04;09

Синхронизация пространственно-временнóго хаоса в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током

© П.В. Попов, Р.А. Филатов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 15 октября 2004 г.

Обнаружено возникновение хаотической синхронизации в связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Показано, что с увеличением связи распределенные пучково-плазменные системы демонстрируют переход от асинхронного поведения через фазовую к полной хаотической синхронизации. Для исследования хаотической синхронизации используется методика, предложенная в работе [7] и основанная на введении непрерывного множества фаз хаотического сигнала.

Синхронизация хаотических систем с малым числом степеней свободы активно исследуется в настоящее врмемя [1]. Различают несколько различных типов хаотической синхронизации, таких как обобщенная [2], фазовая [1], лаг- [3] и полная синхронизация [4]. Интерес к хаотической синхронизации во многом определяется возможностью передачи информации с помощью хаотических колебаний [5]. Обобщенная синхронизация означает, что существует некоторая функциональная зависимость между состояниями хаотических осцилляторов, т. е. $\mathbf{x}_2(t) = \mathbf{F}[\mathbf{x}_1(t)]$, где $\mathbf{x}_{1,2}$ — векторы состояний связанных систем. Для описания и анализа фазовой синхронизации вводится фаза $\phi(t)$ хаотического сигнала [1]. Фазовая синхронизация означает, что происходит захват фаз хаотических сигналов, в то время как амплитуды этих сигналов остаются несвязанными друг с другом и выглядят хаотическими. Под лаг-синхронизацией понимается режим совместных колебаний, при котором динамика каждой из подсистем происходит с некоторым сдвигом по времени τ: $\mathbf{x}_1(t) \approx \mathbf{x}_2(t-\tau)$. Наконец, полная синхронизация означает идентичную динамику хаотических осцилляторов: $\mathbf{x}_1(t) \approx \mathbf{x}_2(t)$. В наших работах [6,7] было показано, что обобщенная, фазовая, лаг- и полная синхронизации тесно связаны между собой и, по сути дела, являются одним видом синхронных колебаний связанных осцилляторов, названным синхронизацией временны́х масштабов. Характер синхронного режима (фазовая, лаг- или полная синхронизация) определяется количеством синхронизованных временны́х масштабов, вводимых с помощью непрерывного вейвлетного преобразования [8]. Поскольку временно́й масштаб s связан с частотой, то синхронизация хаотических колебаний связана с возникновением фазовой связи между частотными компонентами ω фурье-спектров $S(\omega)$ [9].

Вместе с тем основные результаты по исследованию хаотической синхронизации были получены в основном для систем с малым числом степеней свободы. Вызывает значительный интерес изучение хаотической синхронизации в пространственно-распределенных системах, демонстрирующих хаотическое поведение. Большинство исследований в данном направлении были проведены для феноменологически построенных моделей пространственных систем типа решеток связанных осцилляторов [10,11] или эталонных уравнений в частных производных (например, уравнения Гинзбурга–Ландау [12,13] или Курамото–Сивашинского [14]). Детальных исследований хаотической синхронизации в пучково-плазменных системах практически не проводилось (редким исключением является работа [15]). Для таких систем не изучались переходы между различными типами хаотической синхронизации, не были выявлены аналогии с хаотической синхронизацией систем с малым числом степеней свободы.

Целью настоящей работы является изучение хаотической синхронизации в связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током — гидродинамических моделях диода Пирса [16. Лекция 4], которые вызывают значительный интерес в качестве моделей плазменных систем, демонстрирующих различные типы хаотического поведения [16,18–23].

В модели диода Пирса предполагается, что электронный пучок с постоянной плотностью пространственного заряда, нейтрализованной неподвижным ионным фоном, движется между заземленными сетками. Единственным управляющим параметром задачи является параметр Пирса $\alpha = \omega_p L/v_0$ — невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте ω_p (v_0 — скорость электронов на входе в межсеточном пространстве, L — расстояние между сетками). При $\alpha > \pi$ в системе развивается неустойчивость Пирса, которая приводит к формированию виртуального катода и многопотоковому состоянию пучка (подробнее см. [16,22]). Однако при $\alpha \sim 3\pi$ в диоде Пирса устанавливается однопотоковое состояние пучка, так что возможно описание системы в рамках гидродинамического приближения [16,18,20]. В работах [16–20,23] показано, что в этом случае наблюдаются различные типы пучково-плазменных хаотических колебаний.

Рассмотрим два связанных диода Пирса, которые в рамках гидродинамического приближения описываются самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона относительно безразмерных переменных [16]

$$\frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} + v_{1,2}\frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} + v_{1,2}\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial x} + \rho_{1,2}\frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} = \alpha_{1,2}^2(\rho_{1,2} - 1), \tag{3}$$

с граничными условиями:

$$v_{1,2}(0,t) = 1, \qquad \rho_{1,2}(0,t) = 1, \qquad \varphi_{1,2}(0,t) = 0, \tag{4}$$

где индексы „1“ и „2“ относятся соответственно к первой и второй связанным пучково-плазменным системам. В уравнениях (1)–(4) использованы безразмерные переменные потенциала поля пространственного заряда φ, плотности заряда ρ, скорости потока v, пространственной координаты x и времени t (см. подробнее [16]).

Связь между системами осуществлялась с помощью изменения значения безразмерного потенциала на правых границах связанных систем:

$$\varphi_{1,2}(x = 1.0, t) = \varepsilon\big(\rho_{2,1}(x = 1.0, t) - \rho_{1,2}(x = 1.0, t)\big), \tag{5}$$

где ε — коэффициент связи. В формуле (5) величины $\rho_{1,2}(x = 1.0, t)$ представляют собой колебания безразмерной плотности пространственного заряда на выходе систем.

Рассмотрим динамику системы при фиксированном значении $\alpha_1 = 2.861\pi$ и изменении управляющего параметра α_2.

Исследования показали, что при слабой расстройке хаотических систем наблюдается установление синхронизации временны́х масштабов, которая определялась путем введения непрерывного множества фаз

$\phi_s(t)$ хаотического сигнала на различных временны́х масштабах s с помощью непрерывного вейвлетного преобразования [6,7]. В качестве анализируемых временны́х рядов рассматривались хаотические колебания плотности пространственного заряда $\rho_{1,2}(x = 0.2, t)$.

Динамику связанной системы иллюстрирует рис. $1, a$, построенный при $\alpha_1 = 2.861\pi$ и $\alpha_2 = 2.860\pi$, на котором показано изменение диапазона синхронных масштабов s_m и s_0 при увеличении параметра связи ε [6]. Видно, что при $\varepsilon > 0.0007$ в системе появляются временны́е масштабы, на которых динамика системы синхронна. Как было показано в [7], это соответствует фазовой синхронизации хаотических колебаний. С ростом параметра ε диапазон синхронных масштабов увеличивается и при $\varepsilon \approx 0.08 \div 0.1$ динамика системы практически во всем диапазоне временны́х масштабов становится синхронной — в связанных пучково-плазменных системах возникает режим, близкий к лаг-синхронизации со сдвигом во времени $\tau \approx 0.07$. Далее с ростом связи ε сдвиг во времени между колебаниями уменьшается и система стремится к режиму полной хаотической синхронизации, характеризуемой близкой к идентичной динамикой каждой из связанных систем во времени ($\tau \approx 0$).

При большей расстройке параметров связанных пучково-плазменных систем, когда спектральный состав колебаний в электронном пучке существенно сложнее, наступление синхронизации временны́х масштабов наблюдается при бо́льших значениях коэффициента связи. На рис. $1, a$ для случая $\alpha_1 = 2.860\pi$ и $\alpha_2 = 2.858\pi$ показаны соответствующие границы $[s_m, s_b]$ области синхронных масштабов. С ростом ε система стремится к режиму полной хаотической синхронизации. Для анализа степени идентичности колебаний в каждой из распределенных систем рассчитана зависимость степени идентичности Δ пространственно-временны́х хаотических колебаний систем от ε, которая определяется как [13]:

$$\Delta = \big\langle |\rho_1(x,t) - \rho_2(x,t)| + |v_1(x,t) - v_2(x,t)| + |\phi_1(x,t) - \phi_2(x,t)| \big\rangle, \tag{6}$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по времени и пространству. Результаты показаны на рис. $1, b$, из которого видно, что функция $\Delta(\varepsilon)$ быстро спадает с ростом связи, стремясь к нулю этим режимом. Из рис. $1, b$ ($\circ$) видно, что величина Δ при большой расстройке по параметру пучково-плазменных систем остается не равной нулю (хотя и становится достаточно малой при $\varepsilon > 0.17$) в отличие от случая слабой расстройки (рис. $1, b$ ($\blacksquare$)). Именно режимы колебаний, для которых $\Delta(\varepsilon) \approx 0$, мы и называем режимами полной хаотической синхронизации.

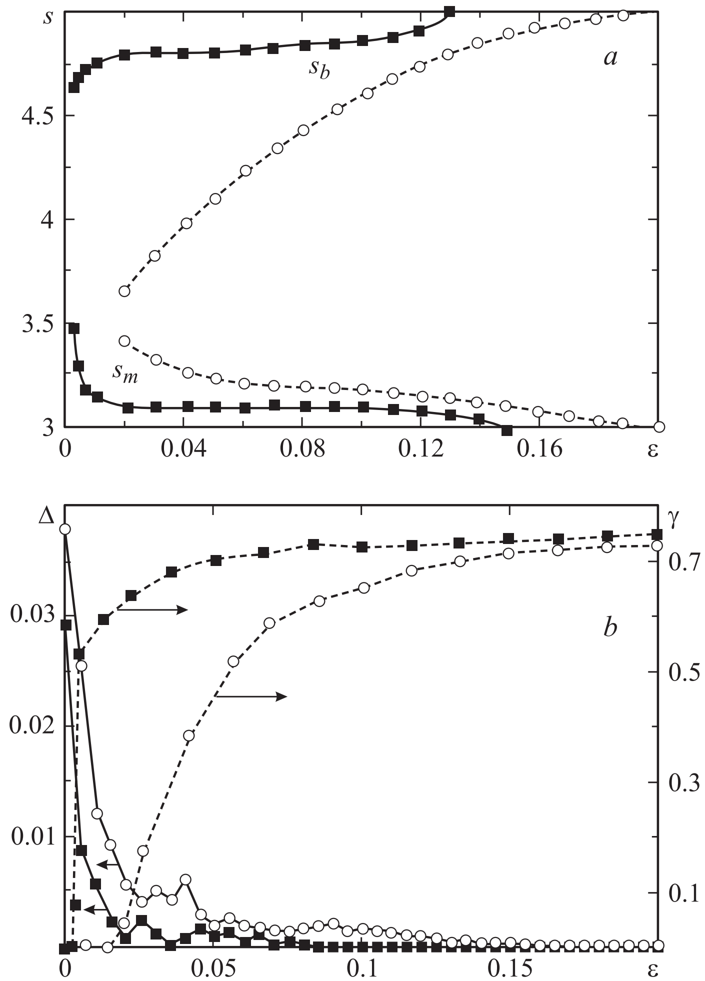

Рис. 1. Зависимости нижней s_m и верхней s_b границ области синхронизированных масштабов (a) и зависимости меры идентичности Δ хаотических пространственно-временны́х колебаний и величины γ относительной энергии, приходящейся на синхронные масштабы (b), от величины параметра связи ε для малой $\alpha_1/\pi = 2.860$, $\alpha_2/\pi = 2.861$ (■) и большой $\alpha_1/\pi = 2.860$, $\alpha_2/\pi = 2.858$ (○) расстройки параметров.

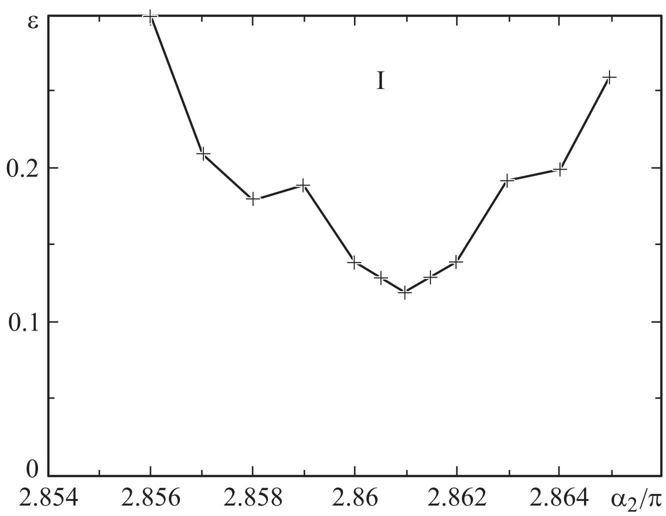

Рис. 2. Плоскость управляющих параметров $(\alpha_2/\pi, \varepsilon)$ при значении $\alpha_1 = 2.861\pi$. Линией показана граница возникновения (I) режима полной хаотической синхронизации связанных распределенных пучково-плазменных систем.

Важной энергетической характеристикой синхронного поведения связанных хаотических систем является мера синхронизации, введенная в работах [6,7], и определяемая как доля энергии γ вейвлетного спектра, приходящаяся на синхронные временны́е масштабы (подробнее см. [6]). На рис. $1, b$ показаны зависимости $\gamma(\varepsilon)$ для двух вышерассмотренных наборов значений управляющих параметров $\alpha_{1,2}$. Видно, что с ростом параметра связи имеет место увеличение доли энергии хаотических пространственно-временны́х колебаний, приходящихся на синхронизованные масштабы.

На рис. 2 на плоскости управляющих параметров (α_2, ε) показана граница области полной хаотической синхронизации, построенная при фиксированном значении параметра Пирса $\alpha_1 = 2.861\pi$. Из рисунка видно, что с ростом параметра связи при любых расстройках управляющих параметров $\alpha_{1,2}$ каждого из диодов Пирса в связанной системе наблюдается режим полной синхронизации. Это относится как к слабохаотическим колебаниям при малой расстройке параметров, так и к развитому хаосу при значительном отличии управляющих параметров в каждой из подсистем. Минимальные значения параметров связи, при которых наблюдается установление полной синхронизации, имеют место при малой расстройке связанных подсистем.

Итак, в настоящей работе впервые показано, что в системе связанных пусково-плазменных систем со сверхкритическим током (связанных диодах Пирса) возможно последовательное установление различных типов хаотической синхроинзации (фазовая и полная), которые возможно описать как синхронизацию временны́х масштабов [6,7]. Особо отметим возможность установления режима полной синхронизации хаотических пространственно-временных пучково-плазменных колебаний, что делает возможным применение подобных автоколебательных сред в системах передачи информации в СВЧ-диапазоне.

Работа выполнена при поддержке CRDF (грант REC–006), грантов РФФИ (проекты 05–02–16286 и 05–02–16273) и программы поддержки ведущих школ (НШ–1250.2003.2). Авторы благодарят также за финансовую поддержку Фонд „Династия“ и МЦФФМ.

Список литературы

[1] *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge University Press. 2001.
[2] *Rulkov N., Sushchik M., Tsimring L., Abarbanel H.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. P. 980.
[3] *Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1997. P. 4193. V. 78. N 22.
[4] *Pecora L., Carroll T., Jonson G., Mar D.* // Chaos. 1997. V. 7. N 4. P. 520.
[5] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
[6] *Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2004. V. 79. N 7. P. 391.
[7] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Chaos. 2004. V. 14. N 3. P. 603.
[8] *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003.
[9] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 80. В. 1. С. 25.
[10] *Kosarev L., Tasev Z., Stojanovski T., Parlits U.* // Chaos. 1997. V. 7. N 4. P. 635.
[11] *Leyva I., Allaria E., Boccaletti S., Arecchi F.T.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 066209.

[12] *Boccaletti S., Bragard J., Arecchi F.T., Mancini H.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 536.
[13] *Bragard J., Arecchi F.T., Boccaletti S.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. P. 2381.
[14] *Tasev Z., Kocarev L., Junge L., Parlitz U.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. N 4. P. 869.
[15] *Rosa E., Pardo W., Ticos C.* et al. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. P. 2551.
[16] *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. М.: Физматлит, 2003.
[17] *Pierce J.* // J. Appl. Phys. 1944. V. 15. P. 721.
[18] *Godfrey B.* // Phys. Fluids. 1987. V. 30. P. 1553.
[19] *Kuhn S., Ender A.* // J. Appl. Phys. 1990. V. 68. P. 732.
[20] *Matsumoto H., Yokoyama H., Summers D.* // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 177.
[21] *Klinger T.* et al. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. P. 1961.
[22] *Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С.* Плазменная релятивистская СВЧ-электроника, М.: изд-во МГТУ Н.Э. Баумана, 2002.
[23] *Hramov A.E., Rempen I.S.* // Int. J. Electronics 91, 1 (2004) 1.