (от 0 до 25 T).

На рис. 2 приведены результаты расчета эффективного потенциала $U_{\text{eff}}(z)$, плотности вероятности $\rho(E_n, z)$, резонансных энергий E_1 , E_2 рабочих КСС, между которыми осуществляется квантовый переход $(2 \rightarrow 1)$ с излучением энергии (Ω_{21}) электромагнитного поля, при четырех значениях напряженности магнитного поля.

Из рис. 2 видно, что в отсутствие магнитного поля электрон во втором КСС (рис. 2, a) преимущественно локализован в первой (входной) потенциальной яме, а в первом КСС (рис. 2, b) — во второй. Поэтому в исследуемой открытой модели, как и в модели закрытой системы [10], происходит интенсивное излучение электромагнитного поля в так называемом "косом переходе".

С увеличением \mathscr{H} электрон во втором КСС все более локализуется в первой яме, тогда как в первом КСС его локализация во второй яме уменьшается, а в первой увеличивается. Квантовый переход становится все более "прямым", из-за чего, как показано далее, интенсивность возникающего электромагнитного излучения существенно уменьшается.

Как известно из экспериментальной работы [10], дизайн двухъямной активной зоны был устроен так (рис. 1), что лазерное излучение возникало при попадании электронов в РТС с энергией $E \sim E_2$ с



Рис. 3. Зависимости от напряженности магнитного поля \mathscr{H} : a — резонансных энергий ($E_{n=1,2,3}$) и ширин ($\Gamma_{n=1,2,3}$), b логарифмов величин полной (σ_{21}) и парциальных ($\sigma_{21}^{a\pm}$, $\sigma_{21}^{r\pm}$) проводимостей в единицах $\sigma_0 = 1$ S/cm, c — энергии излучения (I), относительной интегральной интенсивности излучения в нашей теории (2), в теории [10] (3), в эксперименте [10] (4).

последующим квантовым переходом со второго на первое КСС. Расчет РЭ и РШ первых трех КСС при $\mathcal{H} = 0$ Т показал, что разность полевых резонансных энергий $\Omega_{21} - \Omega_{32} = 13.6 \text{ meV}$ ($\Omega_{21} = 118.6 \text{ meV}$, $\Omega_{32} = 105 \text{ meV}$) соразмерима с РШ второго и третьего КСС ($\Gamma_1 = 0.56 \text{ meV}$, $\Gamma_2 = 2.27 \text{ meV}$, $\Gamma_3 = 5.19 \text{ meV}$). Поэтому чтобы выяснить, как с изменением напряженности магнитного поля при попадании электрона на второе КСС с энергией E_2 конкурируют между собой процессы, происходящие с излучением либо с поглощением электромагнитного поля с резонансной энергией $\Omega_{21}(\mathcal{H}) = E_2(\mathcal{H}) - E_1(\mathcal{H})$, мы выполнили расчет $E_{n=1,2,3}(\mathcal{H})$, $\Gamma_{n=1,2,3}(\mathcal{H})$, а также $\sigma_{21}(\mathcal{H}) \equiv \sigma(E_2, \Omega_{21}, \mathcal{H})$ и ее парциальных составляющих (рис. 3, *a*, *b*).

Из рис. 3, *а* видно, что с увеличением \mathcal{H} величины РЭ всех трех КСС возрастают, причем в окрестности $\mathcal{H} = 14 \text{ T}$ РЭ E_1 и E_2 образуют своеобразный антикроссинг, связанный все с тем же изменением локализации электрона в первом КСС (с его перемещением из второй ямы активной зоны в первую). Это обстоятельство еще более ярко проявляется в полевых зависимостях РШ Γ_1 и Γ_2 .

Из рис. 3, *b* видно, что во всем интервале изменения \mathscr{H} величины проводимостей $\sigma_{21}^{a\pm}$, отвечающие процессам с поглощением энергии поля Ω_{21} (даже близкой к Ω_{32}), очень малы, а величины, отвечающие процессам с излучением ($\sigma_{21}^{r\pm}$), сильно зависят от напряженности \mathscr{H} .

С увеличением \mathscr{H} большая величина отрицательной парциальной проводимости в прямом направлении $|\sigma^+(E_2, \Omega_{21}, \mathscr{H})|$ уменьшается, а малая проводимость $|\sigma^-(E_2, \Omega_{21}, \mathscr{H})|$ в обратном направлении увеличивается. Поэтому с увеличением напряженности \mathscr{H} , приблизительно до 16 Т полная величина проводимости $\sigma(E_2, \Omega_{21}, \mathscr{H})$ формируется прямым электронным потоком; в интервале 16–19 Т парциальные проводимости в разные стороны РТС соизмеримы, а при $\mathscr{H} \geq 19$ Т преобладает проводимость, формируемая обратным потоком. Таким образом, при достижении напряженности магнитного поля порядка 16 Т происходит выравнивание электронных потоков в обе стороны активной зоны каждого каскада, вследствие чего работа ККЛ прекращается, что и наблюдалось экспериментально [10].

Из рис. 3, с видно (кривая 1), что при увеличении H до 8T пик излучения в соответствии с экспериментом [10] сдвигается в область больших энергий, а не в противоположную сторону спектра, как получалось из теоретических оценок обсуждаемой работы. Средняя величина энергии излучения ($\Omega_{21} \approx 125 \text{ meV}$) в этом интервале с точностью не хуже 6% коррелирует с экспериментальной ($\Omega = 133 \text{ meV}$). При $\mathcal{H} > 8 \text{ T}$ из-за влияния антикроссинга между рабочими КСС величина Ω_{21} сначала уменьшается, а затем снова увеличивается. Проявляется ли обратный сдвиг в эксперименте согласно данным работы [10], выяснить не удалось, так как приведенная там кривая люминесценции при 14 T настолько "размыта", что определить положение ее максимума невозможно. Зато относительная интегральная интенсивность излучения, рассчитанная по предложенной теории (кривая 2), в отличие от рассчитанной в работе [10] (кривая 3) удовлетворительно согласуется с экспериментом (кривая 4) во всем интервале (0-14 T)изменения напряженности магнитного поля.

5. Заключение

Развита квантовая теория электронного транспорта сквозь открытую многослойную нано-РТС в продольном электрическом и поперечном магнитном полях с учетом взаимодействия электронов с электромагнитным полем.

Изучена зависимость от напряженности магнитного поля РЭ и РШ электронных КСС, а также впервые рассчитана и проанализирована отрицательная динамическая проводимость многослойной РТС как модели отдельного каскада ККЛ.

Показано, что в соответствии с экспериментом [10] при увеличении магнитного поля до 8 Т пик лазерного излучения сдвигается в область больших энергий, а относительная интегральная интенсивность излучения резко уменьшается из-за того, что магнитное поле значительно увеличивает эффективный потенциал выходных ям и барьеров, что в свою очередь вызывает разрушение энергетической структуры инжектора и приводит к рассогласованию соседних каскадов ККЛ.

Список литературы

- [1] А.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис. ФТП 5, 797 (1971).
- [2] А.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис. ФТП 6, 1359 (1972).
- [3] J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, A.Y. Cho. Appl. Phys. Lett. 66, 538 (1995).
- [4] J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, A.Y. Cho. Appl. Phys. Lett. 67, 3057 (1995).
- [5] A. Bismuto, R. Terazzi, B. Hinkov, M. Beck, J. Faist. Appl. Phys. Lett. 101, 021 103 (2012).
- [6] A. Bismuto, R. Terazzi, J. Faist. Appl. Phys. Lett. 98, 091 105 (2011).
- [7] А.Ю. Серов, Г.Г. Зегря. ЖЭТФ 126, 170 (2004).
- [8] A. Zaslavsky, D.C. Tsui, M. Santos, M. Shayegan. Phys. Rev. B 40, 9829 (1989).
- [9] A. Zaslavsky, Yuan P. Li, D.C. Tsui, M. Santos, M. Shayegan. Phys. Rev. B 42, 1374 (1990).
- [10] S. Blaser, L. Diehl, M. Beck, J. Faist. Phisica E 7, 33 (2000).
- [11] G. Yong, Y. Li, X. Kong, C. Wei. Phys. Rev. B 50, 17249 (1994).
- [12] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ 116, 704 (1999).
- [13] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский, А.С. Тагер. ФТП 28, 740 (1994).
- [14] А.Б. Пашковский. Письма в ЖЭТФ 89, 32 (2009).
- [15] Н.В. Ткач, Ю.А. Сети, В.А. Матиек, И.В. Бойко. ФТП 46, 1327 (2012).