

01;09

Анализ управляемой хаотической автоколебательной системы на основе модели ангармонического осциллятора

© Э.В. Кальянов, Г.Н. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН (Фрязинский филиал),
Фрязино (Моск. обл.)
E-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

Поступило в Редакцию 22 августа 2006 г.

Рассмотрена математическая модель новой автоколебательной системы с хаотической динамикой, основанной на обеспечении условий самовозбуждения ангармонического осциллятора. Приведены результаты численного анализа, иллюстрирующие генерирование хаотических колебаний при их линейном усилении в цепи запаздывающей обратной связи и управление ими с помощью автопараметрического воздействия.

PACS: 05.45.-a

Автоколебательные системы с запаздыванием хорошо известны и находят широкое применение в различных областях науки и техники. К ним по-прежнему проявляется интерес. При этом, однако, изучаются системы, основывающиеся на нелинейных усилителях (в основном на лампах бегущей волны [1] и клистродах [2]), обладающих амплитудной характеристикой с падающим участком. Возможность создания хаотических систем с запаздыванием без специального нелинейного усилителя не рассматривалась. Данная работа посвящена этому вопросу. В ней исследуется математическая модель новой автоколебательной системы с запаздывающими обратными связями, основанная на классическом ан-

гармоническом осцилляторе. При этом используется линейное усиление задержанного сигнала.

В качестве основы рассматриваемого генератора используется элементарная модель нелинейного осциллятора, широко применяемая в различных областях физики:

$$d^2x/dt^2 + \varepsilon dx/dt + x + x^3 = 0, \quad (1)$$

где ε — параметр диссипации.

При наличии внешней гармонической силы $\beta \cos(\omega t)$ в правой части уравнения (1) оно, принимая вид

$$d^2x/dt^2 + \varepsilon dx/dt + x + x^3 = \beta \cos(\omega t), \quad (2)$$

известно как уравнение Дюффинга.

При параметрическом воздействии гармонической внешней силы $\alpha \cos(2t)$ модель (1) преобразуется в нелинейное уравнение Матъе

$$d^2x/dt^2 + \varepsilon dx/dt + [1 + \alpha \cos(2t)]x + x^3 = 0. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) исследовались многими авторами. При этом в работах [3,4] выяснена возможность преобразования гармонического сигнала в хаотические колебания как с помощью уравнения Дюффинга [3], так и при использовании уравнения Матъе [4]. Преобразование регулярных колебаний в хаотические движения возможно, естественно, также в более сложной системе, объединяющей свойства уравнений (2) и (3), а именно

$$d^2x/dt^2 + \varepsilon dx/dt + [1 + \alpha \cos(2t)]x + x^3 = \beta \cos(\omega t). \quad (4)$$

Эта система, которую можно назвать моделью Дюффинга–Матъе, как и исходные уравнения (2) и (3), не является автоколебательной. В то же время представляется возможным создание на ее основе параметрической автоколебательной системы с запаздыванием, если вместо внешнего воздействия $\beta \cos(\omega t)$ обеспечить „самовоздействие“ усиленного сигнала, задержанного на время τ . В этом случае, заменяя в системе (4) $\cos(\omega t)$ на $x(t - \tau)$, будем иметь

$$d^2x/dt^2 + \varepsilon dx/dt + [1 + \alpha \cos(2t)]x + x^3 = \beta x(t - \tau), \quad (5)$$

где β приобретает смысл коэффициента запаздывающей обратной связи.

Аналогично, заменяя внешнюю параметрическую накачку $\alpha \cos(2t)$ на параметрическое „самовоздействие“ сигнала, задержанного на время T , и вводя для удобства численного анализа новую переменную y , можем записать

$$\begin{aligned} dx/dt &= -(\varepsilon x + y), \\ dy/dt &= \{[1 + \alpha x(t - T)] + x^2\}x - \beta x(t - \tau), \end{aligned} \quad (6)$$

где α приобретает смысл коэффициента автопараметрической обратной связи.

Уравнения (6) не исследовались. В отображаемой ими системе благодаря наличию запаздывания τ можно даже при $\alpha = 0$ ожидать генерирования не только регулярных, но и хаотических колебаний, если при $\beta \gg 1$ и достаточно большой задержке τ обеспечены условия самовозбуждения трех и более мод. Очевидно, что автопараметрическое воздействие при определенных величинах α и T может существенно изменять движения. Численный анализ показывает, что при дополнении системы автопараметрической обратной связью возможно получение более развитого хаоса. Это иллюстрируется рис. 1–3. Расчеты проводились методом Рунге–Кутты 4-го порядка при шаге интегрирования по времени, равном 0.004. Неизменяемый параметр задан значением $\varepsilon = 0.2$.

На рис. 1 и 2 приведены бифуркационные диаграммы, показывающие изменение максимальных величин колебательного процесса $x(t)$, обозначенных через $[x]$, в зависимости от коэффициента линейно усиленной обратной связи β при отсутствии автопараметрического воздействия (a) и при его наличии (b). Диаграммы рис. 1 получены при адиабатическом увеличении коэффициента β , а диаграммы рис. 2 — при его адиабатическом уменьшении. При автопараметрическом воздействии $\alpha = 10$, $T = 2$. Во всех случаях $\tau = 1.6$.

Как видно (рис. 1, a), при отсутствии автопараметрической обратной связи по мере увеличения β сначала возбуждаются регулярные колебания (при $\beta \approx 5$), затем при достижении значения $\beta \approx 7$ движения усложняются, а при $\beta > 12$ реализуется хаос. При наличии автопараметрической обратной связи (рис. 1, b) нерегулярный „разброс“ точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса $x(t)$, больше. При этом после жесткого возбуждения хаоса (при $\beta \approx 8$) этот разброс относительно мало изменяется при дальнейшем увеличении коэффициента обратной связи. При обратном изменении параметра β

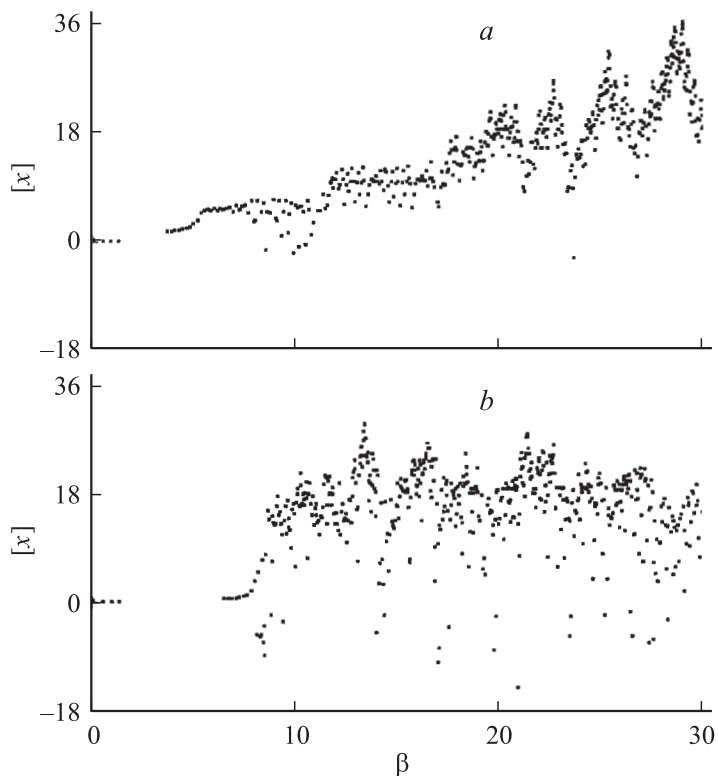


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$ при увеличении коэффициента обратной связи: $a - \alpha = 0$; $b - \alpha = 10$.

проявляется гистерезис, свойственный нелинейным системам, и бифуркационные диаграммы принимают существенно иной вид. При отсутствии автопараметрической обратной связи (рис. 2, a) по мере уменьшения коэффициента β хаотические колебания переходят при $\beta \approx 18$ в сложные регулярные движения, которые при $\beta \approx 6$ становятся одноктактными, срывающимися при $\beta < 2$. При обеспечении автопараметрической обратной связи (рис. 2, b) срыва колебаний вообще нет, причем во всем интервале изменения β реализуется хаос.

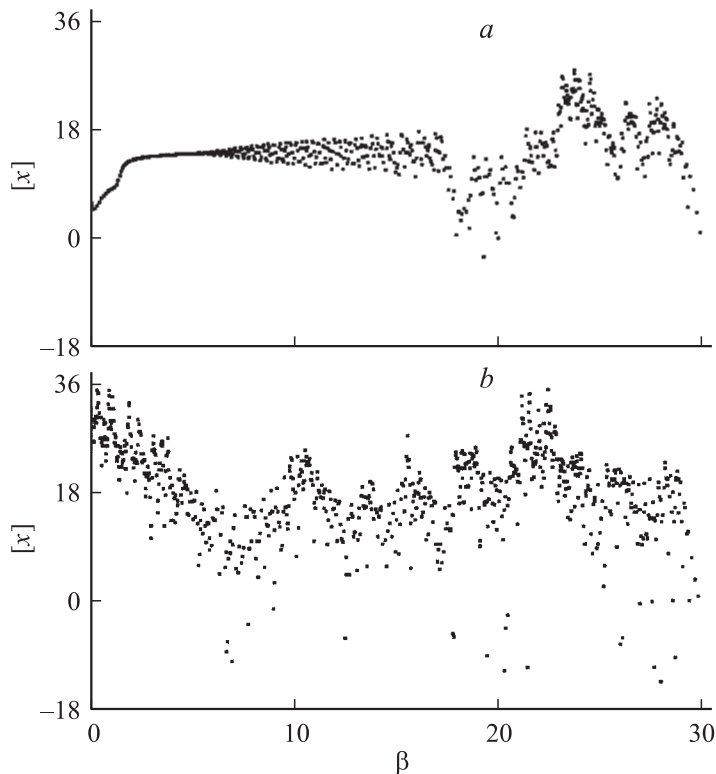


Рис. 2. Изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$ при уменьшении коэффициента обратной связи: a — $\alpha = 0$; b — $\alpha = 10$.

Характерные спектры мощности, соответствующие хаотическим колебаниям при отсутствии автопараметрической обратной связи и при ее введении, иллюстрируются на рис. 3 кривыми 1 и 2 соответственно. Они рассчитаны при начальных условиях, определяемых значениями переменных при $\beta \approx 20$ на диаграммах рис. 1, a , b . Видно, что спектры мощности являются непрерывными. При автопараметрическом воздействии спектр занимает более широкую область генерируемых частот.

Анализ реализаций хаотического колебательного процесса при наличии автопараметрической обратной связи показал, что в колебаниях

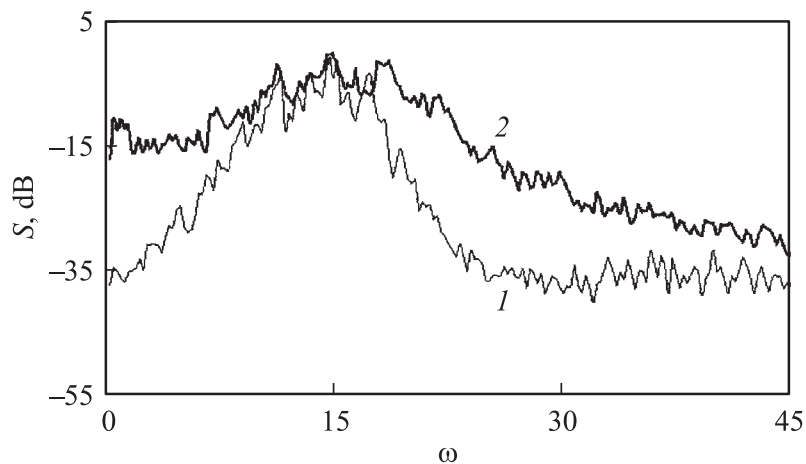


Рис. 3. Спектры мощности, рассчитанные при параметрах и значениях для переменных, определяющих начальные условия, соответствующих величине $\beta = 20.06682$ на диаграмме рис. 1, *a* (кривая 1) и величине $\beta = 20.0766$ на диаграмме рис. 1, *b* (кривая 2).

проявляется перемежаемость типа „хаос–хаос“. Этим обусловлены широкая полоса спектра и относительно малые перепады спектральной плотности мощности хаоса.

Приведенные результаты численного анализа свидетельствуют о возможности генерирования хаоса при использовании линейно усиленной запаздывающей обратной связи в нелинейном контуре и эффективного управления колебаниями созданной системы с помощью автопараметрического воздействия. Наряду с возможным применением таких генераторов в системах скрытой связи (например, в системе, описанной в [5]), весьма перспективно их использование в качестве источников псевдослучайных сигналов при шифровании информации методом, предложенным в [6]. При использовании уравнений (6) для шифрования информации хаосом выяснено, что достигаемая устойчивость шифра не хуже, чем в случае работы [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 04-02-16536).

Список литературы

- [1] *Залогин Н.Н., Кислов В.В.* Широкополосные хаотические сигналы в радиотехнике и информационных системах. М.: Радиотехника, 2006. 208 с.
- [2] *Рыскин Н.М., Шагаев А.М.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. В. 7. С. 72–81.
- [3] *Novak S., Frehlich R.G.* // Phys. Rev. A. 1982. V. 26. N 6. P. 3660–3663.
- [4] *Афраймович В.С., Рабинович М.И., Угодников А.Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. В. 2. С. 64–67.
- [5] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 16. С. 1–9.
- [6] *Кальянов Г.Н., Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 24. С. 45–50.