

10

Критерии оптимизации параметров многопучковой схемы кильватерного ускорения

© И.Л. Шейнман, А.Д. Канарейкин

С.-Петербургский государственный электротехнический университет
E-mail: isheinman@yandex.ru

Поступило в Редакцию 2 ноября 2004 г.

Предложены критерии оптимизации схем кильватерного ускорения в структурах с диэлектрическим заполнением, направленные на повышение эффективности передачи энергии ускоряемым электронным сгусткам от генераторных при одновременном увеличении градиентов ускоряющего поля. Предлагается использовать многомодовую ускорительную структуру, возбуждаемую специальным образом профилированной последовательностью коротких электронных сгустков. Такая схема должна обеспечить одновременный рост кильватерных полей наряду с максимизацией коэффициента трансформации энергии по отношению к традиционной линейной ускорительной схеме.

Технология диэлектрического кильватерного ускорения (ДКУ) электронов, основанного на эффекте Вавилова—Черенкова, является одним из наиболее перспективных направлений создания высокоградиентных структур современных линейных ускорителей, которое интенсивно исследовалось на протяжении последних лет [1–10]. Основным элементом диэлектрической волноводной структуры является цилиндрический металлический волновод, заполненный внутри диэлектриком с вакуумным каналом вдоль оси. Короткий (1...4 mm) ведущий электронный сгусток с большим зарядом (20...100 nC) при пролете по вакуумному каналу генерирует „кильватерную“ моду черенковского излучения TM_{01} с продольным электрическим полем. Следующий за ним с задержкой, подбираемой из требования согласования с ускоряющей фазой кильватерного поля, сгусток высоких энергий, но с малым зарядом, ускоряется этим полем до энергий (0.1...1) GeV [1–3]. Данный принцип ускорения был успешно продемонстрирован в экспериментах в Аргонной Нацио-

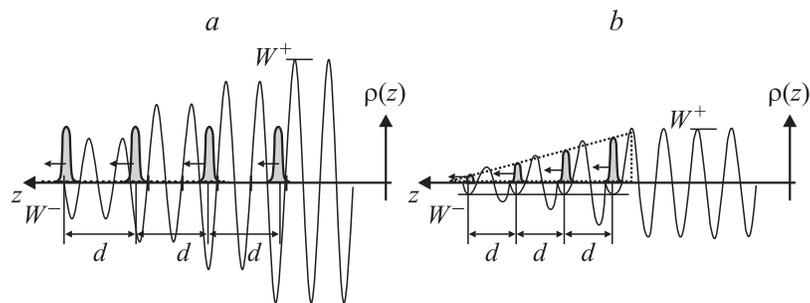


Рис. 1. Многопучковые схемы ускорения: *a* — FBT-схема, максимизирующая ускоряющее поле E^+ ; *b* — RBT-схема, максимизирующая трансформационное отношение R .

нальной лаборатории США на ускорителе AWA (Argonne Wakefield Accelerator) [1].

Наиболее критическими моментами для ДКУ являются повышение коэффициента трансформации энергии R и увеличение ускоряющего кильватерного поля E^+ — параметров, показывающих эффективность процесса ускорения [4–7]. R определяется как отношение максимального приращения энергии электронов в ведомом сгустке к максимальной убыли энергии электронов ведущего (генераторного) сгустка.

Традиционно для ДКУ предлагается использовать коллинеарную схему, в которой ускоряемый и ведущий сгустки проходят по одной оси. Однако для всех коллинеарных устройств суммарное увеличение энергии сгустка ограничено. В соответствии с „кильватерной теоремой“ [6] электроны ускоряемого сгустка в этом случае не могут увеличить свою энергию более чем на удвоенную величину энергии электронов ведущего сгустка. Соответственно для ускорителя, где сгустки движутся вдоль одной линии (и для случая симметричного ведущего сгустка), величина $R \leq 2$.

На рис. 1, *a, b* представлены многосгустковые схемы, направленные на повышение коэффициента трансформации энергии и увеличение ускоряющего кильватерного поля. Для обеспечения $R > 2$ в схеме, предложенной в [8,9], формируется треугольный профиль цепочки гауссовых сгустков с периодом последовательности d (Ramped Bunch Train — RBT, рис. 1, *b*). Заряды в цепочке профилированы так, что первый

сгусток в последовательности обладает наименьшим зарядом, а последний — наибольшим (пунктирная линия на рис. 1, *b*). Из рис. 1, *b* видно, что все четыре ведущих сгустка в цепочке испытывают воздействие одинакового по амплитуде относительно небольшого тормозящего поля. Высокая эффективность передачи энергии от цепочки ведущих сгустков к полю в RBT-методе обеспечивается ценой повышения расстояния, требуемого для пролета ведущих сгустков.

Другая схема с плоским профилем последовательности сгустков (Flat Bunch Train — FBT, рис. 1, *a*) используется для увеличения ускоряющего поля. Она основана на когерентной интерференции полей сгустков в цепочке. Тормозящие поля, действующие на ведущие сгустки, быстро нарастают с ростом номера сгустка в цепочке (рис. 1, *a*), однако расстояние, на котором происходит отбор энергии, невелико.

Наличие поперечных отклоняющих полей вносит существенные коррективы в выбор и организацию ускорительной схемы. Анализ поперечной динамики последовательностей сильноточных сгустков показывает определяющее влияние радиального отклонения пучка на ограничение длины пролета l сгустков в волноводе [3,10]. При его превышении под действием отклоняющих сил пучок садится на стенку волновода и дальнейшее ускорение становится невозможным. Тем самым поперечные неустойчивости ограничивают возможность извлечения энергии из цепочки ведущих сгустков.

Таким образом, возникает задача о выборе и оптимизации ускорительной схемы, исходя из заданной длины секции ускорителя. Критерием эффективности схемы в этом случае является максимизация энергии $\Delta W^+ = \int eE^+ dl$, передаваемой ускоряемому сгустку при пролете ведущими сгустками секции ускорителя. При соблюдении условия нахождения ускоряемого сгустка в максимуме ускоряющего кильватерного электрического поля ее можно найти как $\Delta W^+ = eE^+ l$. С другой стороны, эту же энергию можно определить через тормозящее поле $\Delta W^+ = \int eRE_m^- dl = eRE_m^- l$, где E_m^- — модуль наибольшего тормозящего поля, действующего на ведущие сгустки.

Максимальное значение ΔW^+ достигается на основе одновременной максимизации двух параметров: R и E_m^- . При достаточно большой энергии ведущих сгустков, удовлетворяющей условию $W_d \gg m_0 c^2 \sqrt{l/\lambda}$, наибольшее тормозящее поле может быть найдено из условия наиболее полного возможного расходования ведущими сгустками энергии $E_m^- \approx \alpha W_d / (el)$, где W_d — стартовая энергия частиц ведущих сгустков,

m_0 — масса покоя электронов, c — скорость света, λ — длина кильватерной волны. Коэффициент α лежит в диапазоне $0.2 \dots 0.9$ и обуславливает долю энергии ведущих сгустков, которую возможно передать в данном эксперименте кильватерному полю. Он определяется величиной отклоняющих полей, порождающих поперечные неустойчивости пучка, точностью ввода пучка в осевой канал кильватерного волновода и качеством фокусирующей системы ускорителя.

При определенном, исходя из длины секции ускорителя, наибольшем тормозящем поле, данных стартовой энергии и максимально достигнутом заряде ведущих сгустков задача о выборе ускорительной схемы сводится к нахождению оптимального способа построения цепочки сгустков на основе максимизации трансформационного коэффициента R .

Рассмотрим систему зарядов, состоящую из N ведущих сгустков с зарядами q_1, q_2, \dots, q_N , находящихся на расстояниях d_1, d_2, \dots, d_{N-1} друг от друга, и одного ведомого сгустка с зарядом $q \ll q_i$, расположенного на расстоянии d за последним ведущим сгустком. Поле, действующее на j -й сгусток, равно $E_j = \sum_{i \leq j} q_i f(\Delta \xi_{i,j})$, где $\Delta \xi_{i,j}$ — расстояние между i и j сгустками, f — функция, описывающая структуру поля, создаваемого в волноводной структуре единичным зарядом.

Математическое моделирование продольного кильватерного поля в диэлектрической структуре, возбуждаемой осевым распределением тока в приближении одиночного сгустка, проведено на основе аналитической теории [5]. Используемые в экспериментах сгустки в большинстве случаев описываются нормальным законом распределения заряда в пространстве. Поле гауссова сгустка можно определить, взяв интеграл-свертку поля точечного заряда с распределением заряда в сгустке:

$$f(\xi) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\Psi_{E_{zn}}(f_n, r) \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp\left(\frac{-s^2}{2\sigma^2}\right) \cos(k_{zn}(s-\xi)) ds \right), & |\xi| \leq 3\sigma, \\ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{E_{zn}}(f_n, r) \exp\left(\frac{-k_{zn}^2 \sigma^2}{2}\right) \cos(k_{zn}\xi), & |\xi| > 3\sigma, \end{cases}$$

где σ характеризует среднеквадратическую длину сгустка; $\xi = z - Vt$ — расстояние за сгустком; $k_{zn} = \omega_n / \beta c$ — продольная компонента волнового вектора кильватерной волны; ω_n — собственные частоты волновода, зависящие от его геометрических размеров и диэлектрических

свойств; $\Psi_{E_n}(\omega_n, r)$ — коэффициенты ряда, зависящие от геометрии, диэлектрической проницаемости волновода и начального положения сгустка.

Введем обозначения: $a_0 = f(0)$, $a_{ij} = f\left(\sum_{k=i}^{j-1} d_k\right)$, $a_{i,N+1} = f\left(d + \sum_{k=i}^{j-1} d_k\right)$, $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, N$. Тогда тормозящие поля, действующие на ведущие сгустки, будут иметь вид $E_j^- = \sum_{i=1}^j q_i a_{ij}$, а поле, ускоряющее ведомый сгусток, $E^+ = \sum_{i=1}^N q_i a_{i,N+1} + qa_0 \approx \sum_{i=1}^N q_i a_{i,N+1}$.

Величина заряда ведущих сгустков в эксперименте ограничена техническими возможностями ускорительной установки и не может превышать некоторого определенного значения максимального заряда Q_m . Суммарный заряд цепочки ведущих сгустков также ограничен величиной $Q_S \leq NQ_m$. Таким образом, задача оптимизации распределения заряда ведущих сгустков в многопучковой схеме ускорения заключается в максимизации линейной формы E^+ при соблюдении ограничений

$$0 \leq |E_j^-| \leq E_m^-, \quad 0 \leq q_i \leq Q_m, \quad \sum_{i=1}^N q_i \leq Q_S. \quad (1)$$

Основанная на когерентной интерференции полей ведущих сгустков, FBT-схема используется для максимизации ускоряющего поля, действующего на ведомый сгусток (рис. 1, а). В то же время в этой схеме максимальное тормозящее поле, испытываемое последним ведущим сгустком, также достигает своего наибольшего значения.

В связи с этим для уменьшения максимального тормозящего поля и одновременного получения наибольшего ускоряющего поля в модифицированной FBT-схеме (FBTM) необходимо выбрать $q_N = Q_m$ и уменьшать в соответствии с ограничениями (1) заряды предшествующих ведущих сгустков. Тогда $E^+ = Q_m a_{N,N+1} + \sum_{i=1}^{N-1} q_i a_{i,N+1}$, а условия, налагаемые на заряды предшествующих ведущих сгустков, сводятся к выполнению неравенств $\sum_{i=1}^{N-1} q_i a_{i,N} \leq E_m^- - Q_m a_0$, $\sum_{i=1}^{N-1} q_i \leq Q_S - Q_m$. Границы применимости модифицированной FBTM-схемы ускорения в многомодовом режиме имеют вид $a_0 Q_m \leq E_m^- \leq \left(a_0 + \sum_{i=1}^{N-1} a_{i,N}\right) Q_m$.

В максимизирующей трансформационный коэффициент RBT-схеме ускорения каждый последующий ведущий сгусток помещается не в минимумы, как в FBT-схеме, а в максимумы поля, создаваемого первыми ведущими сгустками, таким образом, чтобы с учетом своего собственного поля этот сгусток испытывал бы то же тормозящее поле, что и его предшественники. Суммарное же поле после всех сгустков при этом возрастает:

$$E^+ = \sum_{\substack{i=1, \\ a_{i,N+1}>0}}^{N-1} q_i a_{i,N+1} - \sum_{\substack{i=1, \\ a_{i,N+1}<0}}^{N-1} q_i |a_{i,N+1}|. \quad (2)$$

В связи с этим в модифицированной RBT-схеме (RBТМ) для увеличения ускоряющего поля необходимо выбрать заряд последнего ведущего сгустка $q_N = Q_m$ и увеличивать заряды предшествующих ведущих сгустков, входящие в (2) со знаком „+“ и уменьшать заряды, входящие в (2) со знаком „-“, начиная с конца цепочки, не нарушая ограничений (1).

Условия, налагаемые на заряды предшествующих ведущих сгустков, сводятся к неравенствам

$$\sum_{i=1}^{N-1} q_i \leq Q_S - Q_m, \quad \left| \sum_{\substack{i=1 \\ a_{i,N}>0}}^K q_i a_{i,N} - \sum_{\substack{i=1 \\ a_{i,N}<0}}^K q_i |a_{i,N}| \right| \leq E_m^-,$$

где $K = 1, 2, \dots, N$.

Результаты расчетов кильватерных полей и трансформационных коэффициентов FBTM и RBТМ-схем для оптимизированной последовательности из 4 ведущих сгустков, в зависимости от величины тормозящего поля, приведены на рис. 2. Основная частота волновода 13.625 GHz ($\lambda = 0.022$ m), относительная среднеквадратическая длина сгустков $\sigma/\lambda = 0.15$, стартовая энергия ведущих сгустков $W_d = 150$ MeV, максимальный заряд одного сгустка $Q_{\max} = 100$ pC, суммарный заряд цепочки сгустков $Q_S = NQ_{\max}$. Из рис. 2 видно, что в случае малых тормозящих полей $E_m^- < 15$ MV/m (и больших длин секций ускорителя) предпочтительно применение RBТМ-метода ускорения, в случае больших тормозящих полей $E_m^- > 35$ MV/m — FBTM-метода, в середине диапазона 15 MV/m $< E_m^- < 35$ MV/m обе схемы оказываются одинаково

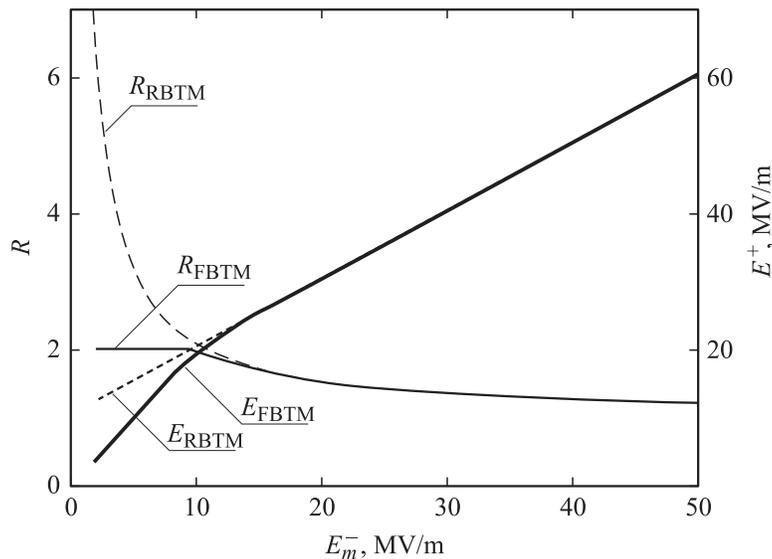


Рис. 2. Ускоряющие кильватерные поля и трансформационные коэффициенты FBTM и RBTM-схем в зависимости от величины тормозящего поля.

эффективны. В предельных случаях минимального и максимального тормозящего поля результаты совпадают с результатами расчета по алгоритмам моделирования RBT и FBT-схем.

Введение ограничения на суммарный заряд цепочки $Q_S < NQ_{\text{max}}$ приводит к дополнительному снижению ускоряющего поля и коэффициента трансформации в области малых Q_S .

Применение ряда ускорительных секций с максимальными ускорительными градиентами и высокими коэффициентами трансформации в каждой из них позволит на равном общем пути ускорения достигнуть наибольших значений суммарного приращения энергии ускоряемых частиц.

Работа поддержана грантами Минобразования России и Комитета по науке и высшей школы Санкт-Петербурга № PD02–1.2–104, а также грантом DoE SBIR DE–FG02–02ER83418.

Список литературы

- [1] *Gai W., Schoessow P., Cole B. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. N 24. P. 2756–2760.
- [2] *Gai W.* 1 GeV acceleration using electron driven wakefields in structures. Proceedings Advanced Accelerator Concepts Workshop, AAC-2004, Long Island, N. Y., 2004.
- [3] *Gai W., Kanareykin A.D., Kustov A.L., Simpson J.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. N 3. P. 3481–3488.
- [4] *Power J., Gai W., Schoessow P.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. N 1. P. 60–61.
- [5] *Power J.G., Gai W., Kanareykin A.* Transformer Ratio Enhancement Using a Ramped Bunch Train in a Collinear Wakefield Accelerator // Proc. of Advanced Accelerator Concepts Workshop, AAC-2000. Santa Fe, Nevada, 2000. <http://gate.hep.anl.gov/awa/>
- [6] *Bane K., Weiland T., Wilson P.* // Physics of High Energy Particle Accelerators: AIP Conf. Proceed. 1985. N 127. P. 875–880.
- [7] *Bane K.L., Chen P., Wilson P.B.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985. V. 32. N 11. P. 3524–3534.
- [8] *Laziev E.M., Tsakanov V.M., Vahanian S.S.* Electromagnetic Wave generation with High Transformation Ratio by Intense Charged Particle Bunches / Preprint YerPhI–1040(3)–88. Yerevan, 1988.
- [9] *Ваганян С.С., Лазиев Э.М., Цаканов В.М.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования. 1990. Вып. 7 (15).
- [10] *Kanareykin A., Gai W., Power J.G., Schoessow P.* Transformer Ratio Enhancement for Structure-Based Wakefield Acceleration. Proceedings Advanced Accelerator Concepts Workshop, AAC-2004. Long Island, N. Y., 2004.