

04

Ионизация вещества испаряющейся капли в неравновесной плазме

© А.В. Козырев, А.Г. Ситников

Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск
E-mail: kozyrev@to.hcei.tsc.ru

Поступило в Редакцию 4 июня 2007 г.

Получено точное аналитическое решение линейной стационарной задачи об ионизации сферически симметричного потока вещества, распространяющегося в неограниченной неравновесной плазме. Показано, что радиальное распределение степени ионизации в потоке определяется единственным безразмерным параметром подобия.

PACS: 52.27.Lw, 52.25.Jm

В последнее время задача об ионизации сферически симметричного потока вещества особенно актуальна в связи с интенсивными исследованиями низкотемпературной плазмы, содержащей конденсированную фазу летучего вещества [1]. Здесь можно упомянуть две конкретные ситуации: эволюцию неравновесного аэрозоля, образующегося в газоразрядной плазме [2]; эволюцию микрокапельной фракции вакуумной дуги [3].

В ряде ситуаций на этапе анализа экспериментальных данных, полученных для широкого круга веществ и условий проведения эксперимента, возникает необходимость в получении предварительных оценок основных параметров этого процесса. Целью настоящей работы является формулировка упрощенной физической модели явления ионизации паров микрокапельной фракции вакуумной дуги, эксперименты с которой инициировали настоящее исследование [3].

Рассмотрим следующую ситуацию: в неравновесной неограниченной плазме с известными параметрами (средний заряд иона Z , концентрация ионов фоновой плазмы n_0 , температуры электронов и ионов T_e , T_i) имеется испаряющаяся сферическая капля радиусом R . Полагаем, что с поверхности капли происходит испарение нейтральных атомов, концентрация которых $n_a(r)$ зависит только от радиальной координаты, а

ионизация этих паров происходит при их взаимодействии с электронами плазмы.

Ионизация пара происходит за счет высокой теплопроводности электронного газа, и градиент температуры электронов, обеспечивающий необходимый подвод энергии, должен иметь место. Мы в модели полагаем этот градиент малым, а константу ионизации $K_i(T_e)$ как функцию электронной температуры будем считать постоянной и заданной. Речь идет фактически об использовании эффективного значения этой константы.

Основным приближением модели является предположение о диффузионном режиме движения ионов в разлетающемся паровом облаке. Это приближение естественно для движения ионов, находящихся в газоразрядной плазме высокого давления. Но и в плазме вакуумной дуги этот режим также имеет место благодаря тому, что движение ионов происходит в собственном газе, а сечения перезарядки металлических ионов при низких энергиях довольно большие [4]. Температуру электронов в плазме полагаем много выше ионной, и для коэффициента амбиполярной диффузии D_a ионов в собственных парах будем пользоваться оценкой:

$$D_a(r) = \frac{1}{3} \bar{v}_i \lambda \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \approx \sqrt{\frac{kT_e}{M}} \frac{\sqrt{T_e/T_i}}{3\sigma^* n_a(r)}, \quad (1)$$

где M — масса иона, $\lambda = 1/\sigma^* n_a$ — средняя длина свободного пробега ионов, σ^* — транспортное сечение, \bar{v}_i — средняя тепловая скорость ионов.

Диффузионное приближение можно использовать, пока длина свободного пробега будет много меньше размеров системы. В нашем случае размером системы может служить размер парового облака и радиус капли R . В рассматриваемой задаче достаточно потребовать выполнения соответствующего критерия только вблизи поверхности капли:

$$\frac{R}{\lambda} = \sigma^* n_a(R) R \gg 1. \quad (2)$$

В модельных расчетах используем $n_a(r)$, которое соответствует приближению постоянной скорости расширения облака:

$$n_a(r) = n_a(R) \left(\frac{R}{r} \right)^2. \quad (3)$$

В модели считаем, что степень ионизации пара всегда остается малой, чтобы не учитывать влияние заряженных частиц на коэффициент диффузии ионов (1). В то же время будем полагать ионизованный газ достаточно плотным, чтобы выполнялось условие квазинейтральности для концентраций ионов $n_i(r)$ и электронов $n_e(r)$: $n_e(r) = Zn_i(r)$.

В рамках указанных приближений проведем расчет квазистационарного распределения ионной концентрации плазмы $n_i(r)$ в окрестности испаряющейся капли. Решение стационарной задачи носит оценочный характер и является адекватным, если диффузионный процесс испарения протекает медленно по сравнению с процессом ударной ионизации газа электронами.

Будем искать стационарное сферически симметричное решение уравнения непрерывности для ионной компоненты плазмы, движущейся через собственный пар, радиальное распределение которого дается выражением (3):

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_a(r) \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) = K_i(T_e) n_a(r) n_e. \quad (4)$$

В силу малой степени ионизации плазмы мы пренебрегли в (4) объемной рекомбинацией заряженных частиц.

Для удобства дальнейших расчетов перейдем к безразмерным переменным: концентрацию ионов пронормируем на концентрацию фоновой плазмы n_0 , а радиальную координату на радиус капли R : $\eta = n_i/n_0$, $\rho = r/R$. Подставляя в (4) выражение (1) и затем (3), получим безразмерное уравнение непрерывности:

$$\frac{d}{d\rho} \left(\rho^4 \frac{d\eta}{d\rho} \right) + \alpha^2 \eta = 0. \quad (5)$$

Здесь единственный безразмерный параметр α^2 включает все основные величины задачи. Запишем эту характерную величину в удобном для дальнейшего анализа виде:

$$\alpha^2 = 2Z\sigma^* (n_a(R)R)^2 \frac{K_i(T_e)}{\sqrt{kT_e/M}} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}}. \quad (6)$$

Линейное дифференциальное уравнение (5) будет иметь однозначное решение, если задать два граничных условия. Одно из них определяет концентрацию ионов на бесконечности, а второе на поверхности

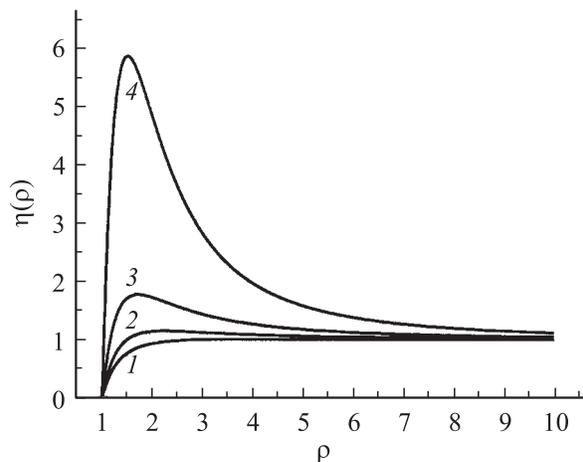


Рис. 1. Радиальная зависимость концентрации ионов $\eta(\rho)$ при различных значениях параметра α .

капли:

$$\eta(1) = 0, \quad \eta(\rho \rightarrow \infty) \rightarrow 1. \quad (7)$$

Нетривиальным моментом данной работы является то, что удалось найти неизвестное ранее точное решение уравнения (5), выраженное в элементарных функциях:

$$\eta(\rho) = C_1 \left(\frac{\alpha}{\rho} \sin \frac{\alpha}{\rho} + \cos \frac{\alpha}{\rho} \right) + C_2 \left(\frac{\alpha}{\rho} \cos \frac{\alpha}{\rho} - \sin \frac{\alpha}{\rho} \right), \quad (8)$$

правильность которого можно проверить простой подстановкой.

Подстановка (8) в граничные условия (7) дает частное решение нашей задачи:

$$\eta(\rho) = \left(\frac{\alpha}{\rho} \sin \frac{\alpha}{\rho} + \cos \frac{\alpha}{\rho} \right) - \frac{\alpha \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha} \left(\sin \frac{\alpha}{\rho} - \frac{\alpha}{\rho} \cos \frac{\alpha}{\rho} \right). \quad (9)$$

На рис. 1 приведены графики функции (9) для четырех значений параметра α , величины которого указаны рядом с соответствующими линиями.

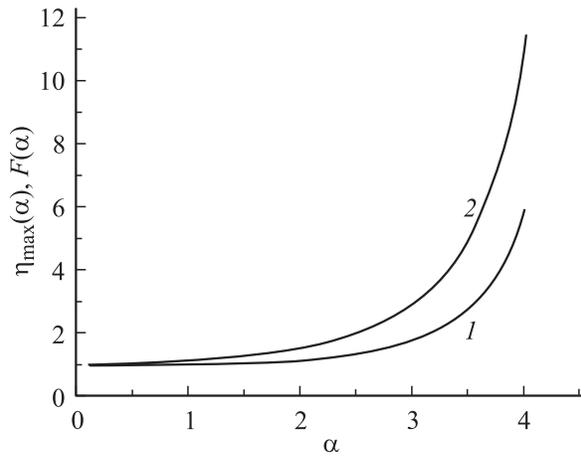


Рис. 2. Зависимость максимальной концентрации ионов $\eta_{\max}(\alpha)$ (1) и градиента концентрации ионов вблизи поверхности капли $F(\alpha)$ (2) от параметра α .

Во-первых, из рисунка видно, что только при $\alpha > 1$ наблюдается ярко выраженная немонотонная зависимость концентрации плазмы от радиуса. На самом деле все функции $\eta(\rho)$ имеют немонотонность, просто при малых α она очень слабая, и максимум наблюдается далеко от поверхности капли.

Во-вторых, математический анализ выражения (9) показывает, что решение не меняет знака только при $\alpha < \alpha_0 \approx 4.49$. Только такие физически корректные решения и могут соответствовать возможным стационарным распределениям концентрации плазмы вблизи испаряющейся капли.

Функция (9) имеет максимум, величина которого определяется выражением:

$$\eta_{\max}(\alpha) = \frac{\alpha - \arctan \alpha}{\sin(\alpha - \arctan \alpha)}. \quad (10)$$

График $\eta_{\max}(\alpha)$ показан на рис. 2.

В прикладных задачах важно знать поток ионов на каплю, который в данной постановке определяется градиентом концентрации плазмы вблизи поверхности капли. Поэтому запишем этот градиент примени-

тельно к решению (9):

$$F(\alpha) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho=1} = \frac{\alpha^3/3}{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}. \quad (11)$$

Здесь для удобства анализа в градиент введен множитель $1/3$, чтобы $F(0) = 1$. График функции $D(\alpha)$ также показан на рис. 2.

Как видно, обе функции $\eta(\alpha)$ и $F(\alpha)$ стремятся к бесконечности по мере приближения параметра α к критическому значению α_0 . С точки зрения физической модели критическая величина параметра α_0 может отвечать такому режиму, когда скорость ионизации пара в фоновой плазме настолько высока, что ионизация протекает в лавинном режиме, обеспечивая практически локальную ионизацию всего испаренного вещества в сравнительно тонком приповерхностном слое, окружающем каплю.

Оценим величину параметра α в ситуации с ионизацией паров металлической капли, помещенной в неравновесную плазму вакуумной дуги с $Z = 1$. Для рассмотрения примем характерные параметры плазмы в окрестности капельного пятна для меди (как наиболее изученного катодного материала). Важнейший параметр — это концентрация пара у поверхности капли $n_a(R)$; эта величина экспоненциально зависит от температуры капли, но она также хорошо оценивается из экспериментальных данных по измерению концентрации пара методом резонансной спектроскопии [5]. Положим ее равной $n_a(R) \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Транспортное сечение перезарядки примем на уровне $\sigma^* \sim 4 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$ [4].

Константу ионизации оценим по формуле: $K_i = \langle \sigma_i v_e \rangle = \bar{\sigma}_i \sqrt{kT_e/m} \exp(-I/kT_e)$, где I — энергия ионизации атомов вещества капли, $\bar{\sigma}_i$ — эффективное сечение ионизации атомов электронами, m — масса электрона. Характерное сечение ионизации, стоящее в формуле для константы ионизации, можно без большой ошибки положить на уровне $\bar{\sigma}_i \sim 10^{-16} \text{ cm}^2$. Температуру ионов примем на среднем уровне $T_i \sim 3000 \text{ K} \sim 0.3 \text{ eV}$, а $T_e = 4 \text{ eV}$. Примем для оценки радиус капли $R = 1 \mu\text{m}$. Энергия ионизации атомов меди $I = 7.7 \text{ eV}$. При таких параметрах плазмы величина $\alpha \approx 2.4$.

Руководствуясь приведенными выше графиками, получаем примерно двукратное повышение концентрации плазмы в окрестности капли. Таким образом, наблюдаемое в экспериментах [3] при зажигании вспомогательного отражательного разряда уменьшение среднего размера и

количества капель в вакуумной дуге с медным катодом действительно можно объяснить частичной ионизацией паров. Этот процесс особенно актуален для сравнительно крупных капель, так как имеет место пропорциональная зависимость $\alpha \sim R$.

Расчет плотности потока ионов на каплю, вычисленный с помощью выражений (1) и (11), дает величину

$$\Gamma_i = n_0 \sqrt{\frac{kT_e}{M}} \sqrt{\frac{Te}{T_i}} \left(\frac{\lambda}{R} \right) F(\alpha), \quad (12)$$

где отношение длины свободного пробега к радиусу оценивается неравенством (2). Интересно, что в предельном случае $\alpha \ll 1$ ионный ток на каплю (12) близок к ионному току насыщения на ленгмюровский зонд. Этот результат является естественным, так как испарение капли при $\alpha \ll 1$ не искажает окружающей плазмы.

Немаловажным является то, что для грубого анализа ситуации достаточно оценить величину единственного безразмерного параметра подобия α . Если он сравним с 1 или больше, то ионизацию пара при оценках необходимо учитывать. В противном случае учет этого процесса в расчетах теплообмена капли и плазмы можно пренебречь.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 06-02-17018-а и 06-08-00684-а).

Список литературы

- [1] Фортон В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы. М.: Физматлит, 2004. 528 с.
- [2] Козырев А.В., Ситников А.Г., Сочугов Н.С. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 11. С. 58–64.
- [3] Батраков А.В., Юттнер Б.И., Попов С.А. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 2. С. 84–91.
- [4] Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том I / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. С. 45.
- [5] Batrakov A., Jüttner B., Popov S. et al. // IEEE. Trans. Plasma Sci. 2003. V. 31. N 5. P. 864–868.