

09

Эффекты синхронизации генераторов хаотических колебаний в канале связи в присутствии фильтра нижних частот

© А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова

Саратовский государственный университет
E-mail: esm@cas.ssu.runnet.ru, apr0@pochta.ru

Поступило в Редакцию 31 июля 2006 г.

Исследуется влияние фильтрующих свойств канала связи на эффекты синхронизации колебаний в системе двух однонаправленно связанных автогенераторов с хаотической динамикой. Закономерности изменения амплитуды и фазы колебаний ведомой системы изучаются на основе численного моделирования и расчета дисперсии разности фаз и функции ошибки синхронизации. Влияние фильтра нижних частот на динамику ведомой системы обсуждается в контексте проблемы передачи информации с использованием генераторов хаоса.

PACS: 05.45.Pq, 05.45.Vx, 05.45.Xt.

В настоящее время в области радиофизики активно разрабатываются методы приложения такого фундаментального явления, как динамический хаос. Особенный интерес представляет системы с малым числом степеней свободы, способные демонстрировать сложные, неперiodические, шумоподобные колебания. К данному классу систем относится предложенный в начале 80-х гг. прошлого века Мацумото и Чуа радиотехнический генератор с полутора степенями свободы на базе нелинейного элемента с кусочно-линейной вольт-амперной характеристикой [1], который впоследствии получил название схемы Чуа. Данный генератор хаоса достаточно подробно и всесторонне исследован [2–5], обнаружено, что можно создавать аналоги схемы Чуа для различных частотных диапазонов: от низко- до сверхвысокочастотного диапазона [6]. Это позволяет исследовать общие фундаментальные закономерности нелинейной динамики, характерные для данной схемы, в низкочастотном диапазоне, а результаты исследований применять для генераторов СВЧ-диапазона, подробное экспериментальное исследование которых часто затруднительно. Такие генераторы можно применять для передачи

информации с помощью хаотической несущей [7]. В подобного рода приложениях практически всегда используется способность хаотических динамических систем к синхронизации. Явление синхронизации хаотических динамических систем достаточно подробно изучено [8,9]. В большинстве работ рассматривается зависимость динамики связанных систем от параметров парциальных систем, силы связи между системами, интенсивности шума в канале связи. В то же время практически отсутствуют работы, в которых учтено влияние фильтрующих свойств канала связи на динамику связанных систем, что является чрезвычайно важным, особенно в области создания систем связи. В данной работе на базе численного эксперимента рассматривается зависимость динамики двух однонаправленно связанных систем от фильтрующих свойств канала связи. В качестве парциальных систем были выбраны системы Чуа, генерирующие хаотические колебания. Предполагалось, что в канале связи присутствует RC-фильтр нижних частот первого порядка с единственным параметром — частотой среза.

На рис. 1, *a* представлена принципиальная схема однонаправленно связанных через фильтр генераторов Чуа. Пусть обе подсистемы имеют идентичные нелинейные элементы, тогда в безразмерных величинах каждая их парциальных систем может быть описана системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = \alpha_i(y_i - x_i - g(x_i)), \\ \frac{dy_i}{dt} = x_i - y_i + z_i + F_i, \\ \frac{dz_i}{dt} = -\beta_i y_i, \end{cases}$$

где x_i, y_i, z_i — переменные, описывающие состояние подсистемы; α_i, β_i — параметры, $g(\cdot)$ — функция, задающая кусочно-линейную вольт-амперную характеристику, вид которой представлен на рис. 1, *b*; $i = 1 \dots 2$ — номер подсистемы: ведущая ($i = 1$) и ведомая ($i = 2$). Величина F_i определяет взаимодействие парциальных систем, причем $F_1 = 0$, $F_2 = \varepsilon(u - y_2)$, т.е. связь однонаправленная, ε — параметр связи. Переменная u описывает состояние фильтра, динамика которого, в свою очередь, подчиняется уравнению $du/dt = \mu(y_1 - u)$, где μ — безразмерная частота среза фильтра ($\mu = 1/R_f C_f$). Ограничимся рассмотрением случая малой расстройки осцилляторов по частоте, что

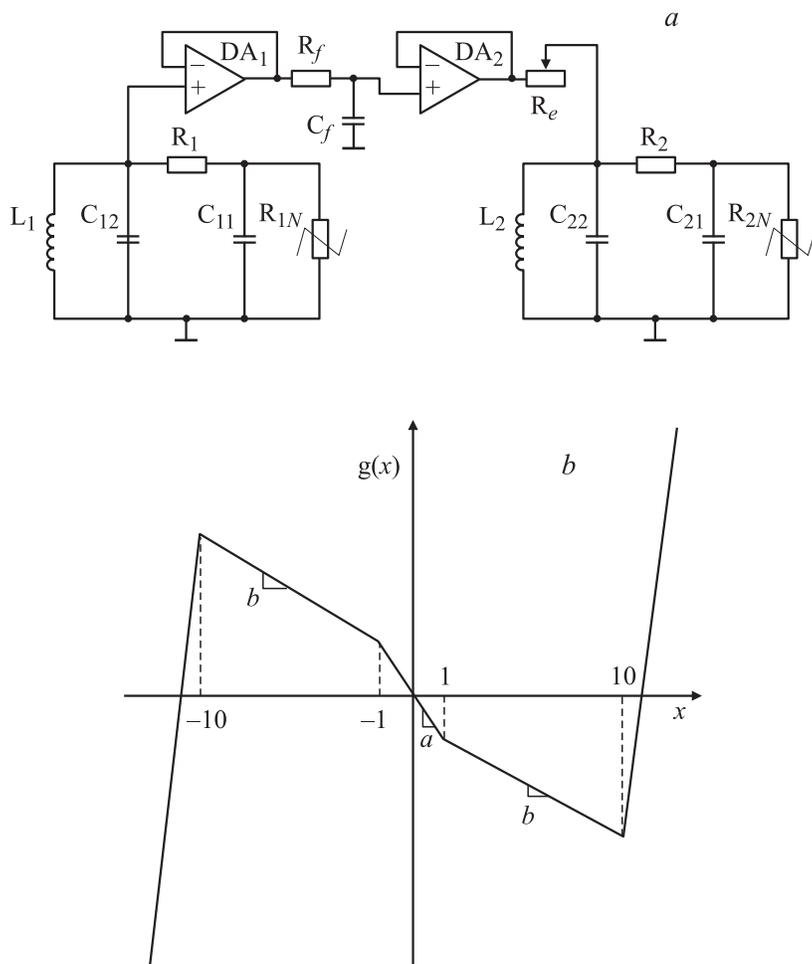


Рис. 1. Принципиальная схема двух систем Чуа, однонаправленно связанных через фильтр нижних частот первого порядка (а); график функции $g(x)$, соответствующий вольт-амперной характеристике нелинейного элемента в безразмерном виде (б).

достигается изменением параметров α_i ($\alpha_1 = 9.28$, $\alpha_2 = 9.32$). Остальные параметры генераторов идентичны и зафиксированы: $\beta_1 = \beta_2 = 16$, $a_1 = a_2 = -1.15$, $b_1 = b_2 = -0.5$. Данный набор параметров соответствует хаотическим режимам колебаний в парциальных системах, когда в фазовом пространстве реализуется ленточный хаотический аттрактор [3]. Перечисленные безразмерные переменные и параметры выражаются непосредственно через номиналы элементов схемы [4], представленной на рис. 1, *a*.

Отметим, что в данном случае неидентичность связанных систем обусловлена не только их изначальной частотной расстройкой, но и наличием фильтра в канале связи. Даже при относительно больших, но конечных значениях частоты среза фильтра его влиянием на колебания ведомой системы пренебречь нельзя. Таким образом, будем исследовать динамику связанных систем в зависимости от изменения двух важных управляющих параметров — силы связи ε и частоты среза фильтра μ .

Известно, что в однонаправленно связанных системах с малой расстройкой собственных частот возможна обобщенная синхронизация либо частотно-фазовая синхронизация [10]. Однако с практической точки зрения важны не только фазовые, но и амплитудные эффекты.

Для анализа динамики связанных систем будем использовать такие характеристики, как дисперсия разности фаз и ошибка синхронизации [3,10,11]. При наличии фазовой синхронизации дисперсия разности фаз колебаний связанных систем определена и мала по величине, если же синхронизация отсутствует, то разница фаз колебаний в среднем возрастает и дисперсию ввести нельзя. Ошибка синхронизации вычислялась в виде

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_{1j} - x_{2j})^2 + (y_{1j} - y_{2j})^2 + (z_{1j} - z_{2j})^2},$$

где x_{ij} , y_{ij} , z_{ij} — значения переменных i -й подсистемы в j -й момент времени. Она равна нулю в случае полной синхронизации и отлична от нуля в остальных случаях. Величина ρ служит мерой подобия или различия временных реализаций, генерируемых связанными системами.

На рис. 2, *a, b* представлены зависимости функции ошибки синхронизации и дисперсии разности фаз от частоты среза фильтра μ и силы связи ε для случая неидентичных, „слабо“ расстроенных по частоте хаотических генераторов. Исходя из данных рисунков видно, что диапазон

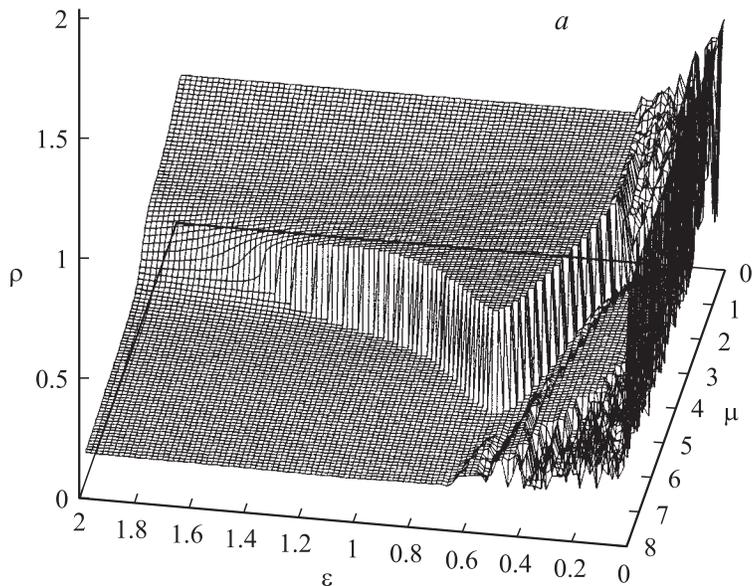


Рис. 2. Трехмерная диаграмма зависимости функции ошибки синхронизации (*a*) и диаграмма зависимости дисперсии разности фаз колебаний ведущей и ведомой подсистем (*b*) от значений параметра связи ε и частоты среза фильтра μ . Градации серого на диаграмме с рисунка (*b*) определяют величину дисперсии разности фаз согласно шкале, приведенной справа от диаграммы.

изменения ε условно можно разделить на три основных поддиапазона: малых, средних и больших значений связи ε . В первом поддиапазоне при малых ε и малых μ ошибка синхронизации ρ велика и разность фаз колебаний в среднем нарастает, т.е. синхронизация отсутствует. При увеличении частоты среза фильтра μ средняя разность фаз становится постоянной, происходит захват средней частоты колебаний.

Во втором поддиапазоне изменения параметра ε реализуется ярко выраженная ситуация мультистабильности, при которой в ведомой системе наблюдается сосуществование двух колебательных режимов: одного с амплитудой, сравнимой с амплитудой колебаний ведущей системы, и другого с малой амплитудой колебаний. При переключении

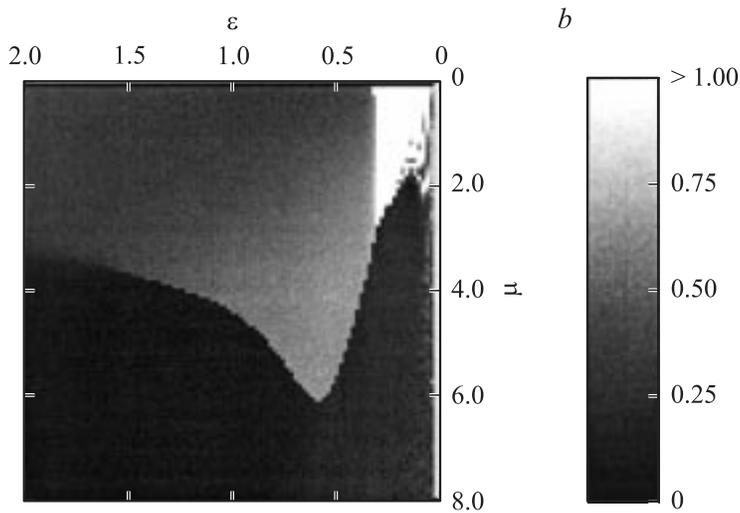


Рис. 2 (продолжение).

ведомой системы из одного режима в другой функция ошибки синхронизации испытывает скачок, хорошо заметный на рис. 2, *a*. Дисперсия разности фаз изменяется соответственно (рис. 2, *b*), а форма границы, разделяющей на плоскости „ μ – ε “ колебания с разными амплитудами, определяется только начальными условиями. Данный режим мультистабильности реализуется при превышении параметром μ некоторого порогового значения. При меньших значениях частоты среза фильтра в ведомой системе реализуется только один тип колебаний с малой амплитудой, которая стремится к нулю при уменьшении μ . Во всем этом диапазоне и в обоих режимах наблюдается синхронизация фаз колебаний.

В третьем поддиапазоне, при относительно больших значениях параметра ε описанная выше мультистабильность практически отсутствует. И при увеличении μ амплитуда колебаний ведомой системы плавно нарастает до тех пор, пока не достигнет амплитуды колебаний ведущей системы, ошибка синхронизации ρ при этом стремится к минимальному значению.

Таким образом, на примере двух однонаправленно связанных генераторов Чуа показано, что введение в канал связи фильтра нижних частот ведет к значительному усложнению динамики ведомой системы. В частности, обнаружено, что даже при частотах среза фильтра, значительно превышающих основную частоту колебаний ведомой системы, в достаточно широком диапазоне изменения силы связи в фазовом пространстве ведомой системы сосуществуют два аттрактора, характеризующихся различными амплитудами. Учет данного эффекта представляется целесообразным при построении систем передачи информации, использующих хаотические сигналы в качестве несущих.

Список литературы

- [1] *Matsumoto T., Chua L.O., Komuro M.* // IEEE Trans. Circuits. and Syst. 1985. V. CAS-32(8). P. 797–818.
- [2] *Journal of circuits, systems and computers. Special Issue on Chua's Circuit: Paradigm for Chaos.* 1993. V. 3(2).
- [3] *Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л.* Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [4] *Прохоров А.А., Мчедлова Е.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67(12). С. 1693–1696.
- [5] *Прохоров А.А., Мчедлова Е.С.* // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51(4). С. 445–449.
- [6] *Lukin K.A.* // Journal of Circuits, Systems and Computers. 1993. V. 3(2). P. 627–643.
- [7] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
- [8] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е.* // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47(2). С. 133–165.
- [9] *Pecora L.M., Carroll T.L., Johnson G.A., Mar D.J.* // Chaos. 1997. V. 7(4). P. 520–543.
- [10] *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2002. 496 с.
- [11] *Kocarev L., Parlitz U.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77(11). P. 2206–2209.