

01;03

Периодические и хаотические режимы электроконвекции жидкого диэлектрика в горизонтальном конденсаторе

© В.А. Ильин, Б.Л. Смородин

Пермский государственный университет

E-mail: smorodin@psu.ru

Поступило в Редакцию 3 декабря 2004 г.

На основе маломодовой модели исследованы электроконвективные колебания неравномерно нагретой диэлектрической жидкости в переменном электрическом поле горизонтального конденсатора. Рассмотрены произвольные частоты и амплитуды электрического поля и определена нелинейная динамика конвективных структур, возникающих благодаря параметрической неустойчивости. Найдено два класса синхронных электроконвективных колебаний, исследованы конкуренция и гистерезис этих режимов. Средний теплоток через конденсатор в одном режиме в два с половиной раза превышает теплоток в другом. Показано, что переход к хаотическим колебаниям происходит либо через квазипериодичность, либо из равновесия. В пространстве параметров найдены границы существования областей с различными типами поведения диэлектрика.

Неоднородный нагрев жидких диэлектриков, находящихся в электрическом поле, может приводить к возникновению конвективного движения [1]. Известно, что в невесомости и при нагреве сверху конвекция Рэлея–Бенара не возникает. Неустойчивость жидкого диэлектрика в этих случаях связана с другими причинами, например, с действием диэлектрофоретической силы, связанной с неоднородной поляризацией среды [2]. Действие электрических полей на движение жидкости используется для прямого преобразования энергии электрического поля в кинетическую энергию потока жидкости (электрогидродинамические преобразователи энергии). Еще одно техническое приложение связано с возможностью управлять теплопереносом в высоковольтных устройствах.

Существенное влияние на интенсивность конвекции и теплоток оказывают модулированные тепловые или магнитные поля произволь-

ной амплитуды и частоты [3,4]. Существует и другой способ динамического воздействия на конвективные движения жидкого диэлектрика. Применение переменных электрических полей конечной частоты позволяет резонансно возбуждать электроконвекцию [5], что важно для разработки различного рода технологий и устройств с применением электрического поля.

В настоящей работе изучены нелинейные колебательные режимы электроконвекции в идеальном диэлектрике, находящемся в переменном электрическом поле горизонтального конденсатора, толщина которого h , а границы нагреты до различных температур: $T(-h/2) = \Theta$; $T(h/2) = 0$. Потенциал верхней границы равен нулю, потенциал нижней изменяется со временем: $\varphi(-h/2) = U \cos(2\pi\bar{\nu}t)$ — с периодом t_f , частотой $\bar{\nu}$ и амплитудой напряжения U . Будем считать, что диэлектрическая проницаемость ε — линейная функция температуры: $\varepsilon = \varepsilon_0(1 - \beta_\varepsilon T)$, с положительным коэффициентом β_ε .

Если напряжение на обкладках конденсатора не превосходит определенного предельного значения, то влияние инжекции зарядов на движение диэлектрика пренебрежимо мало [6]. Система уравнений электроконвекции жидкого диэлектрика в гравитационном и электрическом полях в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{P} (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} &= -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{v} + \text{Ra}T\mathbf{e} - \frac{R'_\varepsilon}{2} E^2 \nabla \varepsilon, \\ P \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T &= \nabla^2 T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \text{div } \varepsilon \mathbf{E} = 0, \\ \mathbf{E} &= -\nabla \varphi, \quad \mathbf{e} = (0, 0, 1), \quad \varepsilon = 1 - S_\varepsilon T, \end{aligned} \quad (1)$$

где $p, \mathbf{v}, \varphi, \mathbf{E}, T$ — поля давления, скорости, потенциала, напряженности электрического поля и температуры. $\text{Ra} = g\beta\Theta h^3 \rho / \eta \chi$ — число Рэлея (случай $\text{Ra} < 0$ соответствует нагреву сверху), $R'_\varepsilon = \varepsilon_0 U^2 / \eta \chi$ — диэлектрофоретический аналог числа Галилея, $P = \eta / \chi \rho$ — число Прандтля, $\nu = \rho \bar{\nu} h^2 / \eta$ — безразмерная частота модуляции, $S_\varepsilon = \beta_\varepsilon \Theta$ — параметр, характеризующий степень неоднородности диэлектрической проницаемости (ρ, η, χ, β — плотность жидкости, коэффициенты вязкости, температуропроводности, теплового расширения, g — ускорение свободного падения). Зависимость диэлектрической проницаемости жидкости от температуры — слабая ($\beta_\varepsilon \sim 10^{-2} - 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$), и

можно пренебречь пространственной неоднородностью электрического поля в уравнении движения [1]. Квазиравновесие характеризуется следующим образом $\mathbf{v}_0 = 0$, $T_0 = 1/2 - z$, $\varphi_0 = (1/2 - z) \cdot \cos(\omega t)$, $E_0 = \cos(\omega t)$.

Исключим из системы (1) электрическое поле и ограничимся рассмотрением двумерных движений, записывая функцию тока ψ , и отклонение температуры ϑ от равновесного значения T_0 в виде

$$\psi = A \sin k\pi x \cos \pi z, \quad \vartheta = B \cos k\pi x \cos \pi z + C \sin 2\pi z. \quad (2)$$

Для амплитуд этих мод $X \sim A$, $Y \sim B$, $Z \sim C$ получим аналог системы дифференциальных уравнений Лоренца [7] с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -\text{Pr}X + (r + e \cos^2 2\pi vt)Y, \\ \dot{Y} &= -Y + X - XZ, \\ \dot{Z} &= -bZ + XY, \quad b = \frac{4}{1+k^2}, \quad r = \frac{\text{Ra}}{\text{Ra}_0}, \quad e = \frac{\text{Ra}_e}{\text{Ra}_{e0}}, \\ \text{Ra}_e &= R'_e S_e^2, \quad \text{Ra}_0 = \frac{\pi^4(1+k^2)^3}{k^2}, \quad \text{Ra}_{e0} = \frac{\pi^4(1+k^2)^4}{k^4}, \end{aligned} \quad (3)$$

где r и e — нормированные тепловое и электрическое числа Рэлея; b — геометрический параметр; Ra_0 , Ra_{e0} — критические числа, при которых начинается термогравитационная [8] или диэлектрофоретическая [9] конвекция соответственно.

Границы резонансных областей диэлектрофоретической конвекции при нагреве сверху получены в [10], где было показано, что субгармонические возмущения отсутствуют, а синхронные возмущения делятся на два различных класса: $H1$, $H2$. Для возмущений, принадлежащих этим классам, на пороге устойчивости выполняются следующие соотношения при сдвиге на половину периода:

$$\begin{aligned} t \rightarrow t + \pi/\omega; \quad \psi &\rightarrow -\psi; \quad \vartheta \rightarrow -\vartheta; \quad \varphi \rightarrow \varphi \quad (H1); \\ \psi &\rightarrow \psi; \quad \vartheta \rightarrow \vartheta; \quad \varphi \rightarrow -\varphi \quad (H2), \end{aligned} \quad (4)$$

где φ — отклонение потенциала от равновесного значения φ_0 .

Карта режимов электроконвекции на плоскости период–амплитуда модуляции для случая подогрева сверху ($r = -10$) в поле тяжести

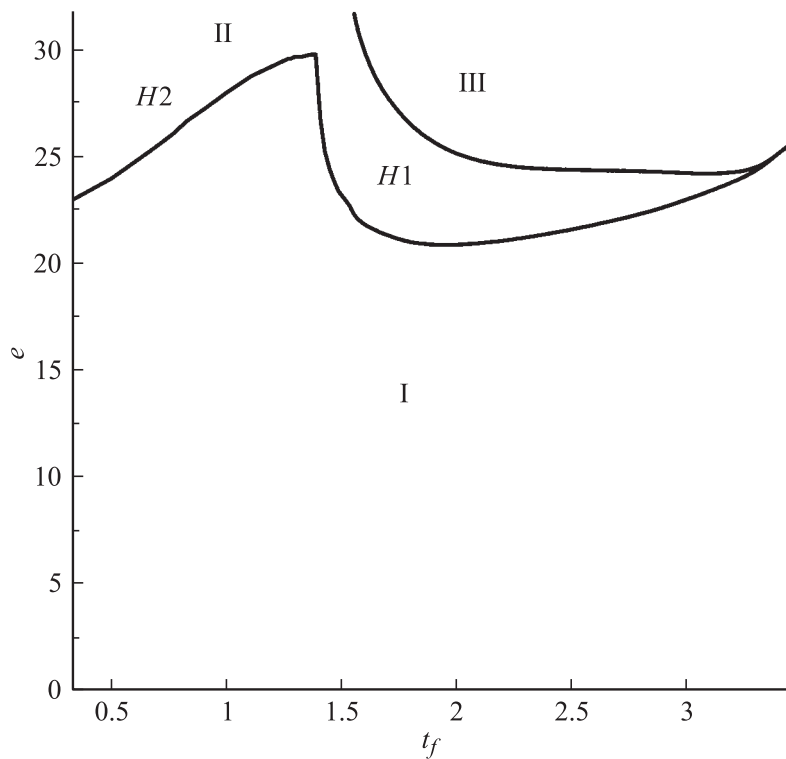


Рис. 1. Карта режимов на плоскости период модуляции–электрическое число Рэлея в случае нагрева слоя сверху ($r = -10$): I — равновесие, II — периодические колебания, III — хаотический режим.

представлена на рис. 1. В области I все возмущения затухают — диэлектрическая жидкость находится в механическом равновесии. В области II параметрически возбуждаются периодические колебания. Функция тока ψ периодически меняется со временем в соответствии с законом (4), а отклонения от равновесных значений температуры ϑ и электрического потенциала φ из-за нелинейного по амплитудам X, Y, Z взаимодействия отличаются от (4). При росте амплитуды (с приближением к верхней границе области II, рис. 1) в спектрах Фурье, характеризующих

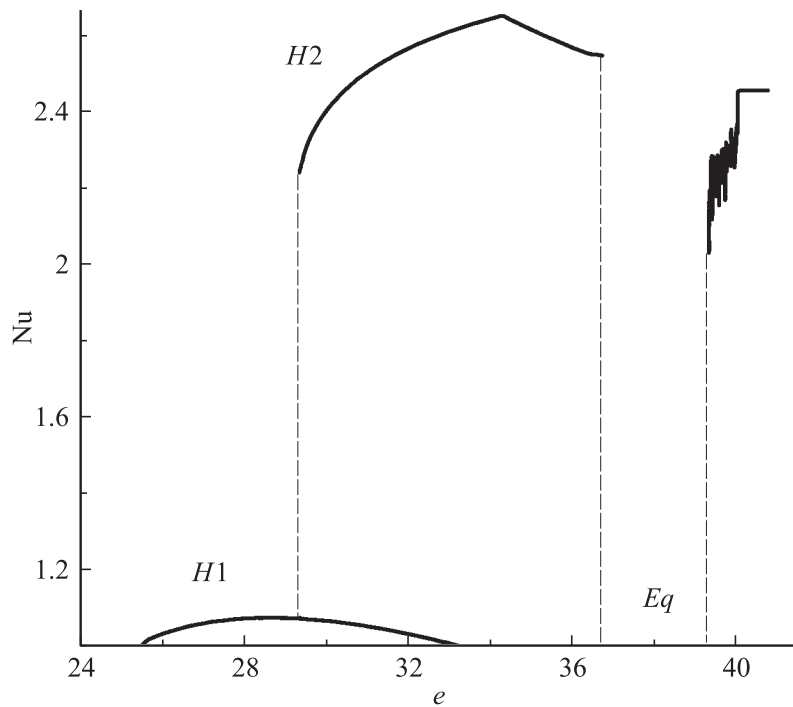


Рис. 2. Зависимость теплопотока (числа Нуссельта) через конденсатор от амплитуды поля e при $\nu = 0.7$ ($t_f = 1.43$).

колебания функции тока, проявляются несоизмеримые частоты, если период внешнего поля $t_f < 3.3$. Вблизи нижней границы области III наблюдаются хаотические колебания. Таким образом, переход к хаосу в этом случае происходит через квазипериодичность. В области $t_f > 3.3$ переход к хаосу происходит из равновесия: ниже границы областей I–III хаотические колебания затухают.

Для характеристики интенсивности теплопереноса через конденсатор использовалось число Нуссельта Nu — среднее по времени значение безразмерного теплопотока, приходящееся на единицу горизонтальной границы конденсатора. Вычисления показали, что для колебаний класса $H1$ число Нуссельта близко к единице, для возмущений клас-

са $H2$ приблизительно в два с половиной раза больше. На рис. 2 приведен график числа Нуссельта от амплитуды поля e для периода внешнего поля $t_f = 1.43$ (на границе областей $H1$ и $H2$). Из графика видно, что с ростом надкритичности при $e = 25.5$ мягко рождается конвективный режим класса $H1$, число Нуссельта растет, немного превышая единицу: $Nu_{\max} = 1.08$. Резкое увеличение теплопотока $Nu_{\max} = 2.65$ в интервале амплитуд поля $29.3 < e < 36.7$ связано с переходом к режиму класса $H2$, рождающемуся жестким образом. В области $29.3 < e < 33$ происходит конкуренция режимов $H1$, $H2$. В зависимости от начального состояния системы могут возникать колебания разных типов и гистерезисные переходы между ними при изменении амплитуды поля. Другой тип конкуренции режимов поведения диэлектрика: колебаний класса $H2$ и равновесия Eq , реализуется в области $33 < e < 36.7$. В интервале амплитуд $36.7 < e < 39.3$ в диэлектрике возможно только равновесие (Eq). Дело в том, что в отсутствие электрического поля жидкость, нагреваемая сверху ($r = -10$) находится в состоянии сильной устойчивости. Переменное поле может параметрически возбудить неустойчивость только в резонансных областях, характеризующихся определенной амплитудой и частотой. Выход из области резонанса связан с затуханием возмущений и равновесием жидкости — переменное поле не способно возбудить электроконвекцию.

При дальнейшем увеличении степени надкритичности появляется область хаотических колебаний ($e > 39.3$), внутри которой расположены окна периодичности. Первое из них лежит в интервале амплитуд поля $40 < e < 40.8$ (рис. 2).

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 03–01–00327) и гранта CRDF (PE–009–0).

Список литературы

- [1] *Turnbull R.J., Melcher J.R.* // Phys. Fluids. 1969. V. 12. N 6. P. 1160–1166.
- [2] *Ландау Л.Д., Ли́фшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [3] *Смородин Б.Л.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 120(6). С. 1421–1429.
- [4] *Shliomis M.I., Smorodin B.L., Kamiyama S.* // Philosophical Magazine. 2003. V. 83. N 17–18. P. 2139–2153.

- [5] *Сморodin Б.Л.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 24. С. 79–84.
- [6] *Жданов С.А., Косвинцев С.Р., Макарихин И.Ю.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117(2). С. 398–406.
- [7] *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн.: М.: Наука, 1984.
- [8] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [9] *Roberts P.H.* *Quart.* // J. Mech. Appl. Math. 1969. V. 22. P. 211.
- [10] *Smorodin B.L., Velarde M.G.* // J. Electrostat. 2001. V. 50/3. N 3–4. P. 205–226.