01;12

Переходная характеристика нестационарного плазменного зонда с самосогласованным отрицательным электрическим зарядом

© В.А. Федоров

ОАО „Радиотехнический институт им. академика А.Л. Минца“, Москва
E-mail: f_v99@mail.ru

Поступило в Редакцию 24 августа 2005 г.

Определена зависимость плотности тока ионов от времени для плазменного зонда с отрицательным самосогласованным нестационарным зарядом, являющаяся его переходной характеристикой, аналогичной вольт-амперной характеристке зонда Лэнгмюра.

PACS: 52.70.-m

Зонды Лэнгмюра с отрицательным потенциалом смещения $\varphi_0(t) < 0$ наиболее часто используются для диагностики нестационарной плазмы [1]. Чтобы уменьшить возмущения плазмы, $\varphi_0(t)$ прикладывают ступенчато от $\varphi_0(0) = 0$ до $\varphi_0(0) = \text{const} < 0$, а затем сохраняют его значение либо меняют по заданному закону, оставляя $\varphi_0(t) < 0$. В представленной работе изучается самосогласованное движение [2] ионов в окрестности отрицательно заряженного зонда и изменение величины его заряда $Q_0(0) < 0$. Главные отличия данной задачи от задач, решенных в теории зондов Лэнгмюра [1,3–8], состоят в том, что: а) изменение $Q_0(0)$ не задано заранее, а зависит от тока ионов на его поверхность и определяется из решения задачи; б) аналитически получены точные самосогласованные решения нелинейной системы гидродинамики ионов с нестационарными поглощающими краевыми условиями, а не численными методами.

Рассмотрим электрически изолированный зонд с характерным размером R_0 и проводящей поверхностью S_0, помещенный в плазму, для которой выполнены соотношения

$$\lambda \gg R_0 \geqslant D. \tag{1}$$

Здесь λ — средняя длина свободного пробега частиц в плазме, D — радиус Дебая. При $t = 0$ на S_0 за время $t \sim T$, где T — плазменный период, возникает заряд $Q_0(0) < 0$ такой величины, что [8]

$$\varphi_0(0) < 3 \div 5\,\frac{k}{e}\,T^0_{e,i}, \qquad \lambda \gg R_c = R_0 + \Delta, \quad \Delta \geqslant D, \tag{2}$$

где k — постоянная Больцмана, $T^0_{e,i}$ — температуры электронов и ионов невозмущенной плазмы, e — заряд электрона, R_c — радиус пространственного заряда, Δ — размер возмущенной области плазмы. В этом случае концентрация электронов плазмы в слое Δ экспоненциально мала [5–7], поэтому считаем, что при $t = 0$ все электроны без запаздывания покидают слой Δ.

Пусть заряд ионов $Q_i(R, 0)$ в слое Δ таков, что справедливо равенство

$$Q_0(0) + Q_i(R, 0) = 0. \tag{3}$$

Здесь $Q_i(R, t)$ — непрерывная функция в объеме ионного слоя V,

$$Q_0(0) = \int\limits_{S_0} \sigma_0\, dS, \qquad Q_i(R, 0) = \int\limits_{V} |e|\, n_i\, dV, \tag{4}$$

σ_0 — поверхностная плотность $Q_0(0)$, n_i — концентрация ионов. Считая движение ионов одномерным и используя выражения (4), равенство (3) представим следующим образом:

$$\sigma_0(t) R_0^{\hat{e}} + |e| \int\limits_{R_0}^{R_c} n_i(R, t)\, R^{\hat{e}}\, dR = 0, \tag{5}$$

где $\kappa = 0, 1, 2$ для случая плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно, $R_0 \leqslant R \leqslant R_c$. Заметим, что равенства (3), (5) представляют собой интеграл движения.

Если выполнены неравенства (1), (2), то реализуется молекулярный режим течения ионов без столкновений или с небольшой частотой столкновений $\nu_i = \text{const}$ [1,8], а отношение скорости ионов $\upsilon_i(R, t)$ к их тепловой скорости $\upsilon_{iT_i^0} = -\sqrt{2kT_i^0/m_i}$ много больше единицы. Отсюда имеем

$$\omega_{0i}/\nu_i \gg 1, \quad \upsilon_i(R, t)/\upsilon_{iT_i^0} \gg 1. \tag{6}$$

Здесь m_i — масса иона, $\omega_{0i}=\sqrt{4\pi e^2 n_i^0/m_i}$, $n_i^0=\text{const}$ — невозмущенная концентрация ионов плазмы. Поэтому для исследования динамики ионов воспользуемся системой уравнений гидродинамики холодной плазмы [9], которую в одномерном случае запишем в виде

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial R}+\nu_i v_i=\frac{|e|}{m_i}E, \tag{7}$$

$$\frac{1}{R^{\hat{e}}}\frac{\partial}{\partial R}(R^{\hat{e}}E)=4\pi|e|\,n_i, \tag{8}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}=-4\pi|e|\,n_i v_i. \tag{9}$$

Здесь $E(R,t)=E_0(R,t)+E_i(R,t)$ — напряженность электрического поля зарядов $Q_0(t)$ и $Q_i(R,t)$.

Решения системы (7)–(9) для $t(R_*,R)$ и плотности тока ионов $j_i(R_*,R)$, где $R_0\leqslant R_*\leqslant R_c$, с граничными электродинамическими условиями на проводящей поглощающей поверхности зонда [10] в случае $\nu_i=0$, $\kappa=2$ (сферическая симметрия) и $n_i(R_*,0)=n_i^0$, представим в виде (см. [2])

$$t(R_*,R)=\frac{1}{\omega_{0i}}\left(\frac{R}{R_*}\sqrt{\frac{R_*}{R}-1}+\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{R_*}{R}-1}\right)\Big/\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{R_c^3}{R_*^3}-1\right)}, \tag{10}$$

$$j_i(R_*,R)=-\frac{|e|n_i^0\omega_{0i}R_*\left(1-\frac{R_*^3}{R_c^3}\right)\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{R_c^3}{R_*^3}-1\right)\left(\frac{R_*}{R}-1\right)}}{1-\frac{R_*^3}{R_c^3}+\frac{3}{2}\left(\frac{R}{R_*}\sqrt{\frac{R_*}{R}-1}+\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{R_*}{R}-1}\right)\frac{R}{R_*}\sqrt{\frac{R_*}{R}-1}}\,\frac{R_*^3}{R^3}. \tag{11}$$

Определим промежуток времени $t(\theta)$, спустя который $|Q_0(0)|$ уменьшится в $\theta>1$ раз, и найдем $j_i(\theta)$ для построения функции плотности ионного тока на зонд $j_i(R_0,t)$. Таким образом,

$$Q_0(0)=\theta Q_0(t)=\theta\big[Q_0(0)+Q_i(R_*,R_0)\big], \tag{12}$$

где $Q_0(0)=-Q_i(R,0)=(4/3)\pi e n_e^0(R_c^3-R_0^3)$, $Q_i(R_*,R_0)=(4/3)\pi|e|\times$ $\times n_e^0(R_*^3-R_0^3)$. Из (12) следует

$$R_*=R_0\sqrt[3]{\frac{1}{\theta}+\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{R_c^3}{R_0^3}}\equiv R_0\,a. \tag{13}$$

Подставляя выражение (13) и $R = R_0$ (см. (12)) в (10), (11), получим

$$t(\theta) = \frac{1}{\omega_{0i}}\left(\frac{\sqrt{a-1}}{a} + \operatorname{arctg}\sqrt{a-1}\right) \Big/ \sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{a^3}\frac{R_c^3}{R_0^3} - 1\right)}, \qquad (14)$$

$$j_i(\theta) = -\frac{|e|n_i^0\omega_{0i}R_0\left(1 - a^3\frac{R_0^3}{R_c^3}\right)\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{a^3}\frac{R_c^3}{R_0^3} - 1\right)(a-1)}}{1 - a^3\frac{R_0^3}{R_c^3} + \frac{3}{2}\left(\frac{\sqrt{a-1}}{a} + \operatorname{arctg}\sqrt{a-1}\right)\frac{\sqrt{a-1}}{a}}\, a^4, \qquad (15)$$

Зависимость $j_i(R_0, t)$ выразить в явном аналитическом виде невозможно, поэтому представим ее в виде данных таблицы. Для этого поставим во взаимно однозначное соответствие величины $j_i(\theta)$ и $t(\theta)$, задавая значения θ, а также определим R_*, заключенный в интервале $R_0 \leqslant R_* < R_c$, из (13). При этом запишем параметры и функции в безразмерном виде: $\rho = R_0/D$, $R = R_*/R_0$, $\tau = t(R_*, R_0)\omega_{0i}$, $J = j_i(R_*, R_0)/j_{iB}$, где $j_{iB} = |e|n_i^0 v_{iT_i^0}$. Вычисления проведем для $e\varphi_0(0)/kT_i^0 = 16$ [7] (см. (2)). В качестве параметров среды примем [11]: ион O^+, $m_{iO^+} \approx 2.66 \cdot 10^{-23}$ g, $n_i^0 = 10^6(10^4)\,\mathrm{cm}^{-3}$, $T_e^0 \approx T_i^0 \approx 1200\,\mathrm{K}$. Величина Δ определялась в соответствии с (3) или (5) после задания $Q_0(0)$ и $n_i(R_*, 0)$. Результаты приведены в таблице.

θ	$n_i^0 = 10^4\,\mathrm{cm}^{-3}$ $(\rho = 1, \Delta/R_0 \gg 1)$			$n_i^0 = 10^6\,\mathrm{cm}^{-3}$ $(\rho = 10, \Delta/R_0 \ll 1)$		
	R	τ	J	R	τ	J
1	1	0	0	1	0	0
1.01	1.20	0.14	1.85	1.01	0.20	0.26
1.5	2.77	1.25	22.34	1.06	0.62	0.92
2	3.16	1.82	24.00	1.09	1.47	1.55
10	3.82	6.08	1.71	1.13	3.16	0.14
20	3.88	8.60	0.60	1.15	4.47	$0.47 \cdot 10^{-1}$
50	3.93	13.60	0.15	1.16	7.07	$1.19 \cdot 10^{-3}$
$\theta \to \infty$	$R \to R_c/R_0 = 3.95$	$\tau \to \infty$	$J \to 0$	$R \to R_c/R_0 = 1.17$	$\tau \to \infty$	$J \to 0$

Из рассмотрения данных таблицы видно, что J имеет максимум, как для $\rho = 1$, так и для $\rho = 10$, а из решений следует, что J проходит через максимум при любой величине ρ. Если $\tau \to \infty$, то $J \to 0$, т. е.

поведение J носит асимптотический характер. В случае $\theta \geqslant 10$ отношение $\delta = \tau(\rho = 1)/\tau(\rho = 10) \approx 1.92$. Определяя время уменьшения $|Q_0(0)|$, например, в $\theta = 10$ раз, получим $t(\rho = 1) \approx 1.84 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}$ и $t(\rho = 10) \approx 0.96 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$, что намного больше времени установления равновесного состояния или начальных условий $10^{-9} \leqslant t \leqslant 10^{-6}\,\mathrm{s}$ [8]. Таким образом, систему отрицательно заряженный зонд–слой ионов, при выполнении (3), можно считать „долгоживущим“ плазменным образованием.

Список литературы

[1] *Shih C.H., Levi E.* // AIAA Journal. 1972. V. 10. N 1. P. 104–110.
[2] *Федоров В.А.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 9. С. 58–62.
[3] *Langmuir I., Mott-Smith H.M.* // Phys. Rev. 1927. V. 28. P. 727–763.
[4] *The Characteristics* of Electrical Discharges in Magnetic Fields / Ed. by A. Guthrie and R. Wakerling, N.Y., 1949.
[5] *Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П.* Искусственные спутники в разреженной плазме. М.: Наука, 1964. 382 с.
[6] *Козлов О.В.* Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969. 292 с.
[7] *Алексеев Б.В., Котельников В.А., Новиков В.Н.* // ТВТ. 1980. Т. 18. № 5. С. 1062–1065.
[8] *Алексеев Б.В., Котельников В.А.* Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 240 с.
[9] *Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А.* Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1970. 208 с.
[10] *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.
[11] *Гуревич А.В., Шварцбург А.Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 272 с.