

09

Хаотизация колебаний неавтономной жестко возбуждаемой системы с запаздыванием

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН (Фрязинский филиал),
Фрязино (Моск. обл.)
E-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

Поступило в Редакцию 3 июля 2007 г.

Рассмотрена система с запаздыванием, обладающая характеристикой, при которой возможно лишь жесткое возбуждение колебаний. Приведены результаты численного анализа стимулирования хаоса внешним гармоническим сигналом, когда при возбуждении системы за счет одиночного толчка реализуются лишь регулярные движения. Рассмотрен механизм хаотизации колебаний.

PACS: 05.45.-a

Автоколебательные системы с запаздыванием при существовании падающего участка амплитудной характеристики обладают, как правило, хаотической динамикой и могут использоваться для скрытой передачи информации [1]. Однако в них при определенных параметрах возникают регулярные режимы колебаний, и даже при хаотических режимах амплитудная характеристика системы может быть восстановлена по реализации колебательного процесса [2]. В связи с этим представляют интерес исследования способов управления колебаниями систем с запаздыванием. В данной работе рассматривается возможность принудительной хаотизации колебаний жестко возбуждаемой системы с запаздыванием при параметрах, при которых „автономно“ существуют лишь регулярные движения.

В качестве исходной автоколебательной системы с запаздывающим аргументом используем широко известное нелинейное дифференциально-разностное уравнение первого порядка, имеющее вид

$$\delta dx/dt + x = F(x_\tau), \quad (1)$$

где $x = x(t)$, $x_\tau = x(t - \tau)$, τ — время запаздывания, δ — параметр инерционности, $F(x_\tau)$ — нелинейная функция.

Уравнение (1) использовалось в различных областях науки и техники. Например, в работе [3] оно получено при описании кроветворения у человека, а в работе [4] — при исследовании процессов в оптическом резонаторе. В уже упоминавшихся работах [1,2] именно оно рассматривалось применительно к скрытой передаче информации. В работе [5] уравнение (1) использовалось для доказательства существования порога синхронизации в неавтономных хаотических системах. Во всех случаях нелинейность аппроксимировалась функциями, обеспечивающими мягкое самовозбуждение.

При моделировании автоколебательных систем с помощью уравнения (1) удобно аппроксимировать входящую в него нелинейность соотношением

$$F(x_\tau) = Bx_\tau^m \exp(-x_\tau^n), \quad (2)$$

где B , m , n — постоянные коэффициенты. Это выражение при $m = 1$, $n = 2$, когда оно преобразуется в функцию рэлеевского типа, использовалось при описании процессов в различных генераторах хаоса с мягким самовозбуждением [6]. При $m = 3$, $n = 2$ формула (2) определяет характеристику, обеспечивающую в системе (1) жесткое возбуждение колебаний.

Численный анализ системы (1), (2) показывает, что в зависимости от знака начальных условий значения $x(t)$ как при регулярных, так и при хаотических режимах являются либо только положительными, либо отрицательными. Аналогичные процессы имеют место при нулевых начальных условиях, когда возбуждение колебаний происходит от единичного толчка (положительного или отрицательного), вводимого в правую часть уравнения (1). Такое поведение системы удобно рассматривать с позиций существования двух неперекрывающихся между собой бассейнов притяжения (положительного (P^+) и отрицательного (P^-)), формируемых благодаря наличию положительной и отрицательной частей амплитудной характеристики. Это делает рассматриваемую систему подобной искусственно сконструированным моделям [7], так как на практике отрицательная часть характеристики не реализуется. В то же время численный анализ модели, в которой наряду с положительной частью характеристики используется отрицательная ее часть, отражая новизну подхода, представляет значительный интерес. Он иллюстрирует новые возможности управления колебаниями системы (1), в том числе и их хаотизации за счет переходных процессов, путем создания условий для переключения движений между своеобразными бассейнами

притяжения. Переключение движений может быть осуществлено путем попеременного изменения начальных условий или, что более наглядно, с помощью внешнего сигнала, даже гармонического, при нулевых начальных условиях. Наиболее четко это проявляется при характеристике, обеспечивающей жесткое возбуждение автоколебаний.

Отдавая предпочтение возбуждению системы с запаздыванием за счет внешнего сигнала f и ограничивая рассмотрение процессов в генераторе в случае $m = 3$, $n = 2$, представим исследуемую систему в виде

$$\delta dx/dt + x = Bx^3 \exp(-x^2) + f. \quad (3)$$

Численный анализ проводился методом Рунге–Кутты четвертого порядка при шаге интегрирования по времени t , равном 0.04. Неизменяемые параметры $\delta = 1$, $\tau = 7$. Внешний сигнал выбирался либо в виде единичного толчка (для обеспечения возбуждения колебаний в одном из двух бассейнов притяжения), либо в виде гармонической функции (для переключения движений и перехода к хаосу). При жестком возбуждении за счет единичного толчка функция внешнего воздействия задавалась равной $f = 0.8$ или $f = -0.8$. При воздействии гармонического сигнала, когда $f = f(t) = D \cos(\omega_s t)$, амплитуда и частота внешних колебаний выбирались так, что $D = 0.8$, $\omega_s = 0.6$.

На рис. 1 приведены бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$, обозначенных через $[x]$, при адиабатическом увеличении параметра B , определяющего величину коэффициента усиления. Кривые рис. 1, a , соответствующие значениям $[x] > 0$, получены при положительном единичном толчке, а кривые, соответствующие значениям $[x] < 0$, — при отрицательном. Бифуркационная диаграмма, представленная на рис. 1, b , рассчитана при воздействии внешнего гармонического сигнала.

Как видно (a), при воздействии единичных толчков, в соответствии с наблюдающимся закономерным изменением разброса точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса $x(t)$, возбуждаются регулярные колебания с положительными или отрицательными значениями $[x]$. Совершенно иначе ведет себя автоколебательная система при возбуждении гармоническим сигналом (b): при $B > 5$ наблюдается нерегулярный разброс точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса, что свидетельствует о хаотическом характере колебаний.

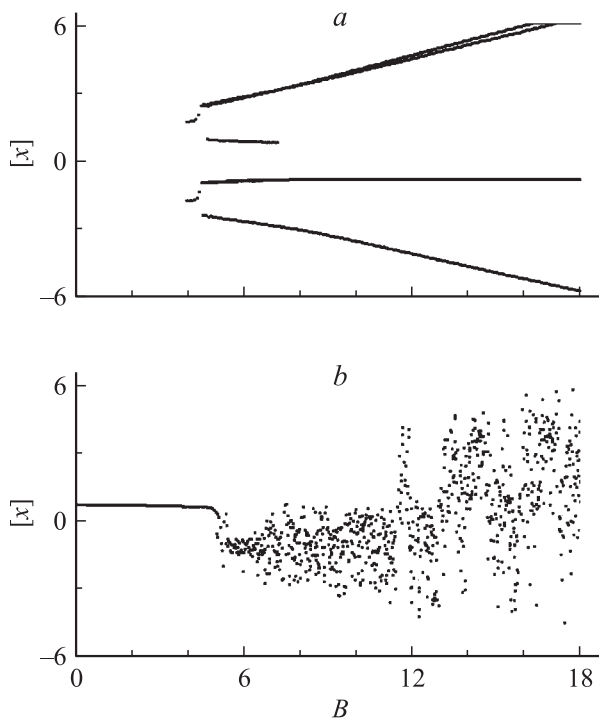


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$ в зависимости от параметра усиления: a — $[x] > 0$ при $f = 0.8$ и $[x] < 0$ при $f = -0.8$; b — $f = f(t) = 0.8 \cos(0.6t)$.

На рис. 2 приведены аттракторы, рассчитанные при параметрах, соответствующих значению $B = 12$ на бифуркационных диаграммах, представленных на рис. 1, a (рис. 2, a) и рис. 1, b (рис. 2, $b-d$). При воздействии единичных толчков возбуждаются регулярные колебания, структура которых отображается предельными циклами. При этом в случае воздействия толчка с отрицательным знаком (при $f = -0.8$) предельный цикл расположен в бассейне притяжения с отрицательными значениями x , x_T (кривая 1, рис. 2, a) и, наоборот, при положительном воздействии (при $f = 0.8$) предельный цикл находится в бассейне с положительными значениями x , x_T (кривая 2, рис. 2, a).

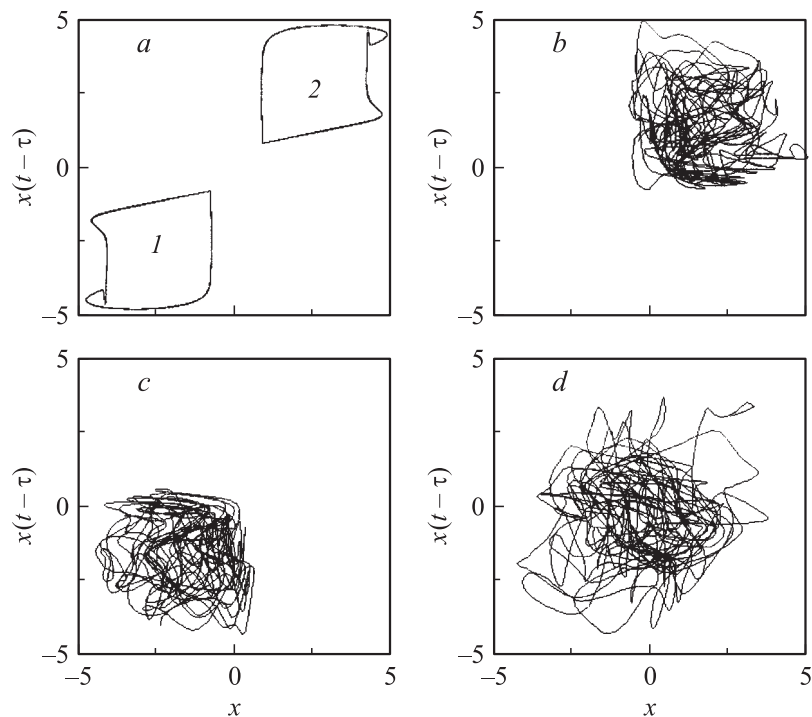


Рис. 2. Фазовые портреты при единичных толчках (а) и фрагменты хаотических аттракторов в различные интервалы времени при воздействии гармонического сигнала (b–d): а — $f < 0$ (1) и $f > 0$ (2); b — $t \in [80; 240]$; c — $t \in [560; 720]$; d — $t \in [320; 480]$.

При возбуждении гармоническим сигналом реализуются нерегулярные движения, которым соответствуют хаотические аттракторы. При этом структура колебаний отображает их переходы между двумя бассейнами притяжения. Это иллюстрируется фрагментами аттракторов, которые соответствуют колебаниям системы в различные интервалы времени (рис. 2, b–d). Так, при $t \in [80; 240]$ (b) преобладают движения в положительном бассейне притяжения, а при $t \in [560; 720]$ (c) — в отрицательном бассейне. При $t \in [320; 480]$ (d) колебания отображают переход движений из одного бассейна притяжения в другой.

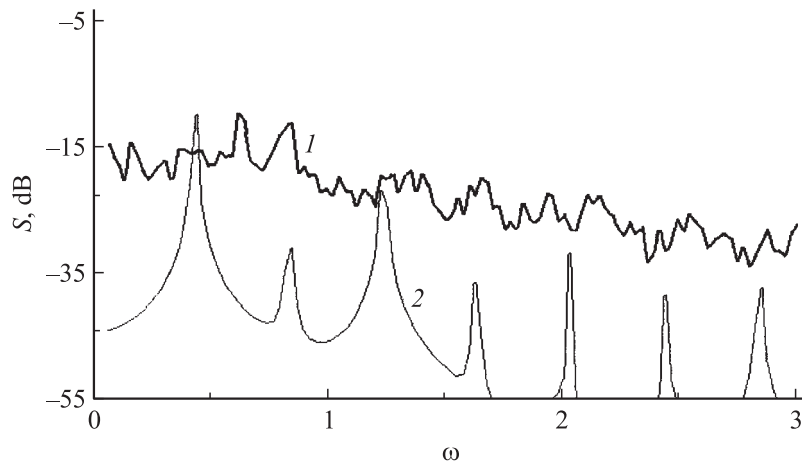


Рис. 3. Спектры мощности при хаотических (1) и регулярных (2) колебаниях.

На рис. 3 приведены характерные спектры мощности при регулярном и хаотическом режимах работы. Спектр мощности хаотических колебаний (кривая 1) рассчитан при параметрах, соответствующих значению $B = 12$ на бифуркационной диаграмме, показанной на рис. 1, *b*. Для сравнения приведен спектр мощности (кривая 2), когда $f = 0.8$; при $f = -0.8$ спектр мощности такой же.

Как видно (кривая 1), спектр мощности хаотических колебаний, являясь непрерывным, обладает малыми перепадами спектральной плотности мощности и, как и приведенные фрагменты аттракторов, свидетельствует о хорошем перемешивании фазовых траекторий.

Результаты численного анализа подтверждают представление о механизме хаотизации колебаний внешним гармоническим сигналом с позиций переходных процессов при стимулировании переходов между двумя бассейнами притяжения. Внешний сигнал изменяет условия жесткого возбуждения колебаний, а переходные процессы приводят к сбою регулярных движений, которые усложнены наличием в системе падающего участка характеристики и запаздывания. Это подтверждается также численным анализом процесса хаотизации при использовании вместо гармонического сигнала внешних импульсов. При серии положительных импульсов происходит хаотизация колебаний в бассейне

притяжения P^+ , а при серии отрицательных — в бассейне P^- . В случае воздействия сигнала в форме меандра происходят процессы хаотизации, аналогичные явлениям, наблюдающимся при воздействии гармонических колебаний.

Предложенный простой способ хаотизации колебаний с помощью внешнего гармонического сигнала позволяет осуществлять режим вынужденных хаотических колебаний в жестко возбуждаемой системе с запаздыванием при значениях параметров, при которых без периодического воздействия реализуются лишь регулярные колебания в одном из двух бассейнов притяжения. Рассмотренная хаотическая неавтономная система с запаздыванием позволяет надеяться на большую надежность при ее использовании для скрытой передачи информационных сигналов, в том числе и методом работы [1], а также при шифровании информации способом работы [8], основанным на использовании хаотических решений детерминированных уравнений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-02-00351).

Список литературы

- [1] Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 16. С. 37–43.
- [2] Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 6. С. 73–78.
- [3] Mackey M.C., Glass L. // Science. 1977. V. 197. N 4300. P. 287–289.
- [4] Ikeda K. // Opt. Commun. 1979. V. 30. N 2. P. 257–261.
- [5] Ланда П.С., Перминов С.М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 3. С. 437–439.
- [6] Дмитриев А.С., Кислов В.В. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. Гл. 1. С. 49.
- [7] Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2001. Гл. 5. С. 78.
- [8] Кальянов Г.Н., Кальянов Э.В. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 24. С. 45–50.