# Динамика носителей и вынужденные излучательные переходы терагерцевого диапазона между уровнями Ландау в каскадных структурах из квантовых ям GaAs/AlGaAs

© М.П. Теленков<sup>1,2</sup>, Ю.А. Митягин<sup>1</sup>, П.Ф. Карцев<sup>3</sup>

1 Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,

Москва, Россия

<sup>2</sup> Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС",

Москва, Россия

<sup>3</sup> Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ",

Москва, Россия

E-mail: maxim\_telenkov@mail.ru

Изучено распределение электронов по уровням Ландау в резонансно-туннельных структурах из квантовых ям GaAs/AlGaAs в условиях резонансно-туннельной накачки верхних подзон размерного квантования. Проведен численный расчет населенностей уровней Ландау в зависимости от скорости накачки (времени туннелирования), уровня легирования и напряженности магнитного поля. Продемонстрировано наличие инверсии населенности между первым уровнем Ландау первой подзоны и основным (нулевым) уровнем Ландау одной из верхних подзон в широкой непрерывной области магнитных полей. Исследовано влияние на распределение носителей различных механизмов рассеяния — как двухчастичных (электрон-электронное рассеяние), так и одночастичных (рассеяние на акустических фононах и шероховатостях интерфейса). Найден способ преодоления запрета и достижения существенных значений дипольного матричного элемента для рассматриваемого инвертированного перехода.

Работа выполнена при финансвой поддержке РФФИ (проекты № 08-02-92505-НЦНИЛ, 09-02-00671 и 12-02-00564), гранта Президента РФ для поддержки молодых ученых-кандидатов наук (№ МК-916.2009.2), гранта НИТУ "МИСиС" № 3400022 и Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 гг.

## 1. Введение

Ранее нами был предложен механизм генерации терагерцевого излучения, основанный на переходах между уровнями Ландау различных подзон в резонанснотуннельных структурах из квантовых ям в квантующем магнитном поле, позволяющий осуществлять непрерывную перестройку частоты излучения в широком диапазоне за счет вариации магнитного поля, приложенного к структуре [1]. Было показано, что в случае, когда межподзонное расстояние меньше энергии оптического фонона, в широком диапазоне магнитных полей скорость рассеяния с основного (нулевого) уровня Ландау вышележащей подзоны, определяемая интенсивностью межподзонного рассеяния, существенно ниже, чем скорость рассеяния с первого уровня Ландау первой подзоны, что приводит к возможности получения инверсии соответствующего перехода при резонансно-туннельной накачке верхней подзоны и генерации вынужденного терагерцевого излучения, частота которого может перестраиваться в соответствии с соотношением

$$\hbar\omega = \Delta E_{1\nu} - \hbar\omega_c, \qquad (1)$$

где  $\Delta E_{1\nu}$  — разность энергий подзон, а  $\omega_c$  — циклотронная частота.

Этот результат был получен в предположении, что основным механизмом рассеяния, определяющим населенность уровней Ландау в рассматриваемой системе,

является электрон-электронное (двухчастичное) рассеяние. Это обстоятельство не совсем обычно для лазерных систем, поскольку интенсивности рассеяния в этом случае нелинейным (квадратичным) образом зависят от концентрации электронов на исходных уровнях, что приводит к необходимости при рассмотрении кинетики переходов и расчете населенностей уровней решать задачу самосогласованным образом (поскольку времена электрон-электронного рассеяния сами зависят от населенности уровней). В настоящей работе эта задача решена, приводятся результаты численного расчета концентраций электронов на уровнях Ландау в зависимости от интенсивности туннельной накачки, степени легирования структур и напряженности магнитного поля, которые продемонстрировали наличие инверсии для упомянутых выше переходов в широком диапазоне магнитных полей.

Кроме того, в настоящей работе учтен вклад в населенность уровней одноэлектронных процессов рассеяния (на акустических фононах и шероховатостях интерфейса), которыми в [1] пренебрегалось. Действительно, эти процессы, будучи упругими или квазиупругими, существенно подавлены в системе дискретных уровней Ландау в квантовых ямах, однако при таких значениях напряженности магнитного поля, когда уровни Ландау рассматриваемых подзон приближаются к резонансу, их интенсивность может существенно возрасти и быть сопоставимой с интенсивностью электрон-электронного рассеяния.

В заключительной части работы рассмотрен вопрос о способах преодоления запрета на рассматриваемые оптические переходы между уровнями Ландау, имеющего место при строго перпендикулярной слоям ориентации магнитного поля. В этом случае дипольный матричный элемент данного перехода равен нулю, причем при любой поляризации. В работе [1] было предложено для нарушения этого запрета вводить дополнительную компоненту магнитного поля, параллельную слоям структуры, т.е. наклонять магнитное поле по отношению к слоям. В настоящей работе мы показали, что эффект можно существенно усилить, введя асимметричный потенциал вдоль оси роста структуры, достигнув при этом достаточно высоких значений дипольного матричного элемента.

#### 2. Модель

Будем рассматривать кинетику электронов при последовательном резонансном туннелировании в периодических структурах из квантовых ям в GaAs/AlGaAs в квантующем магнитном поле  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_{z}$ , перпендикулярном слоям структуры. Пусть напряженность приложенного электрического поля соответствует туннельному резонансу между первой подзоной предыдущей ямы и второй подзоной следующей ямы. Тогда населенности уровней *n<sub>mvl</sub>* (*m* — номер квантовой ямы, *v* — номер подзоны, *l* — номер уровня Ландау в подзоне) можно определить из решения следующей системы балансных уравнений:

$$\frac{dn_{m,2,l}}{dt} = \frac{n_{(m-1),1,l}}{\tau_{\text{tun}}} + \sum_{l'} W_{m2l',m2l} + \sum_{l'} W_{m1l',m2l} - \sum_{l'} W_{m2l,m2l'} - \sum_{l'} W_{m2l,m1l'},$$

$$\frac{dn_{m,1,l}}{dt} = -\frac{n_{m,1,l}}{\tau_{\text{tun}}} + \sum_{l'} W_{m2l',m1l} + \sum_{l'} W_{m1l',m1l} - \sum_{l'} W_{m1l,m2l'} - \sum_{l'} W_{m1l,m1l'},$$
(2)

 $\frac{1}{l'}$ 

где  $W_{m\nu,m\nu'l'}$  — интенсивность обусловленных рассеянием переходов с уровня Ландау (v, l) на уровень Ландау  $(\nu', l'), \tau_{tun}$  — время туннелирования между соседними ямами. Здесь первый член в правой части первого уравнения соответствует приходу электронов за счет туннелирования из предыдущей ямы, а первый член в правой части второго уравнения — уходу электронов за счет туннелирования в следующую яму. Межъямным рассеянием будем пренебрегать. Предполагая, что все ямы в структуре одинаковы и, соответственно, в стационарном режиме населенности соответствующих уровней в каждой из ям будут одни и те же, систему

уравнений (2) можно "замкнуть" на одну яму и переписать в виде

$$\frac{dn_{2,l}}{dt} = \frac{n_{1,l}}{\tau_{tun}} + \sum_{l'} W_{2l',2l} + \sum_{l'} W_{1l',2l} 
- \sum_{l'} W_{2l,2l'} - \sum_{l'} W_{2l,1l'}, 
\frac{dn_{1,l}}{dt} = -\frac{n_{1,l}}{\tau_{tun}} + \sum_{l'} W_{2l',1l} + \sum_{l'} W_{1l',1l} 
- \sum_{l'} W_{1l,2l'} - \sum_{l'} W_{1l,1l'},$$
(3)

убрав отовсюду индекс т.

Поскольку рассматриваемые процессы рассеяния не приводят к изменению суммарной энергии всех электронов, релаксация энергии в рассматриваемой системе уровней Ландау осуществляется за счет испускания оптических фононов электронами, достигшими уровней Ландау, лежащих выше энергии оптического фонона. Поэтому предполагая, что время рассеяния с испусканием оптических фононов существенно короче, чем времена рассеяния для всех остальных рассматриваемых механизмов, при решении системы (3) будем пренебрегать населенностью уровней Ландау, лежащих выше энергии оптического фонона, ограничиваясь только рассмотрением переходов между уровнями с энергией, меньшей оптического фонона.

Матрицы интенсивностей рассеяния рассчитывались с учетом как электрон-электронного рассеяния, так и рассеяния на акустических фононах (квазиупругое рассеяние) и на шероховатостях интерфейса (упругое рассеяние)

$$W_{\nu l,\nu' l'} = W_{\nu l,\nu' l'}^{e-e} + W_{\nu l,\nu' l'}^{ac} + W_{\nu l,\nu' l'}^{rough}.$$
 (4)

Уровни энергии  $E_{(v,l)}$  и волновые функции  $\psi_{(v,l),k}(\mathbf{r})$ одноэлектронных состояний вычислялись в приближении эффективной массы формализма огибающих функций. Как показали расчеты, в рассматриваемом случае широких квантовых ям эффекты непараболичности [2] для представляющих интерес уровней Ландау, лежащих ниже энергии оптического фонона, проявляются несущественно. Поэтому указанными эффектами можно пренебречь и использовать выражения [3]

$$E_{(\nu,l)} = \varepsilon_{\nu} + \hbar \omega_c (l+1/2), \tag{5}$$

$$\psi_{(\nu,l),k}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(ikx)}{\sqrt{L}} \Phi_l(y - k\beta^2) \varphi_{\nu}(z), \qquad (6)$$

где  $\Phi_l(y)$  — волновая функция *l*-го стационарного состояния (l = 0, 1, 2, ...) линейного гармонического осциллятора с циклотронной частотой,  $\beta = \sqrt{\hbar c/eB}$  магнитная длина,  $\varepsilon_{\nu}$  и  $\varphi_{\nu}(z)$  —  $\nu$ -й уровень энергии размерного квантования и отвечающая ему волновая функция.

Скорости рассеяния вычислялись с помощью правила Ферми. Плотность одноэлектронных состояний аппроксимировалась лоренцианом

$$\rho_{(\nu,l)k}(E) = F(E - E_{(\nu,l)}; \Gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(E - E_{(\nu,l)})^2 + \Gamma^2}$$
(7)

с типичной для таких структур полушириной уровня Ландау  $\Gamma = 0.5$  meV.

Вклад в плотность потока электронов с уровня Ландау  $i \equiv (v_i, l_i)$ , обусловленный процессами электронэлектронного рассеяния  $(i, j) \rightarrow (g, f)$ , определяется выражением [1]

$$j_{(i,j)\to(f,g)}^{e\text{-}e} = \frac{n_i}{\tau_{(i,j)\to(f,g)}^{e\text{-}e}},$$
(8)

где

$$\frac{1}{\tau_{(i,j)\to(f,g)}^{e\cdot e}} = \frac{2}{L^2 \alpha} \sum_{k_i} \frac{1}{\tilde{\tau}_{(i,j)\to(f,g)}^{e\cdot e}(k_i)}$$
(9)

— интегральная скорость перехода  $(i, j) \rightarrow (f, g)$ ,

$$\frac{1}{\tilde{\tau}_{(i,j)\to(f,g)}^{e-e}(k_i)} = \frac{4\pi}{\hbar} \sum_{k_j,k_f,k_g} |V_{(i,j)(f,g)}(k_i,k_j,k_f,k_g)|^2 \\ \times \frac{n_j}{\alpha} \left[1 - \frac{n_f}{\alpha}\right] \left[1 - \frac{n_g}{\alpha}\right] F(E_i + E_j - E_f - E_g; \Gamma_{\Sigma} = 4\Gamma)$$
(10)

— скорость перехода из начального состояния, содержащего электрон в одночастичном состоянии уровня Ландау *i* с волновым вектором  $k_i$  и электрон на уровне Ландау *j*, в конечное состояние, содержащее электроны на уровнях Ландау *f* и *g*,  $\alpha = 1/\pi\beta^2 = eB/\pi\hbar c$  кратность вырождения уровня Ландау,

$$V_{(i,j)(f,g)}(k_i, k_j, k_f, k_g)$$
  
=  $\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \psi_{f,k_f}^*(\mathbf{r}_1) \psi_{i,k_i}(\mathbf{r}_1) \frac{e^2}{\varepsilon_s \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2} \psi_{g,k_g}^*(\mathbf{r}_2) \psi_{j,k_j}(\mathbf{r}_2)$ 

 матричный элемент электрон-электронного взаимодействия.

Расчет времени рассеяния на шероховатости гетерограниц осуществляется в модели случайной поверхности [4]. Интенсивность рассеяния  $i \to f$  на гетерогранице  $z = z_m$  определяется как

$$W_{i,j}^{\text{rough}} = \frac{n_i}{\tau_{i \to f}^{\text{rough}}},\tag{11}$$

где скорость рассеяния дается выражением

$$\frac{1}{\tau_{i \to f}^{\text{rough}}} = \frac{2}{L^2 \alpha} \sum_{k_i, k_f} \frac{2\pi}{\hbar} \langle |H_{i, f}^{\text{rough}}(k_i, k_f)|^2 \rangle_{\text{rough}}$$
$$\times F(E_i - E_f; \Gamma_{\Sigma} = 2\Gamma) \left[ 1 - \frac{n_f}{\alpha} \right], \qquad (12)$$

$$H_{i,f}^{\text{rough}}(k_i, k_f) = \int d\mathbf{r} dz \psi_{f,k_f}^*(\mathbf{r}, z) V_{\text{rough}}(\mathbf{r}, z) \psi_{i,k_i}(\mathbf{r}_1).$$
(13)

Здесь  $V_{\text{rough}}(\mathbf{r}, z) = U_0\xi(\mathbf{r})\delta(z - z_m)$  — дополнительный потенциал, обусловленный отклонением  $\xi(\mathbf{r})$  гетерограницы от плоскости,  $U_0$  — высота барьера. Следуя [5], при проведении усреднения по гетерогранице мы используем гауссову автокорреляционную функцию

$$\left\langle \xi(\mathbf{r}_1)\xi(\mathbf{r}_2)\right\rangle_{\text{rough}} = \Delta^2 \exp\left\{-\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^2}{\lambda^2}\right\}.$$
 (14)

Мы учитываем рассеяние электронов на продольных акустических фононах в приближении деформационного потенциала, рассматривая изотропные акустические ветви  $\omega(\mathbf{q}) = c_s q \ (c_s - cкорость звука)$ . При низких температурах скорость рассеяния с уровня Ландау *i* на уровень Ландау *f* с испусканием продольных акустических фононов определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_{i \to f}^{\rm ac}} = \frac{2}{L^2 \alpha} \sum_{k_i, k_f, \mathbf{q}} \frac{2\pi}{\hbar} |H_{i,f}^{\rm ac}(k_i, k_f, \mathbf{q})|^2 \times F\left(E_i - E_f - \hbar\omega(q); \Gamma_{\Sigma} = 2\Gamma\right) \left[1 - \frac{n_f}{\alpha}\right], \quad (15)$$

где матричный элемент

$$H_{i,f}^{\mathrm{ac}}(k_i, k_f, \mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \psi_{j,k_f}^*(\mathbf{r}) \hat{H}^{\mathrm{ac}} \psi_{i,k_i}(\mathbf{r}) \qquad (16)$$

вычисляется для гамильтониана электрон-фононного взаимодействия [6]

$$\hat{H}^{\rm ac} = g\sqrt{n(\mathbf{q}) + 1} \cdot \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \approx g \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}),$$
 (17)

$$g^2 = \frac{1}{V} \frac{D^2}{2\rho c_s^2} \hbar \omega(\mathbf{q}), \qquad (18)$$

D — деформационный потенциал,  $\rho$  — плотность материала.

### 3. Результаты и их обсуждение

На рис. 1 приведены зависимости от магнитного поля обратных времен рассеяния электронов, находящихся на уровне (2,0), на акустических фононах и шероховатостях интерфейса. Видно, что при приближении уровня Ландау (2,0) к резонансу с уровнем (1,2) нижней подзоны интенсивности обоих процессов резко возрастают, обнаруживая резонансный пик при B = 6.06 T, при этом времена рассеяния в окрестности пика достаточно малы, достигают величин 40–100 рs, что вполне сопоставимо с временами электрон-электронного рассеяния, приведенными в [1].

На рис. 2 показаны зависимости концентраций электронов на верхнем (2,0) и нижнем (1,1) уровнях Ландау, рассчитанные для двух различных концентраций легирующей примеси. Расчеты проводились как с учетом



**Рис. 1.** Рассчитанные времена рассеяния электронов, находящихся на уровне (2,0), на шероховатостях интерфейса (*I*) и акустических фононах (*2*) в области магнитных полей, соответствующих резонансу уровней (2,0) и (1,2). Параметры гауссовой автокорреляции интерфейса  $\lambda = 60$  Å,  $\Delta = 15$  Å. T = 4.2 K.



**Рис. 2.** Рассчитанные населенности уровней (2,0) и (1,1) без учета (*I*) (пунктирная кривая) и с учетом (*2*) одноэлектронных процессов рассеяния. Концентрация доноров  $N_d = 1 \cdot 10^{10}$  (*a*) и  $8 \cdot 10^{10}$  cm<sup>-2</sup> (*b*). Время туннелирования  $\tau_{tun} = 1$  ns.

только электрон-электронного рассеяния, так и с включением в рассмотрение процессов одноэлектронного рассеяния на акустических фононах и на шероховатостях интерфейса. Соответствующие кривые для обоих случаев приведены на рис. 2, *a* и *b*. Видно прежде всего, что практически во всем интервале магнитных полей B = 4 - 11 Т населенность верхнего уровня (2,0) существенно превышает населенность нижнего уровня (1,1), что открывает возможность плавной перестройки частоты излучения в весьма широком диапазоне.

Видно также, что учет одноэлектронных процессов приводит к некоторому снижению населенности верхнего (2,0) уровня, но не приводит к исчезновению инверсии. В целом полученный эффект от учета одноэлектронных процессов рассеяния не столь велик, как можно было бы ожидать исходя из сопоставления соответствующих времен рассеяния. Вызвано это, как упоминалось выше, квадратичной зависимостью интенсивности электрон-электронного рассеяния от концентрации электронов в начальном состоянии. Это подтверждается и данными, приведенными на рис. 2, b. При увеличении степени легирования, т.е. при повышении концентрации электронов в яме, интенсивности электронэлектронного рассеяния возрастают быстрее, чем интенсивности одноэлектронных процессов. Как видно из сопоставления приведенных на рис. 2, b кривых, роль последних существенно ослабевает, т.е. при достаточно высоких уровнях легирования электрон-электронное рассеяние является доминирующим механизмом, определяющим распределение электронов по уровням Ландау и приводящим к инверсии населенностей.

Дипольный матричный элемент переходов между уровнями Ландау. Основной проблемой, возникающей на пути реализации предложенного механизма генерации, является то обстоятельство, что рассматриваемый переход (2, 0)  $\rightarrow$  (1, 1) оптически запрещен в случае магнитного поля, перпендикулярного слоям структуры. Действительно, в этом случае переменные в уравнении Шредингера разделяются, волновые функции имеют вид (6), и, как легко видеть, из-за ортогональности волновых функций размерного квантования  $\langle \phi_{\nu_1} | \phi_{\nu_2} \rangle = \delta_{\nu_1,\nu_2}$  и волновых функций осциллятора  $\langle \Phi_{l_1} | \Phi_{l_2} \rangle = \delta_{l_1,l_2}$  дипольный матричный элемент

$$\mathbf{D}_{(2,0)\to(1,1)} = \langle \psi_{(2,0),k} | \mathbf{r} | \psi_{(1,1),k} \rangle$$
(19)

интересующего нас перехода  $(2, 0) \rightarrow (1, 1)$  равен нулю при любой поляризации.

Для снятия запрета на данный оптический переход мы предлагаем использовать эффект смешивания размерного и магнитного квантования [7], возникающий в случае, когда к структуре приложено дополнительное магнитное поле, параллельное ее слоям, т.е. когда магнитное поле наклонено к плоскости слоев структуры.

В наклонном магнитном поле  $\mathbf{B} = B_{\parallel} \mathbf{e}_y + B_{\perp} \mathbf{e}_z$  (где z — ось роста структуры) волновая функция стационарного состояния электрона в приближении эффективной

2043

массы формализма огибающих функций дается в калибровке Ландау  $\mathbf{A} = (B_{\parallel z} - B_{\perp y})\mathbf{e}_x$  выражением [8]

$$\psi(x, y, z) = \frac{\exp(ikx)}{\sqrt{L}} f(y - \beta_{\perp}^2 k, z), \qquad (20)$$

где компоненты f(y, z) волновой функции в плоскости слоев определяются двумерным уравнением Шредингера  $H_{2D}f(y, z) = Ef(y, z)$  с гамильтонианом

$$H_{\rm 2D} = H_\perp + H_{\rm tilt},\tag{21}$$

где

$$H_{\perp} = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + V_{\rm QW}(z) -\frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{y^2}{\beta_{\perp}^4}$$
(22)

— оператор Гамильтона в случае магнитного поля  $\mathbf{B} = B_{\perp} \mathbf{e}_z$ , перпендикулярного слоям,

$$H_{\text{tilt}} = \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{z^2}{\beta_{\parallel}^4} - \frac{\hbar^2}{m(z)\beta_{\perp}^2\beta_{\parallel}^2} yz.$$
(23)

Здесь  $V_{QW}(z)$  — потенциальный профиль структуры вдоль оси роста,

$$m(z) = egin{cases} m_w, & z \in ext{яме} \ m_b, & z \in ext{барьеру} \end{cases}$$

— эффективная масса,  $\beta_{\perp} = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB_{\perp}}}$  и  $\beta_{\parallel} = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB_{\parallel}}}$  — магнитные длины поперечной  $(B_{\perp})$  и продольной  $(B_{\parallel})$  компонент магнитного поля, L — поперечный размер структуры.

Наклонное магнитное поле приводит к появлению в гамильтониане члена

$$H_{\rm mix} = -\frac{\hbar^2}{m(z)} \frac{yz}{\beta_{\parallel}^2 \beta_{\perp}^2},\tag{24}$$

который определяется обеими компонентами магнитного поля и смешанным образом зависит от координат у и z. В результате переменные в уравнении Шредингера перестают разделяться. Как следствие, возникает связь между размерным и магнитным квантованием. Это будет приводить к снятию запрета на рассматриваемый оптический переход, подобно тому как наклонное магнитное поле нарушает правило отбора  $\Delta n = 0$  для резонансно-туннельных переходов между уровнями Ландау в туннельно-связанных квантовых ямах [8–14].

Оценим дипольный матричный элемент в случае, когда матричный элемент вклада (23) между состояниями (6) первой и второй подзон существенно меньше расстояния между ними. Такая ситуация имеет место в представляющем интерес диапазоне магнитных полей, когда  $\hbar\omega_c < \Delta E_{12}$ . В этом случае вовлеченная "в игру" часть одноэлектронного спектра существенно не искажается, и основной эффект  $B_{\parallel}$  заключается в том, что в волновой функции (6) центр линейного гармонического осциллятора сдвигается на величину  $\frac{\beta_{\perp}^2}{\beta_{\parallel}^2} \langle z \rangle_{\nu}$  [11], где  $\langle z \rangle_{\nu} = \int dz |\varphi_{\nu}(z)|^2 z - \langle z \rangle_{\nu}$  — среднее значение координаты вдоль оси роста в состоянии  $\nu$ -й подзоны:

$$f_{(\nu,n)}(y,z) = \varphi_{\nu}(z)\Phi_n\left(y - \frac{\beta_{\perp}^2}{\beta_{\parallel}^2}z_{\nu}\right).$$
(25)

Подставляя волновые функции (25) в выражение (19) для дипольного матричного элемента рассматриваемого перехода  $(2, 0) \rightarrow (1, 1)$ , получаем для квадрата его модуля

$$|\mathbf{D}_{(2,0)\to(1,1)}|^{2} = \left\langle \frac{\exp(ik_{1}x)}{\sqrt{L}} f_{(2,0)}(y - \beta_{\perp}^{2}k_{1}, z) |\mathbf{r}| \right.$$
$$\left. \times \frac{\exp(ik_{1}x)}{\sqrt{L}} f_{(1,1)}(y - \beta_{\perp}^{2}k_{1}, z) \right\rangle$$
$$= \delta_{k_{1},k_{2}} |\langle \varphi_{2}(z) | z | \varphi_{1}(z) \rangle | G(\xi), \qquad (26)$$

гле

$$G(\xi) = \xi^2 / 2 \cdot \exp(-\xi^2 / 2),$$
 (27)

$$\xi = \left[ \langle z \rangle_2 - \langle z \rangle_1 \right] \frac{\beta_\perp}{\beta_\parallel^2}.$$
 (28)

Из полученного выражения непосредственно видно, что дипольный матричный элемент становится отличным от нуля в случае, когда различаются средние координаты  $\langle z \rangle_1 \langle z \rangle_2$ .

Если потенциал квантовой ямы  $V_{\rm QW}(z)$  является симметричным, волновые функции  $\varphi_{\nu}(z)$  подзон являются либо четными, либо нечетными относительно точки его симметрии. Вследствие этого средние координаты  $\langle z \rangle_{\nu}$  одинаковы для всех подзон, и матричный элемент остается близким к нулю даже в случае наклонного магнитного поля.

Таким образом, для эффективного нарушения запрета на рассматриваемый оптический переход недостаточно только наклона магнитного поля. Необходимо также обеспечить асимметрию потенциала структуры в направлении оси ее роста.

Безусловно, в рассматриваемой системе асимметрия потенциала вносится электрическим полем, приложенным вдоль оси роста структуры и обеспечивающим туннельный резонанс между подзонами соседних ям. В работе [1] было показано, что асимметрия, вносимая электрическим полем, действительно, приводит к тому, что дипольный матричный элемент становится отличным от нуля. Однако поскольку напряженность электрического поля фиксирована условием резонанса, обеспечить только с его помощью достаточно высокие значения матричного элемента перехода не удается.

Более эффективным является использование асимметричных конструкций непосредственно самих элементов резонансно-туннельных структур, т.е. вместо



**Рис. 3.** Предлагаемая конструкция отдельного активного элемента периодической каскадной резонансно-туннельной структуры GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As и рассчитанные волновые функции первой и второй подзон (*a*), зависимости разности энергий (*b*) и средних координат  $\langle z \rangle_{\nu}$  (*c*) для первой и второй подзон от ширины  $a_R$  узкой ямы и рассчитанная завивимость квадрата дипольного матричного элемента  $|\mathbf{D}_{(2,0)\to(1,1)}|^2$  для переходов (2, 0)  $\rightarrow$  (1, 1) в случае двойной квантовой ямы от ширины  $a_R$  узкой ямы (*d*). Ширина широкой ямы  $a_L = 250$  nm, ширина промежуточного барьера b = 20 nm,  $B_{\parallel} = B_{\perp} = 5$  T.

периодической структуры из симметричных квантовых ям предлагается использовать периодические структуры из исходно несимметричных элементов.

В качестве одного из возможных решений мы рассмотрели структуры с периодом, состоящим из двух туннельно-связанных квантовых ям различной ширины (рис. 3). В этих структурах эффект достигается за счет того, что волновая функция первой подзоны локализуется в основном в более широкой квантовой яме, тогда как волновая функция второй подзоны смещается в более узкую квантовую яму. На рис. 3, *d* приведена зависимость квадрата модуля дипольного матричного элемента  $|\mathbf{D}_{(2,0)\to(1,1)}|^2$  от ширины  $a_R$  более узкой квантовой ямы. Видно, что эта зависимость характеризуется ярко выраженным максимумом при  $a_R = 110 \text{ nm}$  и величина  $|\mathbf{D}_{(2,0)\to(1,1)}|^2$  в максимуме существенно выше, чем достигнутая ранее при приложении к симметричной структуре электрического поля (см. для сравнения рис. 4 в [1]).

Безусловно, данная структура является лишь примером, иллюстрирующим общий подход к проблеме снятия запрета на оптический переход между инвертированными уровнями Ландау. Для оптимизации конструкции излучающих структур необходимо проведение более детального моделирования, включая расчеты вероятности туннельных переходов и коэффициента оптического усиления.

# 4. Заключение

Предложен и теоретически обоснован механизм создания инверсии населенности в системе уровней Ландау в резонансно-туннельных каскадных структурах из квантовых ям. Показано, что инверсия населенностей имеет место в широком диапазоне магнитных полей, что позволяет осуществлять широкополосную непрерывную перестройку частоты терагерцевого излучения. Предложен эффективный способ преодоления запрета оптических переходов между инвертированными уровнями Ландау и достижения существенных значений дипольного матричного элемента для этих переходов.

# Список литературы

- М.П. Теленков, Ю.А. Митягин, П.Ф. Карцев. Письма в ЖЭТФ 92, 6, 444 (2010).
- [2] U. Ekenberg. Phys. Rev. B 40, 7714 (1989).
- [3] S. Živanović, V. Milanović, Z. Ikonić. Rev. B 52, 8305 (1995).
- [4] A. Wacker. In: Theory of transport properties of semiconductor nanostructures / Ed. E. Schöll. Champman and Hall, London (1998).
- [5] A. Leuliet, A. Vasanelli, A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, G. Bastard, C. Sirtori. Phys. Rev. B 73, 085 311 (2006).
- [6] R. Ferreira, G. Bastard. Phys. Rev. B 40, 1074 (1989).
- [7] М.П. Теленков, Ю.А. Митягин. ФТП 40, 5, 597 (2006).
- [8] F. Stern, W.E. Howard. Phys. Rev. 163, 816 (1967)
- [9] M.L. Leadbeater, F.W. Sheard, L. Eaves. Semicond. Sci. Technol. 6, 1021 (1991).
- [10] Y.G. Gobato, J.M. Berrior, Y. Guldner, Y. Guldner, J.P. Vieren, F. Cgevior, B. Vinter. Phys. Rev. B 44, 13 795 (1991).
- [11] J. Hu, A.H. McDonald. Phys. Rev. B 46, 12554 (1992).
- [12] Y.G. Gobato, J.M. Berrior, Y. Guldner, G. Gobato, J.M. Berrior, Y. Guldner, J.P. Vieren, F. Chevoir, B. Vinter. J. Phys.: Cond. Matter 5, A365 (1993).
- [13] S.K. Lyo. Phys. Rev. B 57, 9114 (1998).
- [14] М.П. Теленков, Ю.А. Митягин. ЖЭТФ 130, 3, 491 (2006).