

01;03

Численное решение задачи об истечении газа из замкнутого объема в атмосферу

© Н.И. Сидняев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
E-mail: Sidn_ni@mail.ru

Поступило в Редакцию 25 мая 2004 г.

Рассматривается задача моделирования аварий на объектах транспорта газа, сопровождающихся истечением больших объемов природного газа из поврежденного газопровода в атмосферу. Расчетным путем определены максимальные размеры зоны газовой опасности с целью анализа размеров аварий, сопровождающихся выбросом газа, ориентированным вертикально по отношению к направлению ветра.

Полное математическое описание возникающего в результате взаимодействия вытекающей из трубопровода струи газа с атмосферным потоком воздуха турбулентного течения требует рассмотрения полной системы уравнений Навье–Стокса для вязкого сжимаемого газа в поле силы тяжести [1,2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)^2}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \rho g, \\ \frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u H)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w H)}{\partial z} + \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p w}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ — плотность смеси; u , w — горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости; H — энтальпия; p — давление; K_z — коэффициент турбулентного переноса [3,4]; g — ускорение свободного падения.

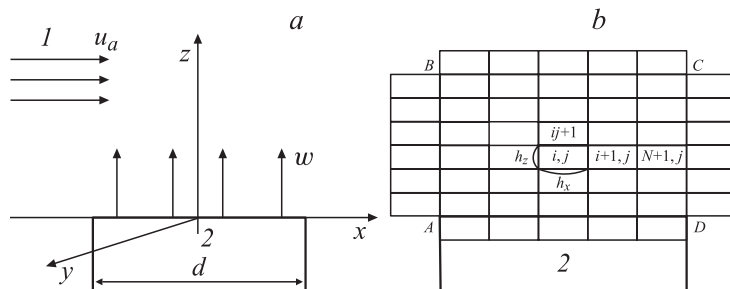


Рис. 1. Схема истечения газа из газопровода (а) и расчетная модель (b); I — ветер, 2 — источник.

Областью решения для системы (1) является пограничный слой атмосферы. Начальные условия характеризуют состояние атмосферы в момент выброса (H_a, ρ_a, U_a) [4]. В области источника (рис. 1, а), на границе AD граничные и начальные условия задачи выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho(x, 0, t) &= f_1(t), & u(x, 0, t) &= f_2(t), \\ w(x, 0, t) &= f_3(t), & H(x, 0, t) &= f_4(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Для замыкания системы уравнений (1) использовалось уравнение состояния для совершенного газа:

$$p = \frac{\rho}{M} RT, \quad (3)$$

где M — молярная масса, R — универсальная газовая постоянная, T — температура.

Численная реализация математической модели осуществлялась с помощью модифицированного метода крупных частиц [5]. Рассмотрим все этапы расчетного цикла в отдельности. Область интегрирования покрывается в пространстве (эйлеровой) расчетной сеткой с прямоугольными ячейками со сторонами в плоской декартовой системе координат h_x и h_z (рис. 1, b). Значения целых чисел i (вдоль x) и j (вдоль z) обозначают центр ячейки. На этом этапе расчета изменяются лишь величины,

относящиеся к ячейке в целом, а газ предполагается заторможенным. Поэтому конвективные члены вида $\text{div}(\varphi\rho V)$, где $\varphi = (1, u, w, H)$, соответствующие эффектам перемещения, в системе (1) откидываются.

Из уравнения неразрывности, в частности, следует, что поле плотности будет заторможено, поэтому в оставшихся уравнениях (1) можно вынести ρ из-под знака дифференцирования по времени и разрешить (1) относительно временных производных от u, w, H . После некоторых преобразований дифференциальные уравнения эйлера этапа можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho}{\partial t} &= 0, \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \rho g, \\ \rho \frac{\partial H}{\partial t} &= -\frac{\partial p u}{\partial x} - \frac{\partial p w}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right).\end{aligned}\quad (4)$$

На лагранжевом этапе вычисляются эффекты переноса, учитывающие обмен между ячейками при их перестройке на прежнюю эйлерову сетку. Здесь находятся за время τ потоки массы ΔM^n через границы эйлеровых ячеек. При этом полагается, что вся масса переносится только за счет нормальной к границе составляющей скорости. Например, уравнение неразрывности в разностной форме можно записать так:

$$\begin{aligned}\rho_{i,j}^{n+1} h_x h_z &= \rho_{i,j}^n h_x h_z - \Delta M_{i+1/2,j}^n \\ &+ \Delta M_{i-1/2,j}^n - \Delta M_{i,j+1/2}^n + \Delta M_{i,j-1/2}^n,\end{aligned}$$

где поток массы

$$\Delta M_{i+1/2,j}^n = \rho_{i+1/2,j}^n \tilde{u}_{i+1/2,j}^n h_z \tau.$$

На заключительном этапе происходит перераспределение массы, импульса и энергии по пространству и определяются окончательные поля эйлеровых параметров потока на фиксированной сетке в момент времени $t^{n+1} = t^n + \tau$. Уравнения этого этапа представляют собой

законы сохранения массы, импульса и полной энергии, записанные для данной ячейки в разностной форме:

$$M^{n+1} = M^n + \sum \Delta M^n, \quad P^{n+1} = P^n + \sum \Delta P^n, \quad H^{n+1} = H^n + \sum \Delta H^n. \quad (5)$$

Здесь ΔM^n — масса газа, которая пересекла за время τ одну из границ рассматриваемой ячейки; суммирование производится по всем сторонам ячейки. Аналогичным образом понимаются ΔP^n и ΔH^n . Уравнения (5) утверждают, в частности, что внутри поля течения нет источников и стоков для M , P и H , а их изменение за время τ осуществляется только за счет взаимодействия на внешней границе области течения. При этом предполагается, что потоки массы через границы ячеек ΔM^n (определяемые на втором этапе) несут с собой промежуточные значения скорости и удельной энергии (вычисленные на первом этапе). Величины ΔM^n играют здесь роль весовых функций.

Из самого характера построения схемы следует, что каждый вычислительный цикл представляет собой законченный процесс расчета данного временного интервала. При этом удовлетворяются все исходные уравнения, граничные условия задачи и определяется действительное течение газа в соответствующий момент времени. Численное решение поставленной задачи о взаимодействии струйного потока с ветровым потоком ведется до того сечения, в котором осевая скорость струи приблизится к скорости сносящего потока с заданной точностью, а временное изменение газодинамических параметров в указанном сечении не уменьшится до заданного уровня.

Ниже приводится конкретный пример истечения газа из разрыва трубы (источник).

При расчете в качестве начальных условий брались параметры атмосферы в момент выброса. На границе AD использовались условия в набегающем потоке газа. На AB , BC , CD открытых границах области проводилась экстраполяция параметров течения за рассматриваемую область.

Переход дозвуковых скоростей внутри газопровода к звуковому критическому истечению газа в сечении разрыва происходит на расстоянии порядка одного или нескольких десятков характерных линейных размеров. Определение коэффициентов турбулентного переноса для рассматриваемого течения представляет самостоятельную задачу, для решения которой пользуются идеей о связи турбулентной вязкости в

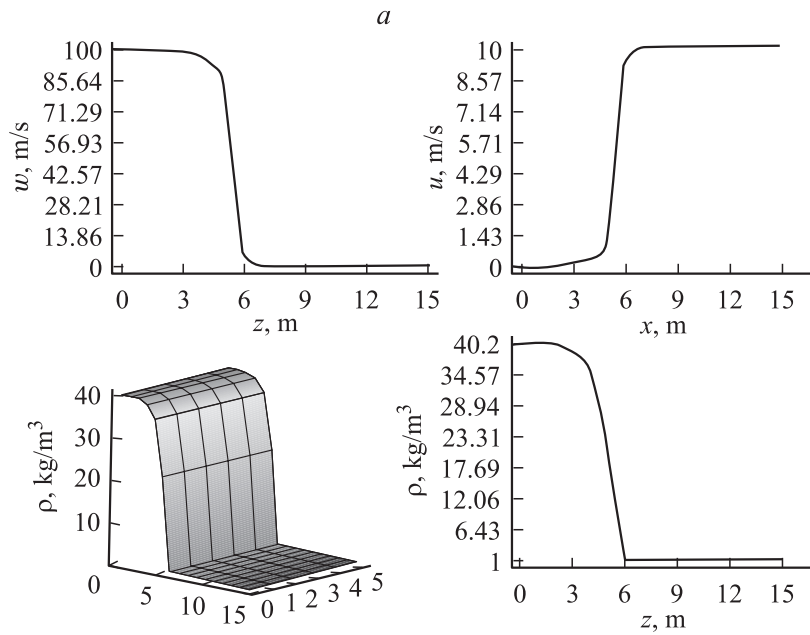


Рис. 2. Зависимость составляющих скорости истекающего газа от координаты z и x в момент времени 0.05 s и соответствующих плотностей (a); зависимость скорости истекающего газа от координаты z и x в момент времени 0.01 s (давление и скорость истечения газа в сечении разрыва постоянны и равны: $P = 6\,078\,000$ Па, $w = 300$ м/с) и соответствующих плотностей.

струйном потоке с кинетической энергией турбулентности (E) и ее масштабом (L), предложенной А. Колмогоровым [3] и Л. Прандтлем [6]: $K_z \sim E^{1/2}L$. В данной работе используется соотношение [4]:

$$K_z = \beta b Q \left(\left| \frac{U_R^2 - uU_a}{U_R} \right| + 4.5 \left| \frac{wU_a}{U_R} \right| \right),$$

где β — эмпирический коэффициент, зависящий от формы струи ($\beta \approx 2$) [7], b — радиус струйного истечения,

$$Q = 0.08 + \left| \frac{0.5gwb(\frac{\rho_a}{\rho} - 1)}{U_R^3} \right|,$$

U_R — модуль скорости результирующего потока.

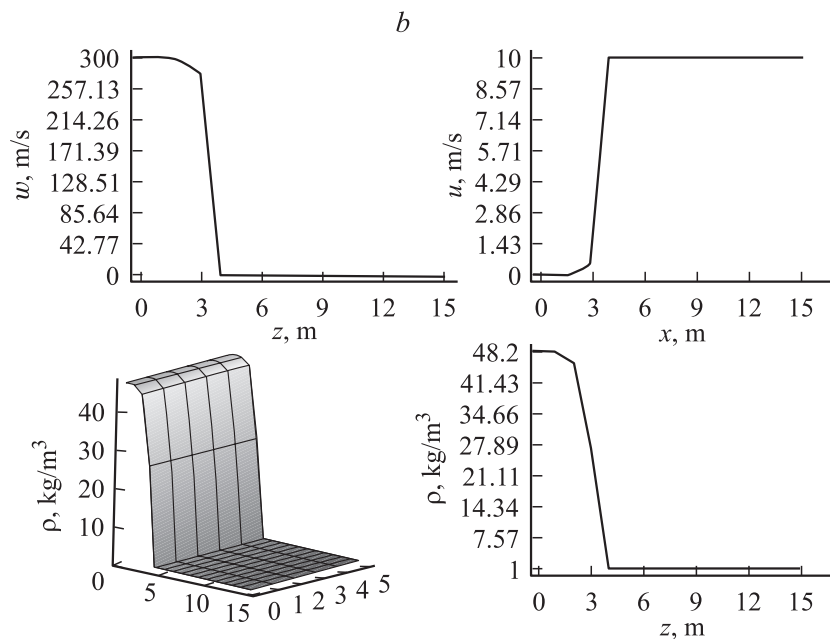


Рис. 2 (продолжение).

Расчетная область прямоугольной формы имеет следующие размеры: $AB = CD = 15$ m, $AD = BC = 0.5$ m. Атмосферное давление $P_a = 101\,300$ Pa. Скорость ветра $U_a = 10$ m/s. Давление и скорость истечения газа в сечении разрыва постоянны и равны: $P = 5\,065\,000$ Pa, $w = 100$ m/s. Молярная масса истекающего газа (метана) $M = 0.016$ kg/mol. Универсальная газовая постоянная $R = 8.31$ J/(mol · K). Температура остается неизменной $T = 273$ K. Зависимость скорости (продольной и поперечной) истекающего газа от координаты z и x в момент времени 0.05 s и соответствующее распределение плотности показано на рис. 2, *a*. Зависимости скорости (продольной и поперечной) и давления в момент времени 0.01 s показаны на рис. 2, *b*.

Следует отметить, что переход от дозвуковых скоростей внутри газопровода к звуковому критическому истечению газа в сечении разрыва происходит на расстоянии порядка одного или нескольких

десятков характерных линейных размеров, в качестве которого можно принять диаметр трубопровода. Этот участок характеризуется сложным турбулизированным потоком, существенно неоднородным по сечению.

Получение численного решения задачи для всей области исследования (струйного участка и диффузионного следа) достаточно сложно по двум причинам: 1) вынужденное использование подробной сетки в струйной области приводит к появлению больших пространственных массивов параметров течения (характерный размер источника составляет ~ 1 м, а исследуемые области — до 10 км); 2) необходимость выявления концентраций, которые по порядку величины могут быть значительно меньше точности численного решения. В качестве иллюстрации достоверности модели на рисунках представлены некоторые результаты расчетов в виде распределения параметров по оси струи.

Список литературы

- [1] *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. М.: Наука, 1983. Т. 1, 2.
- [2] *Газовая динамика. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов / Бекнев В.С., Епифанов В.М., Леонтьев А.И. и др. Под ред. А.И. Леонтьева.* М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997.
- [3] *Колмогоров А.Н.* // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. № 4.
- [4] *Едигаров А.С., Сулейманов В.А.* // Математическое моделирование. 1995. Т. 7. № 4.
- [5] *Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
- [6] *Prandtl L., Weighardt K.* Uber ein neues Formelsystem dur die ausgebildete Tubulenz // Nach. Akad. Wiss. Gottingen Math. Phis. Kl., 1945.
- [7] *Методы* расчета турбулентных течений / Под ред. В. Кольмана. М.: Мир, 1984.