

09

Индукцированная шумом когерентность в возбудимой системе с частотно-зависимой обратной связью

© Д.В. Сецинский, Д.Э. Постнов

Саратовский государственный университет

Поступило в Редакцию 12 октября 2004 г.

Приводятся результаты экспериментального и численного исследования влияния свойств возбудимой системы на характеристики эффекта когерентного резонанса. Показано, что переход от моностабильного к бистабильному режиму сопровождается ложным максимумом рассчитанной по спектру степени регулярности в зависимости от интенсивности шума. Продемонстрировано, что увеличение размерности системы активирует механизм „высвечивания“ шумом колебательной динамики, что ведет к появлению дополнительного максимума на графике регулярности.

1. Как стало ясно в последние годы, эффект индуцированной шумом когерентности в возбудимых системах (когерентный резонанс) имеет общий характер и часто встречается в задачах из смежных областей знания. В частности, в нейродинамике он позволяет по-новому взглянуть на проблему функционирования ансамблей нейронов в присутствии шума. На начальном этапе, с целью изучения наиболее общих закономерностей, исследователи выбирали наиболее простые модели возбудимых систем [1–3], включая их кусочно-линейную аппроксимацию [4] для целей теоретического анализа. На данный момент выявлены основные механизмы когерентного резонанса и отчасти исследованы закономерности поведения таких систем в ансамблях [5–7], однако целый ряд вопросов, связанных с зависимостью проявления эффекта когерентного резонанса от свойств возбудимой системы исследован мало. Как известно, возбудимая система характеризуется наличием псевдоорбиты (почти замкнутой траектории) [8]. Сопоставление ряда моделей, относящихся к классу возбудимых систем, показывает, что количество сегментов псевдоорбиты может быть более одного в случае, если система имеет несколько устойчивых состояний (мультистабильность),

достигаемых последовательно. Имеются результаты, указывающие на то, что эффект индуцированной шумом когерентности имеет место и в этом случае, но его характеристики (в частности, форма Фурье-спектра мощности индуцированных шумом колебаний) существенно отличны от моностабильного случая [4].

Размерность пространства вложения псевдоорбиты, как стало ясно недавно, также играет важную роль. Так, в работе [4] показано, что индуцированная шумом когерентность в модели бистабильного передемпфированного осциллятора возникает при переходе от одномерной модели к двумерной. В работе [9] исследован другой предельный случай, а именно показано наличие когерентного резонанса в бистабильной системе, охваченной цепью обратной связи с задержкой, что соответствует бесконечной размерности пространства вложения псевдоорбиты.

В настоящей работе мы представляем результаты радиофизического и численного эксперимента, позволяющие оценить влияние обсуждаемых выше факторов на проявление эффекта когерентного резонанса.

2. Исследуемая радиофизическая модель представляла собой инерционный нелинейный элемент с характеристикой N -типа, охваченный цепью обратной связи в виде RC -фильтра низких частот (рис. 1, a). Выбирая рабочую точку на N -характеристике, можно было реализовать как моностабильный, так и бистабильный режим (один или два сегмента псевдоорбиты). Варьируя количество RC -звеньев в цепи обратной связи, можно было менять порядок фильтра, что соответствовало изменению размерности пространства вложения псевдоорбиты. При использовании однозвенного фильтра в моностабильном режиме нелинейного элемента описывающие систему уравнения сводятся к уравнениям модели типа FitzHugh-Nagumo [10]. Для случая N -звенного фильтра уравнения математической модели устройства (рис. 1, a) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - bx^3 - \varepsilon y_N + D\xi(t), & \tau \dot{y}_1 &= (k(x+c) - c - y_1), \\ & & \tau \dot{y}_2 &= (y_1 - y_2), \\ c &= \sqrt{(a-\varepsilon)/b}, & & \dots \\ & & \tau \dot{y}_N &= (y_{N-1} - y_N), \end{aligned} \quad (1)$$

где уравнение для x описывает собственно бистабильную систему, форма потенциала которой определяется значениями параметров a и b (нами были использованы значения $a = 2$ и $b = 4$); уравнения для $y_{i,i=1,\dots,N}$ описывают цепь обратной связи (ОС) из N -звеньев

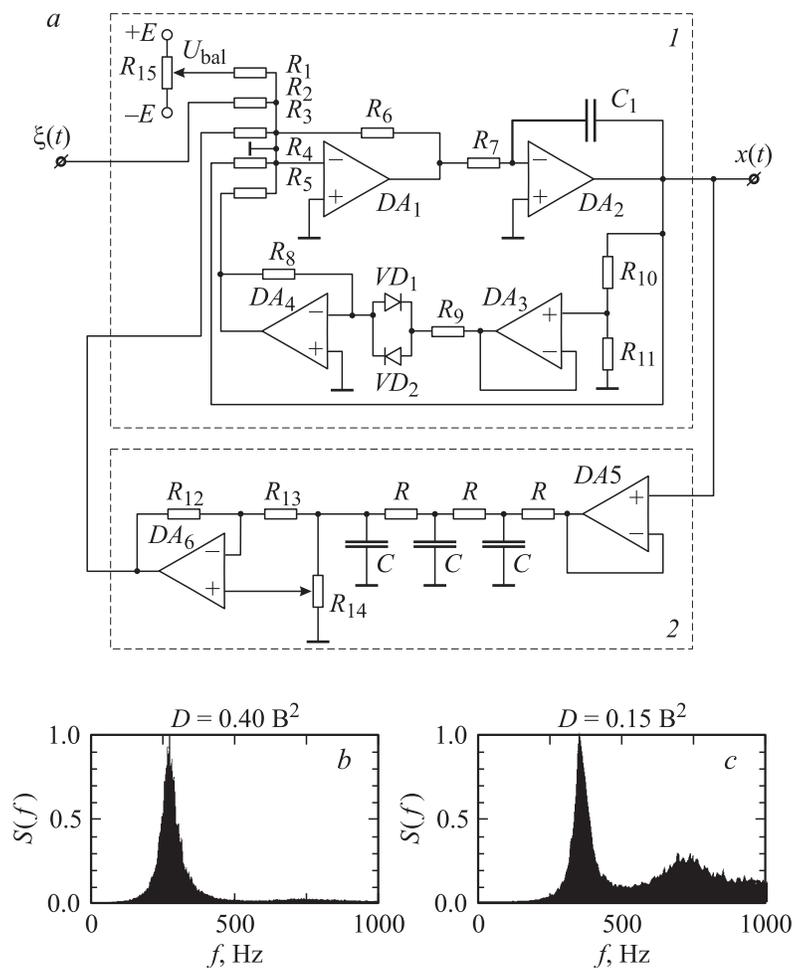


Рис. 1. Структурная схема экспериментальной установки (а). Номиналы используемых элементов: $R_1 = R_{12} = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = R_6 = R_9 = R_{10} = R_{13} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 150 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_7 = 5.1 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 57 \text{ k}\Omega$, $R_{11} = 0.68 \text{ k}\Omega$, $R_{14} = R_{15} = 20 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 150 \text{ pF}$, $R = 7.5 \text{ k}\Omega$, $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$. Типичный вид нормированного спектра мощности индуцированных шумом колебаний в бистабильном (b) и моностабильном (c) режиме.

НЧ-фильтра с постоянной времени каждого звена $\tau = RC$; ε — коэффициент ОС; D — интенсивность белого шума $\xi(t)$ с нулевым средним значением $\langle \xi(t) \rangle = 0$. Второе уравнение системы записано таким образом, что с помощью управляющего параметра k можно выбрать случай одного или двух устойчивых состояний равновесия. В радиофизической модели (рис. 1, *a*) такая перестройка проводилась установкой необходимого напряжения смещения U_{bal} потенциометром R_{15} и регулировкой усиления цепи обратной связи потенциометром R_{14} .

Для количественной оценки степени регулярности и индуцированного шумом колебательного режима рассчитывалась степень изрезанности спектра мощности сигнала [11,12]. Такая методика хорошо себя зарекомендовала при любой форме спектра, в том числе при наличии нескольких максимумов, что обусловило применение этой характеристики при изучении стохастической динамики ансамблей возбудимых систем [6,7]. В то же время абсолютные значения степени регулярности β зависят от параметров численной схемы расчета Фурье-спектра (числа отсчетов), которые по этой причине оставались неизменными при обработке результатов как численного, так и радиофизического экспериментов. Рассчитанные значения β находятся в интервале между предельными значениями 0 и 1 (белый шум и гармонические колебания соответственно).

3. Исследование индуцированной шумом динамики исследуемой системы в моностабильном и бистабильном режимах показало, что в обоих случаях как малым, так и большим значениям интенсивности шума D соответствуют низкие значения степени регулярности β . Промежуточной области значений D соответствует генерирование относительно упорядоченной последовательности импульсов примерно равной длительности и, как следствие, высокие значения степени регулярности β , что и отражает наличие эффекта когерентного резонанса. Характерный вид спектра таких индуцированных шумом колебаний приведен на рис. 1, *b* и *c*. Согласно результатам как численного, так и радиофизического эксперимента, в моностабильном случае зависимость β от D имеет четко выраженный единственный максимум (рис. 2, *a*). В то же время для бистабильного режима наблюдалась более сложная форма зависимости, с дополнительным максимумом регулярности в области малых $D \approx 0.05$ (рис. 2, *b*, кривые 1 — численное моделирование и 3 — радиофизический эксперимент). Природа этого максимума, как пока-

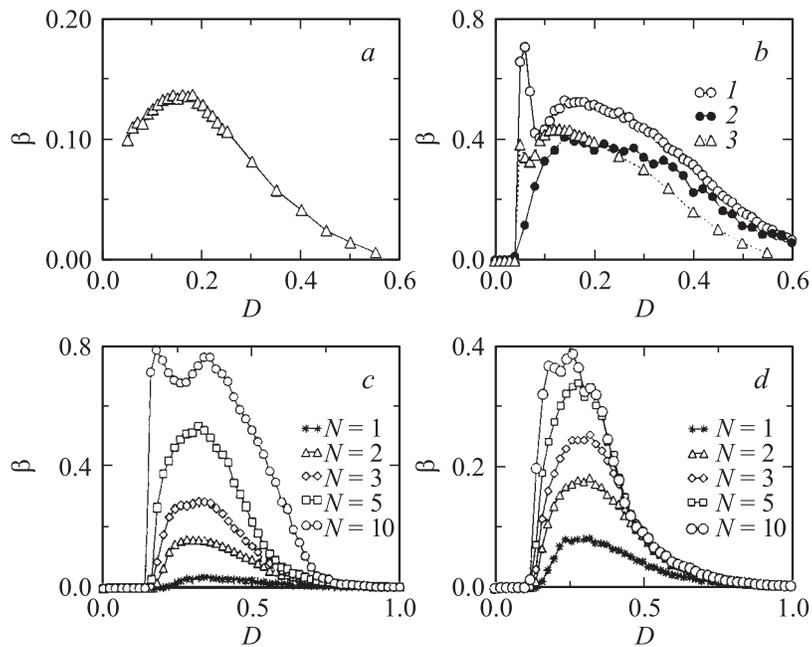


Рис. 2. Зависимость степени регулярности индуцированных шумом колебаний β от его интенсивности D для моностабильного (слева) и бистабильного (справа) режима возбудимой системы. Для a и b $N=1$. На кривых 1 и 3 (b) виден ложный максимум регулярности (объяснения в тексте). Набор кривых на (c) и (d) соответствует различным значениям числа звеньев N фильтра в цепи обратной связи. Кривая (a) и кривая 3 (b) получены в ходе радиофизического эксперимента, все остальные кривые на рисунке — в ходе численного моделирования.

зали проведенные исследования, обусловлена спецификой поведения системы с двумя состояниями устойчивого равновесия.

В простейшем случае у возбудимой системы предполагается наличие одного состояния устойчивого равновесия, где система находится в невозбужденном состоянии и куда она возвращается после генерации импульса отклика на внешнее возбуждение. Согласно [2], механизм когерентного резонанса основан в этом случае на балансе двух ха-

рактерных времен, одно из которых связано с активацией системы из положения устойчивого равновесия и зависит от интенсивности воздействующего шума (время достижения порога), а второе соответствует времени движения по псевдоорбите, определяется свойствами самой системы и не зависит от интенсивности шума. Отклик системы, таким образом, представляет из себя случайную последовательность импульсов, имеющих фиксированную длительность.

В случае двух состояний равновесия система не может сразу вернуться непосредственно в то же состояние, в котором она находилась до момента активации. Вместо этого происходит перескок в другое состояние равновесия и лишь из него возможен переход системы обратно, т.е. псевдоорбита в таком случае состоит из двух участков, которые преодолеваются последовательно. При малой интенсивности шума происходят относительно редкие случайные перескоки из одного положения равновесия в другое и большую часть времени система проводит в каком-либо из них. Как результат, при любом конечном времени наблюдения имеется интервал значений D , для которых сигнал имеет значительную постоянную составляющую. Фурье-спектр такого сигнала содержит выраженный пик на нулевой частоте, что и порождает дополнительный, ложный максимум регулярности. Так как степень проявления этого эффекта зависит от того, каким образом состояния равновесия „проектируются“ на сигнал отклика исследуемой системы, от него можно избавиться, соответствующим образом, выбрав временную реализацию. На рис. 2, *b* кривая 2 рассчитана по временной реализации, представляющей собой отклонение состояния системы (1) на фазовой плоскости (x, y_1) от прямой, задаваемой уравнением нульклины $\dot{y} = 0$. При переходе к такой системе отсчета теряется информация о том, в каком именно состоянии равновесия находится система. Как можно убедиться, в этом случае наблюдается лишь основной максимум регулярности, тогда как ложный пик при слабом шуме исчезает.

В ходе исследования стохастической динамики системы при увеличении ее размерности рассчитывалась степень регулярности β отклика системы (1) с одним ($k = 4$) и двумя ($k = 1$) состояниями равновесия для различного числа уравнений (различного числа звеньев фильтра) в цепи обратной связи. В бистабильном режиме регулярность рассчитывалась по величине отклонения от нульклины $\dot{y} = 0$.

Результаты моделирования показали, что при сравнительно небольших значениях ($N = 1, 2, 3$ и 5) наблюдается единственный максимум регулярности при вариации интенсивности шума D (рис. 2, c, d). Однако увеличение N до значений порядка 10 и более приводит к появлению дополнительного максимума регулярности при меньших значениях D . В отличие от рассмотренного выше эффекта ложного максимума регулярности, в данном случае дополнительный максимум отражает реальное упорядочивание индуцированных шумом колебаний. При увеличении числа уравнений (звеньев фильтра) свойства цепи обратной связи в известной степени приближаются к свойствам задержки сигнала на фиксированное время $T = N\tau$. Как известно из радиотехники [13], при достаточном усилении ε в цепи обратной связи это ведет к автоколебаниям с частотой, кратной $1/T$. Если величина ε недостаточна, система оказывается недовозбужденной, но воздействие шума вызывает эффект „высвечивания“ автоколебательной динамики [1,14]. Максимум регулярности колебаний наблюдается в случае, если среднее время активации шумом возбудимой системы совпадает со временем задержки ($D \approx 2$ на рис. 2, c и d). С этой точки зрения наши результаты играют роль „конечномерной аппроксимации“ для недавней работы [9], где впервые обнаружен эффект индуцированной шумом когерентности в бистабильной системе с задержкой.

Таким образом, результаты численного и радиофизического эксперимента показывают, что возбудимая система способна демонстрировать эффект когерентного резонанса как в моностабильном, так и в бистабильном режиме, но наличие у системы двух состояний равновесия необходимо учитывать при расчете количественных характеристик регулярности. Увеличение размерности системы ведет к проявлению еще одного механизма индуцированной шумом когерентности. График степени регулярности в этом случае имеет два максимума, соответствующих различным интенсивностям шума. Описанные выше результаты представляются важными для выработки более ясного представления о различных аспектах индуцированной шумом когерентности и для правильной интерпретации поведения стохастических возбудимых систем в составе ансамблей.

Данная работа была частично поддержана грантами РФФИ 04–02–16769, INTAS 01–2061 и CRDF REC–006.

Список литературы

- [1] *Neiman A., Saparin P., Stone L.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 270–273.
- [2] *Pikovsky A., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 775–778.
- [3] *Postnov D.E., Han S.K., Yim T.G., Sosnovtseva O.V.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. R3791–R3794.
- [4] *Lindner B., Schimansky-Geier L.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. N 6. P. 6103–6110.
- [5] *Sosnovtseva O.V., Fomin A.I., Postnov D.E., Anishchenko V.S.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 026204.
- [6] *Postnov D.E., Sosnovtseva O.V., Han S.K., Kim W.S.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 016203.
- [7] *Postnov D.E., Sosnovtseva O.V., Setsinsky D.V.* // Fluct. and Noise Lett. 2003. V. 3. N 3. P. L275–L287.
- [8] *Izhikevich E.M.* // Int. J of Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. N 6. P. 1171–1266.
- [9] *Tsimring L.S., Pikovsky A.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. N 25. P. 250602.
- [10] *FitzHugh R.A.* // Biophys. J. 1961. V. 1. P. 445; *Scott A.C.* // Rev. Mod. Phys. 1975. V. 47. P. 487.
- [11] *Han S.K., Yim T.G., Postnov D.E., Sosnovtseva O.V.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. N 9. P. 1771–1774.
- [12] *Постнов Д.Э., Сецинский Д.В., Сосновцева О.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 11. С. 49–55.
- [13] *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. 608 с.
- [14] *Lee S.-G., Neiman A., Kim S.* // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 3292–3297.