

01

Конденсация пара на неизотермических криволинейных ребрах

© И.В. Марчук, А.В. Глуцук, О.А. Кабов

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: marchuk@itp.nsc.ru

Поступило в Редакцию 13 декабря 2005 г.

Получено аналитическое выражение для кривизны оптимального неизотермического ребра при установившейся пленочной конденсации неподвижного пара в условиях существенного влияния поверхностного натяжения на движение жидкости. Предложен и реализован алгоритм нахождения оптимальных неизотермических ребер при неизвестном распределении температуры в ребре, которое определяется из совместного решения задачи теплопроводности в ребре и течения пленки конденсата по ребру. Учет теплопроводности материала в оптимизации формы ребра позволяет существенно увеличить поток конденсата с ребра по сравнению с потоком конденсата для ребра, имеющего форму оптимального изотермического ребра и конечную теплопроводность.

PACS: 44.05.+e, 47.15.gm

Современное развитие технологии столкнулось с проблемой создания высоко эффективных паровых конденсаторов. На данный момент сделано много теоретических и экспериментальных исследований влияния ребрения поверхности на процесс конденсации. Поиск оптимальной с точки зрения интенсификации процесса конденсации формы ребра предпринимался в ряде работ [1–4]. Но во всех этих работах считалось, что материал ребра имеет бесконечную теплопроводность. В работе [5] авторы, используя предложенный ими метод расчета распределения температуры в ребре, показали, что теплопроводность оказывает существенное влияние на интенсивность конденсации пара. Величина потока конденсата с ребер сильно зависит от теплопроводности материала ребра, поэтому в процессе оптимизации ребер необходимо учитывать теплопроводность материала ребра. Целью данной работы является нахождение форм оптимальных ребер с учетом конечной теплопроводности материала ребра. Распределение температуры определяется во всем ребре, т.е. на ребре с межреберной канавкой, при этом оптими-

с граничными условиями:

$$u(s, 0) = u_y(s, \delta(s)) = 0,$$

$$T(s, 0) = T_w(s), \quad T(s, \delta(s)) = T_{sat}, \quad (4)$$

которые выражают условие прилипания и условие отсутствия трения на свободной поверхности. $T_w(s)$ — известное распределение температуры на поверхности ребра. На поверхности пленки температура равна температуре насыщения T_{sat} . Уравнение (3) выражает баланс сконденсировавшейся и протекающей по ребру массы жидкости m . На малом участке длины течение пленки считается плоским: $|\delta/R| \ll 1$. Здесь R — радиус кривизны поверхности пленки (остальные обозначения определены на рис. 1 и в разд. 2).

В результате решения системы (1)–(3) с граничными условиями (4) получаются следующие выражения для толщины пленки конденсата и потока конденсата вдоль ребра:

$$\delta(s) = (-\kappa'(s))^{-1/3} \left(4 \int_0^s \frac{\lambda \Delta T(s) \mu}{r \rho \sigma} (-\kappa'(\tau))^{1/3} d\tau \right)^{1/4}, \quad (5)$$

$$m(s) = \frac{\rho \sigma}{3\mu} \left(4 \int_0^s \frac{\lambda \Delta T(s) \mu}{r \rho \sigma} (-\kappa'(\tau))^{1/3} d\tau \right)^{3/4}. \quad (6)$$

Возникает задача поиска такой функции кривизны $\kappa(s)$, чтобы значение $m(S_1)$ было максимально. Здесь S_1 — это длина выпуклой части кривой, описывающей форму верхней части ребра. Получаем задачу нахождения экстремума функционала $J(\kappa) = \int_0^{S_1} \Delta T(\tau) (-\kappa'(\tau))^{1/3} d\tau$ при заданных значениях кривизны: $\kappa(0) = \kappa_0$, $\kappa(S_1) = \kappa_1$, $\kappa_0 > \kappa_1 \geq 0$. Здесь $\Delta T(s) = T_{sat} - T_w(s)$. Решением данной вариационной задачи является выражение:

$$\kappa(s) = C \int_0^s (\Delta T(\tau))^{3/2} d\tau + \kappa_0, \quad C = (\kappa_1 - \kappa_0) / \int_0^{S_1} (\Delta T(\tau))^{3/2} d\tau. \quad (7)$$

При некоторых значениях начальной кривизны кривая, описывающая форму ребра, закручивается и ребро приобретает недопустимый вид, поэтому вводится ограничение на угол поворота ребра $\theta(S_1) = \int_0^{S_1} \kappa(\tau) d\tau \leq \omega$. Если $\theta(S_1) = \int_0^{S_1} \kappa(\tau) d\tau > \omega$, решением новой вариационной задачи с условием $\theta(S_1) = \int_0^{S_1} \kappa(\tau) d\tau = \omega$ будет

$$\begin{aligned} \kappa(s) &= -C \int_0^s \left(\frac{\Delta T(\tau)}{\tau + l} \right)^{3/2} d\tau + \kappa_0, \\ C &= (\kappa_0 - \kappa_1) / \int_0^{S_1} \left(\frac{\Delta T(\tau)}{\tau + l} \right)^{3/2} d\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

где l находится из уравнения на угол поворота:

$$\begin{aligned} \int_0^{S_1} \left(\frac{\Delta T(\tau)}{\tau + l} \right)^{3/2} d\tau / (\kappa_0 - \kappa_1) \\ - \int_0^{S_1} \left(\frac{\Delta T(\tau)}{\tau + l} \right)^{3/2} (S_1 - \tau) d\tau / (\kappa_0 S_1 - \omega) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Если положить теплопроводность ребра бесконечности, то получится оптимальное изотермическое ребро, полученное в работе [4]. Стационарное распределение температуры в ребре рассчитывается по алгоритму, предложенному в работе [5]. Решается уравнение Лапласа $\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} = 0$ с граничными условиями $T(X, 0) = T_0$, $T_X(Y, 0) = 0$, $T_X(Y, X_m) = 0$, $\lambda_w \frac{\partial T}{\partial n} = q(s) = \lambda \frac{\Delta T(s)}{\delta(s)}$, которые выражают значение температуры основания ребра, симметрию ребра и заданное распределение теплового потока через границу ребра, которое определяется интенсивностью конденсации пара (рис. 1). Полное ребро строится как продолжение функции кривизны, полученной при оптимизации его верхней части, до точки S_2 , в которой угол поворота кривой формы ребра равен нулю, $\theta(S_2) = 0$. Предполагается, что в межреберном

пространстве осуществляется отвод конденсата так, что распределение толщины пленки совпадает с толщиной, рассчитанной по формуле (5). Оптимальное ребро определяется итерационным методом с использованием следующего алгоритма вычислений.

1. Начальная форма ребра считается по формуле (7) или (8) для $T_w(s) = T_0$.

2. Решается уравнение теплопроводности в теле ребра.

3. Вычисляется максимальная разность между полученным распределением температуры поверхности ребра и распределением температуры, полученным в предыдущей итерации. Если разность меньше заданной точности, выполняется переход на шаг 5, завершающий итерационный процесс.

4. Для полученного распределения температуры $T_w(s)$ определяется форма оптимального ребра по формуле (7) или (8). Переход на шаг 2.

5. Запись результатов расчета.

2. Результаты расчетов. Выполнена оптимизация конденсации водяного пара на ребре для различных значений начальной кривизны ребра и для различных значений материала ребра при следующих режимных параметрах: $T_{sat} = 373.15$ К, $T_0 = 372.15$ К, $\kappa_1 = \Omega^{-1}$, $\lambda = 0.677$ W/Km, $\mu = 0.000294$ kg/ms, $r = 2270381$ J/kg, $\sigma = 0.0598$ N/m, $\rho = 961.7$ kg/cm³, $S_1 = 0.002$ m, $P = P_{atm}$. Формы оптимальных ребер для различных значений начальной кривизны ребра изображены на рис. 2, а. Различия между формами ребер, значениями толщины пленки и расхода конденсата с ребра для оптимальных неизотермических ребер с различной начальной кривизной меньше, чем между формами оптимальных изотермических ребер при тех же параметрах. Это связано с тем, что при оптимизации формы неизотермического ребра учитываются два важных условия: 1) ребро должно быть достаточно широким, чтобы тепловое сопротивление ребра было минимальным, так как при этом обеспечивается максимально возможный отвод тепла с поверхности ребра, 2) градиент капиллярного давления должен быть таким, что обеспечивается максимально возможный отток конденсата с ребра. С увеличением начальной кривизны ребра ширина ребра уменьшается (условие 2), но учет теплопроводности при оптимизации препятствует чрезмерному утончению ребра (условие 1). Получаемые оптимальные неизотермические ребра имеют меньшие различия при варьировании начальной кривизны, чем изотермические, так как при оптимизации последних учитывается только 2-е условие.

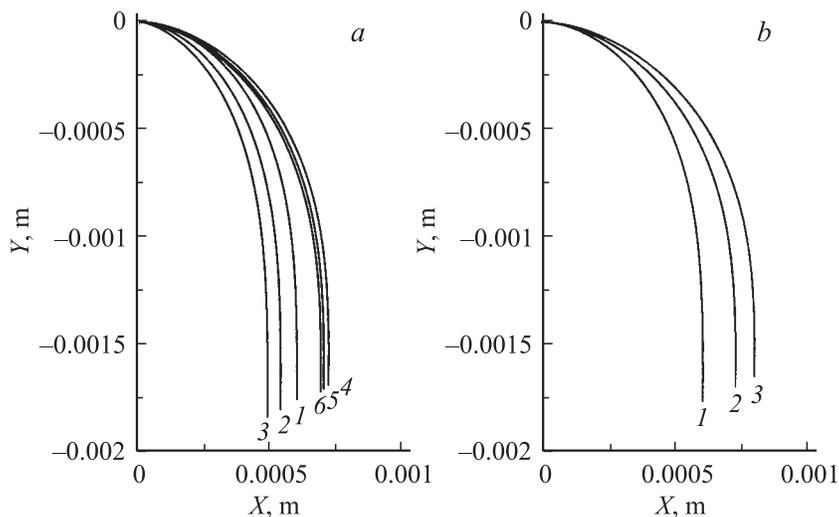


Рис. 2. Форма оптимального ребра: *a* — для различных значений начальной кривизны ($\lambda_w = 384 \text{ W/mK}$): изотермические ребра 1 — $\kappa_0 = 5000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 8.14 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 1.642 \cdot 10^{-5} \text{ m}$), 2 — $\kappa_0 = 10\,000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 8.367 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 1.769 \cdot 10^{-5} \text{ m}$), 3 — $\kappa_0 = 50\,000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 8.5 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 1.856 \cdot 10^{-5} \text{ m}$), неизотермические ребра ($\lambda_w = 384 \text{ W/mK}$), 4 — $\kappa_0 = 5000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 2.274 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 8.623 \cdot 10^{-6} \text{ m}$), 5 — $\kappa_0 = 10\,000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 2.228 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 8.662 \cdot 10^{-6} \text{ m}$), 6 — $\kappa_0 = 50\,000 \text{ m}^{-1}$ ($m(S_1) = 2.214 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $\delta(S_1) = 8.7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$); *b* — для различных значений теплопроводности материала ($\kappa_0 = 5000 \text{ m}^{-1}$): 1 — $\lambda_w = \infty \text{ W/mK}$, 2 — $\lambda_w = 384 \text{ W/mK}$, 3 — $\lambda_w = 209 \text{ W/mK}$.

Формы оптимальных ребер с различной теплопроводностью материала ребра изображены на рис. 2, *b*. С уменьшением теплопроводности ширина ребра и толщина пленки жидкости на ребре увеличиваются, при этом наименьшую ширину ребра и наибольшую толщину пленки имеет оптимальное изотермическое ребро. На рис. 3 изображены распределения расхода конденсата вдоль ребра для различных значений теплопроводности материала ребра. Расчеты показали, что при оптимизации формы ребра с учетом теплопроводности материала ребра поток конденсата в несколько раз больше по сравнению с потоком конденсата для ребра, имеющего форму оптимального изотермическо-

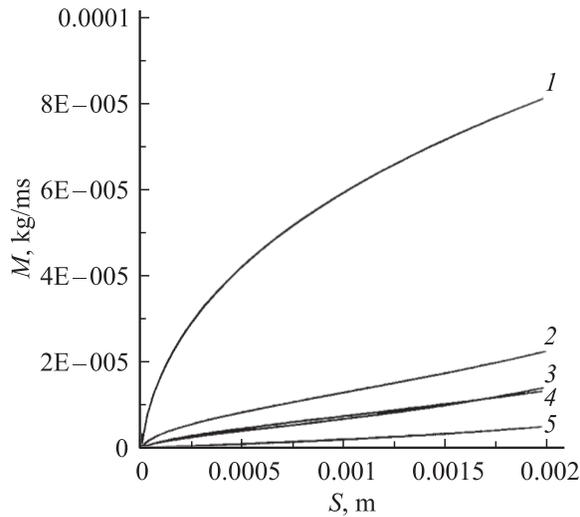


Рис. 3. Распределение удельного расхода конденсата вдоль ребра для различных значений теплопроводности материала: 1 — оптимальное ребро с ∞ теплопроводностью, 2 — оптимальное ребро с $\lambda_w = 384 \text{ W/mK}$, 3 — ребро с $\lambda_w = 384 \text{ W/mK}$ и формой как для оптимального изотермического ребра, 4 — оптимальное ребро с $\lambda_w = 209 \text{ W/mK}$, 5 — ребро с $\lambda_w = 209 \text{ W/mK}$ и формой как для оптимального изотермического ребра.

го ребра и конечную теплопроводность (рис. 3, кривые 2–3, 4–5). С увеличением теплопроводности стенки поток конденсата увеличивается, при этом наибольший поток дает оптимальное изотермическое ребро (рис. 3, кривые 1, 2, 4). Максимальный поток сконденсированного пара, который можно получить при оптимизации формы ребра с учетом теплопроводности и при фиксированных значениях длины ребра, конечной и начальной кривизны, угла поворота ребра, это поток конденсата с оптимального изотермического ребра, т.е. $\lim_{\lambda_w \rightarrow \infty} m(S_1, \kappa_0, \kappa_1, \omega, T_s, T_0, \lambda_w) = m_\infty(S_1, \kappa_0, \kappa_1, \omega, T_s, T_0)$. Таким образом, оптимальное изотермическое ребро в семействе оптимальных неизотермических ребер с одинаковыми значениями длины, начальной и конечной кривизны, угла поворота ребра, но с разной теплопроводностью, является пределом оптимизации, т.е. имеет минимальную ширину и максимальный поток конденсата с ребра.

Выполненное исследование показывает, что для высокоинтенсивных конденсаторов пара, необходимых, например, для использования в условиях пониженной гравитации, изменение теплопроводности материала может менять эффективность конденсатора на порядок. Учет теплопроводности материала в оптимизации конденсатора позволяет существенно (в 2–3 раза) увеличить поток конденсата с ребра по сравнению с потоком конденсата для ребра, имеющего форму оптимального изотермического ребра и конечную теплопроводность.

Данная работа выполнена при поддержке ФЦНТП „Исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники“ на 2002–2006 гг. РИ-16/0020 (ГК № 02.438.11.7002).

Список литературы

- [1] *Gregorig R.* // Zeitschrift für angewandte Mathematik and Physik. 1954. Bd 5. N 1. P. 36–49.
- [2] *Zener C., Lavi A.* // Journal of Heat Transfer. 1974. V. 96. P. 209–205.
- [3] *Adamek T.* // Wärme- und Stoffübertragung. 1981. V. 15. P. 255–270.
- [4] *Marchuk I.V., Kabov O.A.* // Journal of Engineering Thermophysics. 2003. V. 12. N 3. P. 199–210.
- [5] *Marchuk I.V., Kabov O.A., Legros J.-C.* // J. of Engineering Thermophysics. 2003. V. 14 (4). P. 383–397.