

07

## Распределение поляризации в гауссовом пучке, отраженном от резонансной среды

© Ю.Ф. Наседкина, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет  
E-mail: sementsovdi@ulsu.ru

Поступило в Редакцию 3 октября 2005 г.

Показано, что распределение параметров поляризации светового поля по сечению двумерного гауссова пучка, отраженного от резонансной среды, является существенно неоднородным, что особенно проявляется в области металлического поглощения.

PACS: 42.25.Ja

Одной из важнейших характеристик световой волны является состояние ее поляризации [1]. Многочисленные исследования особенностей отражения пучков как правило, проводились в приближении узконаправленных плосковолновых компонент и предполагали однородное распределение поляризации по сечению пучка [2–5]. Между тем распределение параметров поляризации в отраженном пучке в случае однородного распределения поляризации, но неоднородного — интенсивности в падающем пучке, должно быть существенно неоднородным. Неоднородность поляризации в отраженном пучке при произвольной ориентации плоскости поляризации падающего пучка связана с тем, что  $p$ - и  $s$ -волны, составляющие падающую волну, неодинаково отражаются от поглощающей поверхности [6]. В этой связи представляет интерес анализ состояния поляризации по сечению отраженного пучка при линейной поляризации падающего пучка и гауссовом распределении

интенсивности по его сечению в области частот, где поглощение значительно.

1. Состояние поляризации в волне, представляющей суперпозицию  $p$ - и  $s$ -волн, существенно зависит от их разности фаз  $\delta = \varphi_s - \varphi_p$  [6]. Фаза отраженной волны соответствующей поляризации определяется соотношением:

$$\varphi_{p,s} = \arctg [\operatorname{Im}(r_{p,s})/\operatorname{Re}(r_{p,s})], \quad (1)$$

где амплитудные коэффициенты отражения даются формулами Френеля:

$$r_p = \frac{\varepsilon_1 k_{z2} - \varepsilon_2 k_{z1}}{\varepsilon_1 k_{z2} + \varepsilon_2 k_{z1}}, \quad r_s = \frac{k_{z1} - k_{z2}}{k_{z1} + k_{z2}}. \quad (2)$$

Здесь  $k_{zi} = \sqrt{k_i^2 - k_{xi}^2}$  — поперечная компонента константы распространения в каждой из сред ( $i = 1, 2$ ),  $k_i = k_0 \sqrt{\varepsilon_i}$ ,  $k_{x1} = k_{x2} = k_1 \sin \vartheta_0$ ;  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  — частота,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\vartheta_0$  — угол падения, отсчитываемый от нормали к границе раздела сред. Среда, из которой падает пучок, является оптически прозрачным диэлектриком с действительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ , постоянной в рассматриваемом диапазоне частот. Отражающая среда является поглощающей с зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью:

$$\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega g}, \quad (3)$$

где  $\omega_0$  — резонансная частота,  $g$  — ширина линии поглощения,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_\infty$  — предельные статическая и высокочастотная проницаемости среды. Подобную частотную зависимость диэлектрической проницаемости имеют многие оптические материалы в области линии поглощения.

Основными параметрами для описания состояния поляризации световой волны являются эллиптичность  $e$  и азимутальный угол  $\psi$ , который составляет с плоскостью падения главная ось эллипса поляризации. В отраженной волне при наличии ненулевой разности фаз  $\delta_r$  угол  $\psi_r$  определяется выражением

$$\psi_r = \arctg(E_{rs}/E_{rp}) \cos \delta_r. \quad (4)$$

Если предположить, что падающий пучок линейно поляризован, т. е. для всех плоскостных компонент  $\delta_i = 0$  и азимутальный угол равен  $\psi_i$ ,

то амплитуды  $p$ - и  $s$ -волн равны  $E_{ip} = E_i \sin \psi_i$  и  $E_{is} = E_i \cos \psi_i$ . При отражении амплитуда соответствующей волны уменьшается в  $|r_p|$  и  $|r_s|$  раз и возникает „добавка“ к разности фаз, равная  $\delta_r$ , что приводит к возникновению эллиптичности плосковолновых компонент отраженного пучка, неодинаковой по его сечению.

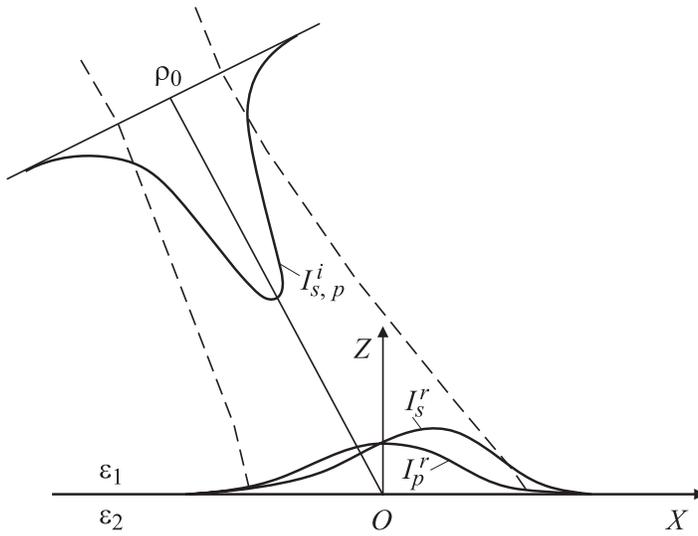
Уравнение эллиптически поляризованного светового поля, записанное в главных осях, имеет вид:  $(E_s/a)^2 + (E_p/b)^2 = 1$ , где  $a, b$  — длины главных полуосей эллипса поляризации. Их отношение  $e = b/a$  называется эллиптичностью и может быть рассчитано по формуле [6]

$$e = \frac{b}{a} = \operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} \arcsin \left( -\frac{2\operatorname{Im}(\chi)}{1 - |\chi|^2} \right) \right], \quad (5)$$

где параметр  $\chi = (E_s/E_p) \exp(i\delta)$ . При нормальном падении плоско-волновой компоненты эллиптичность ее отраженной составляющей является нулевой на всех частотах (поскольку в этом случае  $r_p = r_s$  и  $\delta_r = \pi$ ). Максимальных значений эллиптичности следует ожидать на углах падения, соответствующих минимуму коэффициента отражения  $p$ -волн, где различия коэффициентов  $r_p$  и  $r_s$  максимальны, и вблизи резонансной частоты, где параметр  $e_r$  близок к 1.

**2.** Для определения распределения светового поля по сечению отраженного пучка рассмотрим двумерный гауссов пучок, падающий на плоскую границу раздела двух сред под углом  $\vartheta_0$  (рис. 1). Поле в таком пучке не зависит от координаты в направлении, перпендикулярном плоскости падения, а гауссов профиль реализуется в плоскости падения в направлении, перпендикулярном направлению пучка. Направим ось  $Z$  вдоль нормали к границе раздела сред, совпадающей с плоскостью  $XY$ , а ось  $Y$  перпендикулярно плоскости падения. Вектор электрического поля в падающем пучке может быть представлен в виде суммы  $p$ - и  $s$ -компонент  $E = E_p + E_s$ , причем вектор  $E_p$  лежит в плоскости падения, а  $E_s$  перпендикулярен ей. Распределение поля в отраженном пучке при  $z = 0$  находится путем интегрирования его спектра  $E(k_x)$  по всем отраженным плоским волнам с различными углами падения в плоскости  $XZ$

$$E_\alpha^{(r)}(\mathbf{r}) = \int_{-k_1}^{k_1} r_\alpha(k_x) E_\alpha(k_x) \exp(-ik_x x) dk_x, \quad (6)$$



**Рис. 1.** Схема падения гауссова пучка и отраженной его части на границе раздела сред,  $I_{s,p}^i$  и  $I_{s,p}^r$  — интенсивности падающей и отраженных волн соответствующей поляризации.

где  $\alpha = p, s$ , а компоненты спектра двумерного гауссова пучка имеют вид [7]

$$E_{\alpha}(k_x) = \frac{E_{c\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \frac{w_x}{\cos \vartheta_0} \exp \left[ -\frac{w_x^2 (k_{x1} - k_x)^2}{4 \cos^2 \vartheta_0} \right]. \quad (7)$$

Здесь  $E_{c\alpha} = E_{0\alpha}(\rho_0/\rho_c) \exp[i \cdot \arctg(2z'/k_1\rho_0^2) - ik_1z']$  и введены следующие параметры пучка в плоскости отражения:  $\rho_c = \rho_0 \times \sqrt{1 + (2z'/k_1\rho_0^2)^2}$ ,  $\rho_0$  — ширина шейки пучка,  $z'$  — расстояние от шейки пучка до плоскости отражения;  $w_x^{-2} = \rho_c^{-2} + ik_1/2R_c$ ;  $R_c = z' + (k_1\rho_0^2)^2/4z'$  — радиус кривизны пучка. Рассмотрение проводим для углов падения, удовлетворяющих условию  $\pi/2 - \vartheta_0 \gg \Theta$ , где  $\Theta = \lambda/\pi\rho_0$  — дифракционная расходимость пучка, при которой можно пренебречь продольной (в направлении распространения пучка) компонентой светового поля. Это условие выполняется в достаточно широком интервале углов падения, поскольку для световых пучков

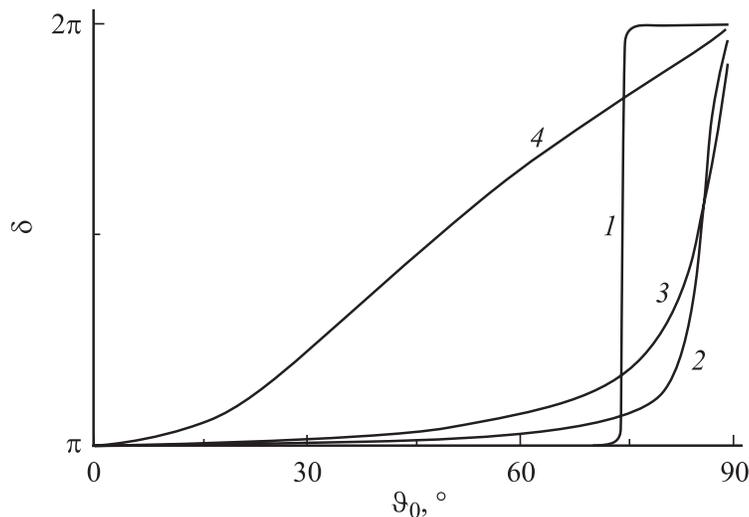


Рис. 2. Угловое распределение разности фаз  $\delta_r$  на частотах  $\omega_{1-4}$  (1–4).

длина волны  $\lambda \sim 1 \mu\text{m}$ , а ширина пучка  $\rho_0 > 10 \mu\text{m}$ . Его невыполнение может иметь место лишь в малой области углов при скользющем падении.

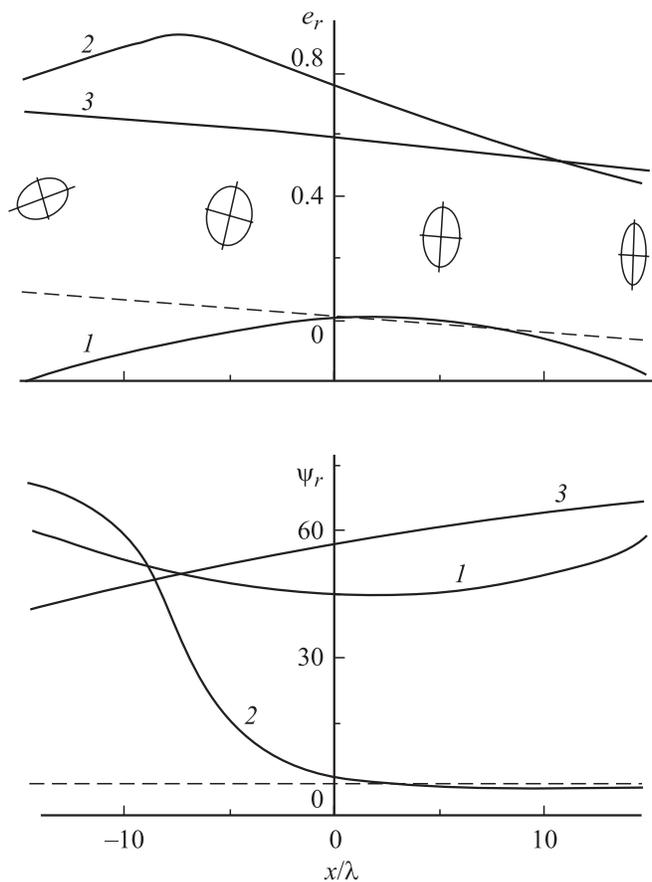
3. Для дальнейшего численного анализа выберем параметры отражающей среды соответствующими полупроводнику GaS [8]:  $\epsilon_0 = 5.8$ ,  $\epsilon_\infty = 5.3$ ,  $g/\omega_0 = 0.01$ . Фазы отраженных плосковолновых компонент пучка  $\varphi_{r\alpha}$  и соответственно их разность фаз  $\delta_r = \varphi_s - \varphi_p$  существенно зависят от частоты и угла падения. На рис. 2 представлено угловое распределение величины  $\delta_r$  на следующих четырех характерных частотах резонансной среды (кривые 1–4):  $\omega_1 = 0.7\omega_0$ , где показатель преломления  $n_2 = 3.595$ , а коэффициент экстинкции  $\kappa_2 = 0.007$ , т.е. практически отсутствует поглощение;  $\omega_2 = 0.995\omega_0$ , где показатель преломления достигает максимального значения  $n_2 = 11.357$ , а  $\kappa_2 = 4.414$ ;  $\omega_3 = 1.005\omega_0$ , на которой максимален коэффициент экстинкции  $\kappa_2 = 10.611$ , а показатель преломления  $n_2 = 4$ ;  $\omega_4 = 1.11\omega_0$ , где  $n_2 = 0.474$ ,  $\kappa_2 = 0.473$  и  $\epsilon'_2 = \text{Re}(\epsilon_2)$  близко к нулю. В области прозрачности среды разность фаз изменяется от значений  $\pi$  при

нормальном падении до  $2\pi$  при угле падения  $\vartheta_0 \rightarrow \pi/2$ , причем на угле Брюстера величина  $\delta_r$  меняется практически скачком от значений  $\pi$  до  $2\pi$  (частота  $\omega_1$ , кривая 1). При наличии поглощения зависимости  $\delta_r(\vartheta_0)$  становятся сглаженными, а значений  $\pi$  и  $2\pi$  разность фаз достигает только при  $\vartheta_0 = 0$  и  $\pi/2$  соответственно (кривые 2–4).

Распределение разности фаз  $\delta_r$  по сечению отраженного пучка в общем случае должно быть неоднородным, поскольку фазовые соотношения для плосковолновых компонент, имеющих различную отстройку по углу падения от центральной компоненты, различны. В области прозрачности для компонент, имеющих отстройку от центральной, величина  $\delta_r$  меняется весьма незначительно (за исключением углов падения, близких к углу Брюстера) и состояние поляризации можно считать постоянным по всему сечению отраженного пучка. В малой окрестности угла Брюстера происходит быстрое изменение коэффициента отражения  $p$ -волн, причем  $|r_p| \ll |r_s|$ , в связи с чем большая ось эллипса поляризации поворачивается к  $s$ -оси. На данных углах падения наблюдаются максимальные значения эллиптичности, но, поскольку интенсивность  $p$ -волн ничтожна, эти значения составляют  $e \sim 10^{-3}$  и отклонения поляризации пучка от линейной незначительны.

В области поглощения наиболее существенные изменения состояния поляризации по сечению отраженного пучка имеют место вблизи углов  $\vartheta_{0m}$ , отвечающих минимуму коэффициента отражения  $p$ -волн. Характер этих изменений существенно зависит от близости частоты падающего излучения к резонансной. Максимально быстро параметры поляризации изменяются в том случае, если коэффициент экстинкции  $\kappa_2$  и показатель преломления  $n_2$  являются величинами одного порядка, что имеет место на частоте  $\omega_4$ . Максимальные значения эллиптичности достигаются на углах падения, близких  $\vartheta_0 = 45^\circ$ .

На рис. 3 представлено распределение по сечению отраженного пучка параметров поляризации  $e_r$  и  $\psi_r$  на границе раздела сред при частоте падающего света  $\omega_4$ , отвечающей сильному поглощению, и азимутальном угле падающего пучка  $\psi_i = 45^\circ$ . Кривым 1–3 соответствуют углы падения  $\vartheta_0 = 0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ . Поскольку при падении под некоторым углом  $\vartheta_0$  геометрический центр пучка смещается на величину  $x_0 = z' \sin \vartheta_0$  относительно нормального падения ( $\vartheta_0 = 0$ ), то для иллюстрации распределений удобно все начала координат для разных  $\vartheta_0$  поместить в одну точку и рассматривать распределение в каждом случае относительно этой точки. Параметры пучка приняты



**Рис. 3.** Распределение параметров поляризации  $e_r$  и  $\psi_r$  по сечению отраженного пучка границей раздела сред на частоте  $\omega_4$ , углы падения  $\vartheta_0 = 0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  (1–3), и на частоте  $\omega_1$  (пунктир),  $\vartheta_0 = \vartheta_{0m} = 74^\circ$ .  $R_c = 1000\lambda$ ,  $\rho_0 = 10\lambda$ ,  $z' = 10\lambda$ ,  $\psi_i = 45^\circ$ .

следующими:  $R_c = 1000\lambda$ ,  $\rho_0 = 10\lambda$ ,  $z' = 10\lambda$ . Для сравнения приведены также соответствующие распределения при  $\vartheta_0 = \vartheta_{0m} = 74^\circ$  на частоте  $\omega_1$ , где поглощение практически отсутствует (пунктир). На этой частоте происходит наиболее сильное изменение азимутального

угла эллипса поляризации по сравнению с падающим, однако величина азимутального угла по всему сечению почти постоянна. Большая ось эллипса практически совпадает с  $s$ -осью ( $\psi_r \sim 1 \div 2^\circ$ ) и величина  $e_r$  по ширине пучка меняется от  $-0.1$  до  $0.1$ . Для иллюстрации в поле рисунка приведены эллипсы поляризации, соответствующие углу падения  $\vartheta_0 = 45^\circ$ , частоте  $\omega_4$  и точкам  $x = -14\lambda; -5\lambda; 5\lambda; 14\lambda$ . Можно видеть, что на данной частоте существенные изменения претерпевают как величина эллиптичности, так и азимутальный угол ( $\psi_r$  изменяется от  $60^\circ$  в точке  $x = -10\lambda$  до нуля при  $x = 10\lambda$ ). При других углах падения параметры поляризации изменяются более плавно (кривые 1, 3), но считать их постоянными по всему сечению отраженного пучка на данной частоте нельзя даже приближенно.

Следует отметить, что чем сильнее поглощение отражающей среды, тем шире минимум  $R_p$  и больше угловой интервал, где коэффициент отражения быстро изменяется с углом (на частоте  $\omega_1$ , отвечающей слабому поглощению, этот интервал составляет примерно  $\vartheta_{0m} \pm 4^\circ$ ), что необходимо учитывать при отражении реальных пучков, имеющих конечную ширину углового спектра.

Ввиду скалярного приближения при записи поля в гауссовом пучке проведенный анализ не учитывает вклада в интенсивность падающего и соответственно отраженного пучков продольной компоненты поля. Для двумерного пучка продольная компонента  $E_{||} \approx E_0 \sin(\Theta/2)$ . Для достаточно широких пучков угол дифракционной расходимости  $\Theta = \lambda/\pi\rho_0 \ll 1$  и  $|E_{||}| \approx |E_0|(\lambda/2\pi\rho_0)$ . Для используемых выше параметров  $\rho_0/\lambda = 10$ , поэтому  $|E_{||}|/|E_0| \sim 10^{-2}$ . Итак, вклад  $E_{||}$  в световое поле не может изменить общего характера распределения поляризационных параметров по сечению пучка.

Таким образом, распределение эллиптичности по сечению гауссова пучка, отраженного от резонансной среды, является существенно неоднородным, особенно вблизи углов падения, отвечающих минимуму коэффициента отражения  $p$ -волн. Максимальные значения эллиптичности достигаются при значительном поглощении отражающей среды, а именно узком интервале частот, больших резонансной частоты, которому отвечают меньшие единицы значения показателя преломления. Вдали от резонансной частоты для углов падения, не равных  $\vartheta_{0m}$ , неоднородность распределения является достаточно слабой и эллиптичность отраженного пучка можно считать постоянной по всему его сечению.

## Список литературы

- [1] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: 1970. 856 с.
- [2] Годин О.А. // ЖТФ. 1984. Т. 54. В. 11. С. 2094–2104; ЖТФ. 1985. Т. 55. В. 1. С. 17–25.
- [3] Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И.А. // ЖТФ. 1999. Т. 69. В. 4. С. 74–82.
- [4] Борисов С.Б., Дадоевкова Н.Н., Любчанский И.Л., Любчанский М.И. // Опт. и спектр. 1998. Т. 85. № 2. С. 246–252.
- [5] Иванов О.В., Семенов Д.И. // Опт. и спектр. 2002. Т. 92. № 3. С. 461–468.
- [6] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн: 2-е изд. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [7] Ярич А. Введение в оптическую электронику / Под ред. О.В. Богданкевича. М.: Высшая школа, 1983. 398 с.
- [8] Физические величины: Справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина и др. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.