

01;02;09

## **Об усилении излучения пучка заряженных частиц, движущихся в волноводе со слоем активной среды**

© Н.В. Иванов, А.В. Тюхтин

НИИ радиофизики С.-Петербургского государственного университета,  
Петродворец  
E-mail: tyukhtin@bk.ru

Поступило в Редакцию 26 декабря 2005 г.

Анализируется излучение пучка заряженных частиц, движущихся вдоль оси цилиндрического волновода, содержащего слой активной резонансно-диспергирующей среды. Выявлены условия, необходимые для усиления генерируемых волноводных мод. Показано, в частности, что при соответствующем подборе параметров возможно усиление любой моды, а также группы соседних мод. Отмечено, что максимально достижимый инкремент нарастания не зависит от номера моды и определяется только свойствами среды.

PACS: 41.75.-i

Излучение заряженных частиц, которые движутся в волноводах, содержащих материалы с различными свойствами, исследовалось в ряде публикаций (см. например, [1–10]). Данное направление актуально, прежде всего, в связи с разработкой ускорителей, использующих метод кильватерного поля [4–8], а также в связи более широкой проблематикой — поисками новых методов генерации мощного электромагнитного излучения в диапазоне миллиметровых–дециметровых длин волн. При этом важнейшей задачей является достижение максимально возможных величин электромагнитного поля. Один из перспективных путей решения данной задачи связан с применением активной среды [7]. При этом энергия электромагнитного поля будет черпаться в основном из запаса энергии, имеющегося в активной среде. Получаемое таким образом кильватерное поле можно использовать, например, для ускорения „ведомого“ пучка частиц. Подобная схема ускорения в англоязычной литературе получила название „Particle acceleration by stimulated emission of radiation“ (PASER) [7].

Следует подчеркнуть, что активная среда обладает выраженной дисперсией резонансного типа. Ранее в работах [9,10] исследовалось излучение движущегося заряда в волноводе, полностью или частично заполненном пассивным диэлектриком с резонансной дисперсией. Волноведущая структура с активной средой рассматривалась в работе [7]. Однако при этом исследовался только случай волновода, полностью заполненного средой, в качестве источника выступал точечный заряд, и анализировалось только усиление первой волноводной моды. Поскольку на практике для того чтобы избежать „поляризационных потерь“, заряд должен двигаться в вакуумном канале, мы рассмотрим структуру с таким каналом. В качестве источника будет взят гауссов сгусток зарядов, вытянутый вдоль оси структуры. Кроме того, будут проанализированы возможности для усиления высших волноводных мод.

Пусть гауссов сгусток частиц, суммарный заряд которого равен  $q$ , движется по оси  $z$  вакуумного канала радиусом  $b$  в волноводе радиусом  $a$  с идеально проводящими стенками и цилиндрическим слоем активной среды, характеризуемой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$  и магнитной проницаемостью  $\mu(\omega)$ . Толщину сгустка считаем пренебрежимо малой, так что плотность заряда записывается в виде

$$\rho(x, y, \xi) = \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \delta(x)\delta(y), \quad (1)$$

где  $\xi = z - Vt$ , а положительный параметр  $\sigma$  характеризует длину сгустка.

Общие выражения для потенциалов, полей и потерь энергии точечной частицы в случае пассивной среды получены, например, в обзоре [1]. Действуя аналогичным образом, можно обобщить эти результаты на случай активной среды. Далее, поле источника вида (1) можно получить, рассматривая поле точечного заряда как функцию Грина. Опуская промежуточные преобразования, мы приведем здесь только выражение для продольной компоненты волновой части электрического поля в вакуумном канале, что наиболее интересно с точки зрения задач кильватерного ускорения. Перед пучком волновое поле отсутствует, а позади него на расстоянии, существенно превышающем  $\sigma$ ,

имеем

$$E_z = -\frac{4q(1-\beta^2)}{c^2\beta^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\omega[sK_1(kb)\psi_1(s) + \varepsilon kK_0(kb)\psi_0(s)]}{\frac{d}{d\omega}[sI_1(kb)\psi_1(s) - \varepsilon kI_0(kb)\psi_0(s)]} I_0(kr) \right. \\ \left. \times \exp\left(-\frac{\omega^2\sigma^2}{2V^2}\right) \exp\left[i\omega\left(\frac{z}{c} - t\right)\right] \Big|_{\substack{\omega=\omega_{mj}, \\ s=s_m, k=k_{mj}}} \right\}, \quad (2)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\beta = V/c$ ,

$$\psi_0(s) = J_1(sb)N_0(sa) - J_0(sa)N_1(sb),$$

$$\psi_1(s) = J_0(sb)N_0(sa) - J_0(sa)N_0(sb), \quad (3)$$

$$s^2(\omega) = \omega^2 V^{-2} (\varepsilon\mu\beta^2 - 1), \quad (4)$$

$$k(\omega) = \omega V^{-1} \sqrt{1 - \beta^2}, \quad s_m = s(\omega_{mj}), \quad k_{mj} = k(\omega_{mj}). \quad (5)$$

Здесь  $J_n(\xi)$  — функции Бесселя,  $N_n(\xi)$  — функции Неймана,  $I_n(\xi)$  — модифицированные функции Бесселя,  $K_n(\xi)$  — модифицированные функции Ханкеля; функция  $s(\omega) = \sqrt{s^2(\omega)}$  удовлетворяет условию  $\operatorname{Im}s(\omega) > 0$ . Подчеркнем, что в (2) проводится суммирование только по частотам с положительной вещественной частью:  $\operatorname{Re}\omega_{mj} > 0$ . Введение суммирования по  $j$  в (2) удобно тем, что для рассматриваемой далее среды каждому значению  $s_m$  соответствуют два значения частоты  $\omega_{m1,2}$ .

Частоты гармоник определяются соотношением (4) и уравнением

$$sI_1(kb)\psi_1(s) - \varepsilon kI_0(kb)\psi_0(s) = 0. \quad (6)$$

Выразив  $k$  и  $\varepsilon$  через  $s$ , его можно разрешить относительно  $s$ , после чего определить частоты волноводных мод  $\omega_{mj}$  из (4). Отметим, что если  $b = 0$ , то  $s_m = \chi_m/a$ , где  $\chi_m$  — нули функции Бесселя  $J_0(\chi)$ .

Перейдем к анализу случая диэлектрика с дисперсией резонансного типа. Будем считать, что  $\mu = 1$ , а диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \frac{\omega_p^2}{\omega_r^2 - \omega^2 - i\omega_d\omega}, \quad (7)$$

где  $\omega_r$  и  $\omega_p$  — резонансная и плазменная частоты соответственно. В случае пассивной среды  $\omega_p^2 > 0$ , а для активной среды  $\omega_p^2 < 0$ , т.е.

параметр  $\omega_p$  становится мнимым [7]. Величина  $\omega_d$  в любом случае положительна. Отметим, что принципиальным для дальнейшего является наличие положительного параметра  $\varepsilon_r$ , который, как правило, несколько больше 1. Отличие этого параметра от 1 объясняется влиянием высших резонансов, сильно удаленных от рассматриваемой области частот [7].

В рассматриваемом случае уравнение (4) принимает следующий вид:

$$\varepsilon_c \omega^4 + i\omega_d \varepsilon_c \omega^3 - (\omega_r^2 \varepsilon_c + \omega_p^2 + s_m^2 c^2) \omega^2 + s_m^2 c^2 (i\omega_d \omega - \omega_r^2) = 0. \quad (8)$$

Его можно решить методом последовательных приближений при условиях  $\omega_d \ll \omega_r$ ,  $\omega_d \ll |\omega_p|$ . В „нулевом“ приближении, когда мнимая часть диэлектрической проницаемости считается равной нулю, из (8) получаем следующие корни с положительной вещественной частью:

$$\omega_{m1,2} = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_c}} \left[ s_m^2 c^2 + \omega_r^2 \varepsilon_c + \omega_p^2 \mp \sqrt{(s_m^2 c^2 + \omega_r^2 \varepsilon_c + \omega_p^2)^2 - 4s_m^2 c^2 \omega_r^2 \varepsilon_c} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_c = \varepsilon_r - 1/\beta^2$ . В первом приближении к (9) добавляется малая комплексная поправка  $\delta\omega_{m1,2}$ , выражение для которой не будем выписывать в силу его громоздкости.

В случае отрицательности подкоренного выражения в (9) даже в нулевом приближении частоты гармоник становятся комплексными, причем  $\text{Im}\omega_{m2} > 0$ , а  $\omega_{m1} = \omega_{m2}^*$ , где звездочкой обозначена операция комплексного сопряжения. Это означает наличие эффекта усиления гармоник с частотами  $\omega_{m2}$  (будем говорить о режиме „существенного усиления“, так как оно не исчезает при  $\omega_d \rightarrow 0$ ). Можно показать, что для достижения данного режима необходимо и достаточно двух условий:

$$\omega_p^2 < 0, \quad (s_m c - |\omega_p|)^2 / \omega_r^2 < \varepsilon_c < (s_m c + |\omega_p|)^2 / \omega_r^2. \quad (10)$$

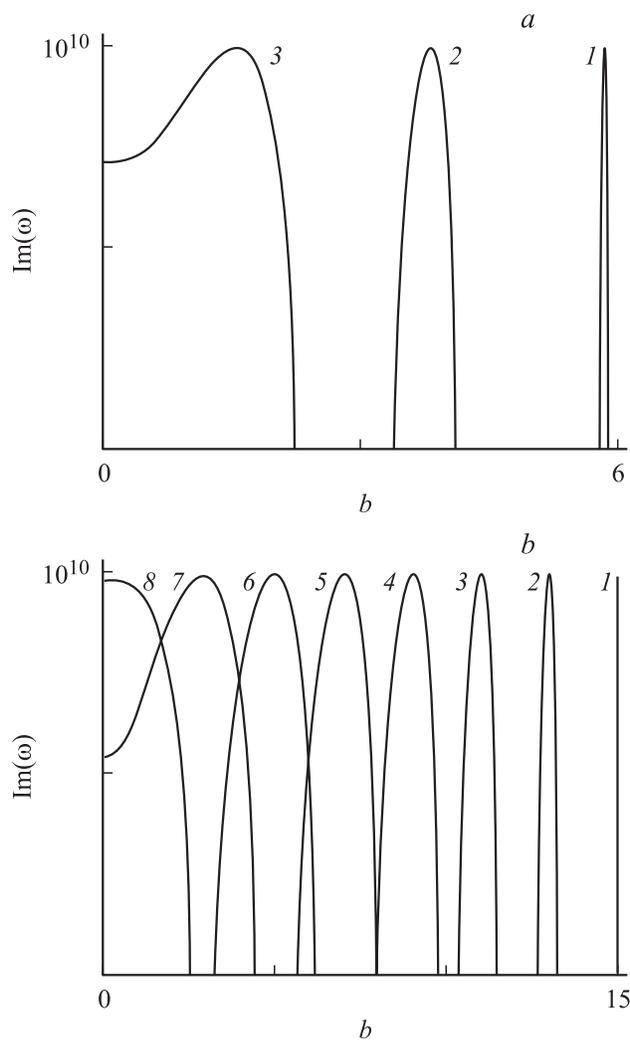
Если хотя бы одно из этих условий не выполнено, то в нулевом приближении нарастающие моды отсутствуют. При этом в первом (по  $\omega_d$ ) приближении имеет место либо затухание, либо нарастание амплитуд гармоник. Последнее имеется при условии  $\omega_p^2 < 0$ , т.е. в активной среде, однако в силу малости параметра  $\omega_d$  этот эффект будет также невелик.

Подчеркнем, что для режима существенного усиления необходимо не только наличие активной среды, но и выполнение условия  $\varepsilon_c > 0$ , т. е.  $\varepsilon_r > \beta^{-2}$  (в противном случае второе из условий (10) не может быть удовлетворено). Из (10) следует, что для усиливающихся гармоник должны выполняться неравенства

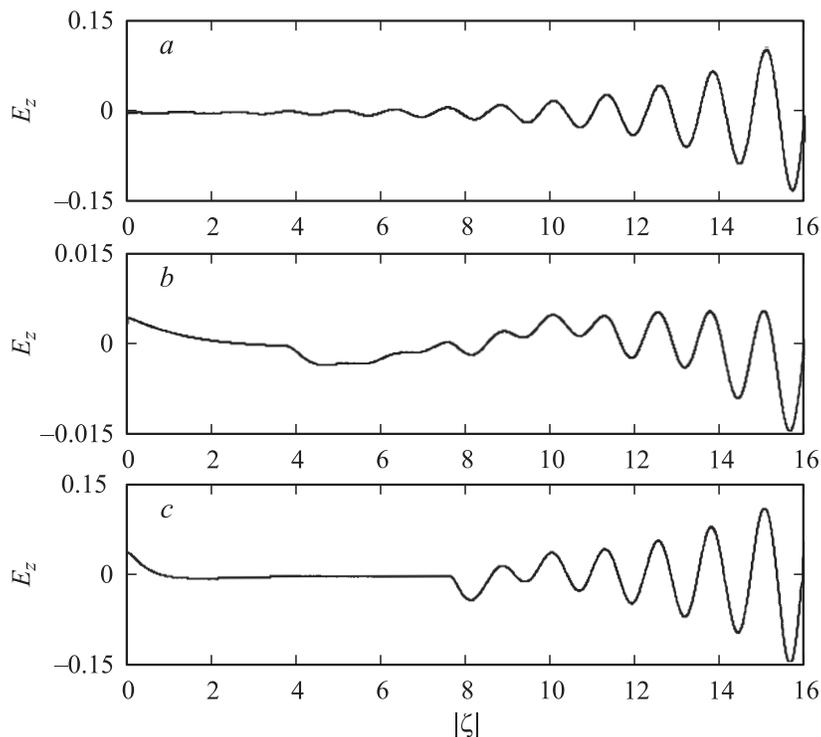
$$|\omega_r \sqrt{\varepsilon_c} - |\omega_p||c^{-1} < s_m < |\omega_r \sqrt{\varepsilon_c} + |\omega_p||c^{-1}. \quad (11)$$

Отсюда видно, что при соответствующем подборе параметров среды и волновода можно усиливать любые возбуждаемые пучком моды, причем не только поодиночке, но и группами, состоящими из ряда соседних мод. Можно показать, что число усиливаемых мод растет с ростом радиуса волновода  $a$  и модуля „плазменной частоты“  $|\omega_p|$ , причем для любой моды максимальное усиление имеет место, если ее комплексная частота равна  $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_r^2 + i|\omega_p|\omega_r/\varepsilon_c}$ . Таким образом, частота, на которой происходит наибольшее усиление, и величина его инкремента зависят только от свойств среды.

В качестве примера рассмотрим случай, когда заполняющий волновод средой является аммиак, находящийся под воздействием оптической накачки. Согласно [7], для него  $\nu_r = 24$  GHz,  $|\nu_p| = 1$  GHz,  $\nu_d = 5$  KHz,  $\varepsilon_r = 1.1$ , где  $\nu_{r,p,d} = \omega_{r,p,d}/2\pi$  (отметим, что увеличение параметра  $\nu_d$  на несколько порядков при условии выполнения неравенства  $\nu_d \ll |\nu_p|$  практически не влияет на приводимые далее численные результаты). Скорость движения пучка считалась ультрарелятивистской ( $\beta = 0.9999$ ). На рис. 1, *a, b* показаны положительные мнимые части частот нескольких первых мод в зависимости от радиуса канала для двух значений радиуса волновода. Как видим, ширина диапазона значений  $b$ , соответствующего усилению той или иной моды, растет с ростом ее номера. Из рис. 1, *b* видно, что при достаточно большом радиусе волновода эти диапазоны пересекаются (при таких значениях  $b$  одновременно усиливаются две соседние моды). На рис. 2, *a, b, c* показана зависимость компоненты поля  $E_z$  на оси волновода ( $r = 0$ ) от расстояния до сгустка частиц  $|\xi| = Vt - z$ . Радиус канала подобран таким образом, чтобы имело место максимальное усиление первой (рис. 2, *a*), четвертой (2, *b*) и седьмой (2, *c*) мод. Наибольшее усиление первой моды имеет место при очень тонком слое среды ( $a - b = 0.004a$ ). Для такой ситуации характерно практически одномодовое волновое поле. На рис. 2, *b, c* заметно влияние значительного числа неусиливаемых мод. Оно приводит к специфической картине поля, которое оказывается



**Рис. 1.** Зависимость мнимых частей частот усиливающихся мод  $\text{Im}(\omega_{m2})$  ( $\text{s}^{-1}$ ) от радиуса канала  $b$  (см) для случаев  $a = 6$  см ( $a$ ) и  $a = 15$  см ( $b$ ).



**Рис. 2.** Зависимость  $E_z$  (MV/m) от  $|\xi| = ct - z$  (см) для  $\sigma = 0.1$  см,  $q = -1$  нС,  $a = 15$  см в случаях  $b = 14.94$  см (*a*),  $b = 8.98$  см (*b*),  $b = 2.85$  см (*c*), соответствующих максимальному усилению первой, четвертой и седьмой гармоник. Во всех случаях усиливаемые гармоники имеют комплексную частоту  $2.39 + i0.16$  GHz.

близким к нулю в некотором интервале значений  $|\xi|$ . Отметим, что в силу различий коэффициентов возбуждения усиливаемых гармоник даже на относительно большом расстоянии величины полей могут сильно отличаться (ср. рис. 2, *a* и *b*). Однако, как видно из сравнения рис. 2, *a* и *c*, режим усиления на старшей (в данном случае седьмой) гармонике может быть не менее эффективным, чем режим усиления на первой гармонике.

## Список литературы

- [1] *Болотовский Б.М.* // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295–350.
- [2] *Зрелов В.П.* Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Ч. 1. М., 1968. 276 с.
- [3] *Цытович В.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 5. С. 597–604.
- [4] *Gai W., Schoessow P., Cole B.* et al. // Phys. Rev. Letters. 1988. V. 61. N 24. P. 2756–2758.
- [5] *Power J.G., Conde M.E., Gai W.* et al. // Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams. 2000. V. 3. P. 101302-1–101302-7.
- [6] *Вардамян А.С., Оксюзян Г.Г.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. В. 4. С. 76–80.
- [7] *Schachter L.* // Physical Review. E. 2000. V. 62. N 1. P. 1252–1257.
- [8] *Альтмарк А.М., Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. В. 1. С. 89–97.
- [9] *Тюхтин А.В.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 14. С. 68–74.
- [10] *Тюхтин А.В.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 4. С. 37–43.