

01

Безотражательное рассеяние SH -волны на границе раздела двух сред

© Эрик Д. Гай, Стенли Дж. Радзевикьюс

Инженерный корпус Армии США, Отдел охраны окружающей среды и коррективного обучения,
502 Эйт Стрит, Хантингтон, Западная Вирджиния 25701, США
E-mail: Erich.D.Guy@usace, army.mil
ENSCO Inc., APA Division,
5400 Порт Ройал Роуд, Спрингфилд, Вирджиния 22151, США
E-mail: radzevicius.stan@ensco.com

Поступило в Редакцию 9 июня 2003 г.
В окончательной редакции 21 октября 2003 г.

Установлено существование угла падения SH -волны, при котором амплитуда отраженной волны равна нулю (угол вхождения SH -волны) для случая рассеяния плоской волны на плоской границе раздела двух однородных изотропных и линейно-упругих полупространств. Данный эффект численно подтвержден для двух наборов значений параметров полупространств. Понятие угла вхождения SH -волны аналогично известным понятиям угла Брюстера в электромагнетизме и угла вхождения P -волны в акустике. Эффект может найти применение при неинтрузивном контроле параметров различных сред.

Введение. В однородной изотропной и линейно-упругой среде могут существовать упругие волны трех типов, состоящие из продольной первичной (P) и поперечных вторичных (SV и SH) волн. P -волны поляризованы вдоль направления распространения и в плоскости падения волны, SV -волны поляризованы ортогонально направлению распространения и в плоскости падения, а SH -волны поляризованы ортогонально направлению распространения и в плоскости, ортогональной плоскости падения волны. Рассеяние (отражение и преломление/прохождение) происходит, когда упругие волны падают на границу раздела сред с разными сопротивлениями. Распределение значений амплитуды и энергии среди рассеянных компонент зависит от вида падающей волны, угла падения и сопротивления сред.

Значения амплитуды и энергии компонент, образующихся при рассеянии P - и SV -волн на плоской границе раздела сред зависят от скоростей продольных волн, скоростей волн сдвига и плотностей в средах, а в случае рассеяния SH -волн — только от скоростей волн сдвига и плотностей [1]. При рассеянии P - или SV -волн может произойти преобразование волн в точке наклонного падения на поверхности раздела с образованием волн четырех возможных видов: отраженных P и SV и преломленных P и SV . При падении SH -волны на поверхность раздела, параллельную плоскости поляризации падающей волны, генерируется только рассеянная SH -волна, независимо от угла падения. Из уравнения для коэффициента отражения плоской SH -волны мы вывели уравнения, предсказывающие угол падения для SH -волны, при котором амплитуда отраженной волны равна нулю (угол вхождения SH -волны).

Теория. Для плоской SH -волны в однородной изотропной и линейно-упругой среде коэффициент отражения для любого угла падения имеет следующий вид [1]:

$$SH_1SH_1 = \frac{Z_{S1} \cos \theta_{SH_1SH_1} - Z_{S2} \cos \theta_{SH_1SH_2}}{Z_{S1} \cos \theta_{SH_1SH_1} + Z_{S2} \cos \theta_{SH_1SH_2}}, \quad (1)$$

где SH_1SH_1 — амплитуда отраженной волны сдвига; $\theta_{SH_1SH_1}$ — угол падения и отражения; $\theta_{SH_1SH_2}$ — угол преломления, Z_{S1} и Z_{S2} — сопротивления сдвигу среды падающей (среда 1) и среды преломленной (среда 2) волн соответственно. Сопротивление сдвигу есть произведение скорости волны сдвига в среде (V_{S1} или V_{S2}) и плотности среды (ρ_1 или ρ_2).

Коэффициент отражения равен нулю (остается только преломленная волна), когда угол падения равен углу вхождения SH -волны (θ_I), и при этом выполняется:

$$Z_{S1} \cos \theta_I = Z_{S2} \cos \theta_{SH_1SH_2}. \quad (2)$$

Чтобы разрешить это уравнение относительно θ_I , запишем:

$$\frac{Z_{S1}}{Z_{S2}} = \frac{\cos \theta_{SH_1SH_2}}{\cos \theta_I}. \quad (3)$$

Используя равенство $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ и закон Снелла для исключения $\theta_{SH_1 SH_2}$ [1], получим:

$$\frac{Z_{s1}}{Z_{s2}} = \frac{(1 - (V_{s2}/V_{s1})^2 \sin^2 \theta_I)^{1/2}}{(1 - \sin^2 \theta_I)^{1/2}}, \quad (4)$$

откуда выводим следующее решение для θ_I , выраженное через скорости волн сдвига и сопротивления сдвигу в средах:

$$\theta_I = \sin^{-1} \left(\frac{1 - (Z_{s1}/Z_{s2})^2}{(V_{s2}/V_{s1})^2 - (Z_{s1}/Z_{s2})^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

или то же решение, но выраженное через скорости и плотности:

$$\theta_I = \sin^{-1} \left(\frac{(V_{s2}/V_{s1})^2 - (\rho_1/\rho_2)^2}{(V_{s2}/V_{s1})^4 - (\rho_1/\rho_2)^2} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

θ_I есть угол падения, принимающий вещественные значения между 0 и 90°. Для того чтобы уравнения (5) и (6) имели вещественные решения, числитель и знаменатель в каждом уравнении должны быть одного знака и абсолютное значение числителя должно быть не больше, чем модуль знаменателя. В терминах скоростей и сопротивлений эти условия выполняются, если верно неравенство $(V_{s2}/V_{s1}) \geq 1 \geq (Z_{s1}/Z_{s2})$ или $(Z_{s1}/Z_{s2}) \geq 1 \geq (V_{s2}/V_{s1})$. В случае, когда $V_{s1} = V_{s2}$ и $\rho_1 = \rho_2$, коэффициент отражения SH -волны равен нулю для всех углов падения.

Численные примеры. Для иллюстрации существования угла вхождения SH -волны решения уравнений, описывающих рассеяние плоской SH -волны на плоской границе раздела двух однородных изотропных линейно-упругих полупространств, построены с помощью компьютерной программы PSHSV [2]. На рис. 1 и 2 показаны решения для двух наборов физических параметров сред. Рис. 1 представляет решение для случая SH -волны, идущей из среды с относительно малой скоростью сдвиговых волн в среду с относительно большой скоростью сдвиговых волн. Рис. 2 соответствует случаю с обратным соотношением этих скоростей в средах. Выбранные значения скоростей сдвиговых волн (m/s) и плотностей сред (g/cm^3) приведены на рисунках.

Рис. 1 и 2 содержат по шесть панелей, показывающих изменение амплитуды, квадратного корня из энергии, энергии и фазового угла как функций угла падения для каждого вида волн, генерируемых на границе

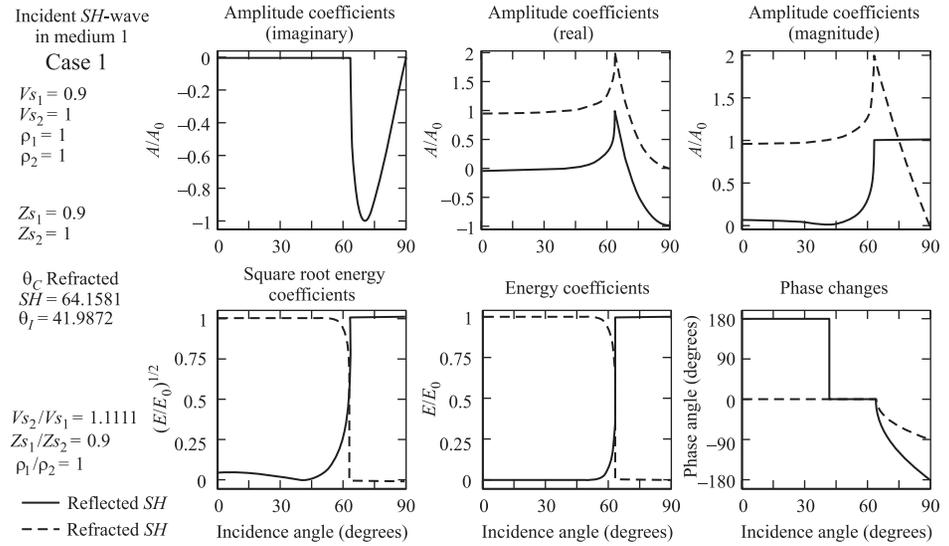


Рис. 1. Существование угла вхождения *SH*-волны θ_l в случае, когда сдвиговые скорость и сопротивление сред удовлетворяют неравенству $(V_{s2}/V_{s1}) > 1 > (Z_{s1}/Z_{s2})$. Графики амплитуды, энергии, квадратного корня из энергии и фазы как функций от угла падения *SH*-волны при рассеянии на плоской границе раздела между однородными изотропными линейно-упругими средами были получены с помощью компьютерной программы PSHSV [2]. A/A_0 есть отношение максимальной амплитуды рассеянной волны к максимальной амплитуде падающей волны, E/E_0 есть отношение энергии рассеянной волны к энергии падающей волны. V_{s1} и V_{s2} — скорости волн сдвига в среде падения (среда 1) и среде преломления (среда 2); ρ_1 и ρ_2 — плотности в среде падения и среде преломления; Z_{s1} и Z_{s2} — сопротивления сдвигу в среде падения и среде преломления. При выбранных условиях на физические параметры сред существует критический угол θ_c .

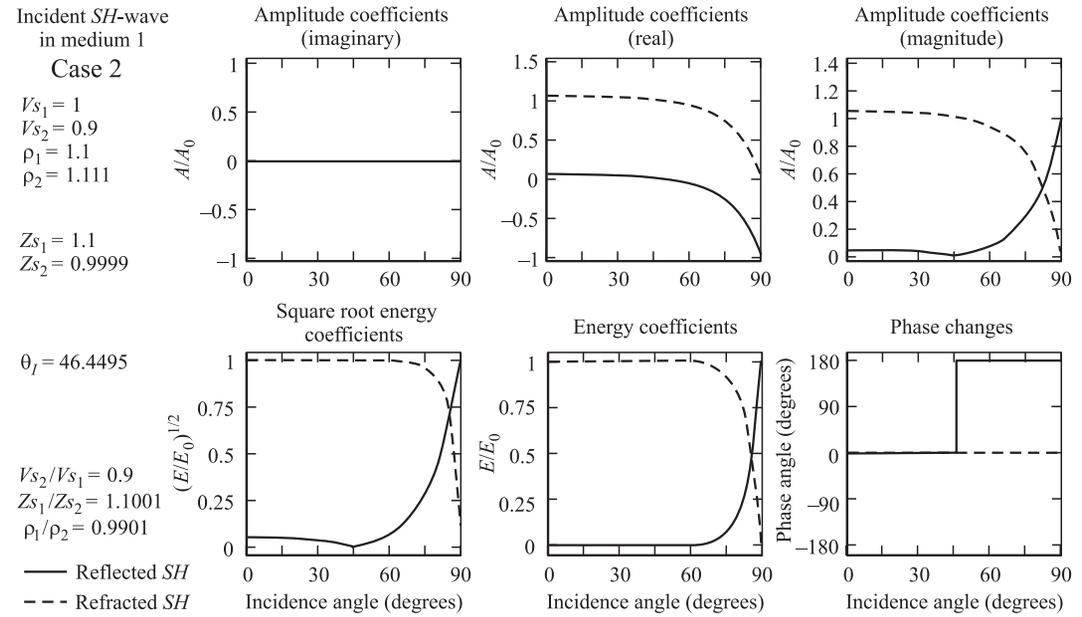


Рис. 2. Существование угла вхождения *SH*-волны (θ_I) в случае, когда сдвиговые скорость и сопротивление сред удовлетворяют неравенству $(Z_{S1}/Z_{S2}) > 1 > (V_{S1}/V_{S2})$. Все обозначения имеют такой же смысл, как на рис. 1.

раздела в рассмотренных случаях. Амплитуда, показанная на рисунках, вычисляется по (1) и по следующему уравнению:

$$SH_1SH_2 = \frac{2Zs_1 \cos \theta_{SH_1SH_1}}{Zs_1 \cos \theta_{SH_1SH_1} + Zs_2 \cos \theta_{SH_1SH_2}}, \quad (7)$$

где SH_1SH_2 — амплитуда преломленной волны. Углы отражения и преломления из (1) и (7) зависят от горизонтальной и вертикальной компонент вектора замедленности:

$$pp = (u^2 - \eta^2)^{1/2} = u \sin \theta, \quad (8)$$

$$\eta = (u^2 - pp^2)^{1/2} = u \cos \theta, \quad (9)$$

где u — замедленность, pp — горизонтальная замедленность, η — вертикальная замедленность, θ — угол отклонения отраженной или преломленной волны от нормали к поверхности раздела. В терминах Vs_1 и Vs_2 косинусы углов отражения и преломления запишутся как

$$\cos \theta_{SH_1SH_1} = Vs_1((1/Vs_1^2) - pp^2)^{1/2}, \quad (10)$$

$$\cos \theta_{SH_1SH_2} = Vs_2((1/Vs_2^2) - pp^2)^{1/2}. \quad (11)$$

Энергия и квадратный корень из энергии из рисунков вычисляются по формулам:

$$ENSH_1SH_1 = SH_1SH_1, \quad (12)$$

$$ENSH_1SH_2 = (SH_1SH_2) \left(\frac{Zs_2 \cos \theta_{SH_1SH_2}}{Zs_1 \cos \theta_{SH_1SH_1}} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

$$ESH_1SH_1 = (ENSH_1SH_1)^2, \quad (14)$$

$$ESH_1SH_2 = (ENSH_1SH_2)^2, \quad (15)$$

где $ENSH_1SH_1$ и $ENSH_1SH_2$ суть нормированные значения квадратного корня из отраженной и преломленной энергии, ESH_1SH_1 и ESH_1SH_2 обозначают отраженную и преломленную энергию. Нормированные значения энергий представляют части энергии падающей волны, переносимые отраженной и преломленной волнами, и поэтому в сумме дают единицу для всех углов падения, тогда как сумма амплитуд отраженной и преломленной волн не обязана равняться единице при данном угле падения.

Фазовые углы на рис. 1 и 2 вычисляются по формуле

$$\varphi = \tan^{-1}(b/a), \quad (16)$$

где φ — фазовый угол (со значениями между $+180$ и -180° и значением 0° между первым и четвертым квадрантами), a и b — вещественная и мнимая части амплитуды.

Рис. 1 представляет решение, полученное в случае, когда физические параметры сред удовлетворяют неравенству $(V_{s2}/V_{s1}) > 1 > (Z_{s1}/Z_{s2})$. Из рисунка видно наличие угла входа (θ_I) и критического угла (θ_C), и эти результаты совпадают с предсказаниями формулы (5). Критический угол определяется как

$$\theta_C = \sin^{-1}(V_{s1}/V_{s2}) \quad (17)$$

и существует в силу того, что скорость в среде падения меньше скорости в среде преломления. Из рисунка видно, что фаза отраженной SH -волны меняется на 180° при угле θ_I (примерно 42°), при больших углах она постоянна до критического значения угла θ_C (приблизительно 64°), после которого фаза меняется. Вещественная часть амплитуды отраженной волны меняет знак на положительный в точке θ_I , что происходит до значения θ_C . Поскольку вещественная часть отраженного сигнала меняет знак до того, как вся энергия отразится от поверхности раздела в точке θ_C , отраженная энергия равна нулю при угле θ_I . Не во всех случаях, когда SH -волна падает из среды с относительно малой скоростью сдвиговых волн в среду с относительно большой скоростью, найдется угол входа θ_I . Например, в случае, когда физические параметры сред выбраны так, что $(V_{s2}/V_{s1}) = (Z_{s1}/Z_{s2}) > 1$, угол θ_C может появиться, а угол θ_I запрещен согласно формуле (5).

Рис. 2 представляет решение, полученное в случае, когда физические параметры сред удовлетворяют неравенству $(Z_{s1}/Z_{s2}) > 1 > (V_{s2}/V_{s1})$. Из рисунка видно, что угол θ_I существует, а угол θ_C не существует при таких параметрах, что согласуется с предсказаниями формулы (5). Фаза отраженной SH -волны постоянна при углах, меньших, чем θ_I (примерно 46° ; при этом значении угла амплитуда отраженной волны равна нулю), а при больших углах меняется на 180° . Из графиков вещественной и мнимой частей амплитуды отраженной волны видно, что вещественная часть амплитуды меняет знак на отрицательный при угле θ_I . Не во всех случаях, когда SH -волна

падает из среды с относительно большой скоростью сдвиговых волн в среду с относительно малой скоростью, найдется угол вхождения θ_I . Например, в случае, когда физические параметры сред выбраны так, что $1 > (V_{s2}/V_{s1}) = (Z_{s1}/Z_{s2})$, угол θ_I запрещен согласно формуле (5).

Заключение. Эффект вхождения SH -волны происходит при угле падения, равном углу вхождения, и в средах с параметрами, удовлетворяющими неравенству $(V_{s2}/V_{s1}) \geq 1 \geq (Z_{s1}/Z_{s2})$ (скорость и сопротивление в среде преломления больше, чем в среде падения) или неравенству $(Z_{s1}/Z_{s2}) \geq 1 \geq (V_{s2}/V_{s1})$ (скорость и сопротивление в среде преломления меньше, чем в среде падения). Техническая реализация метода распознавания эффекта вхождения SH -волны может служить новым неинтрузивным способом контроля параметров различных сред, наподобие широко используемых в технике электромагнитного угла Брюстера в оптике [3–5], и угла вхождения P -волны в акустике [6,7], а также может стимулировать новые исследования в данной области.

Список литературы

- [1] *Shearer P.M.* Introduction to Seismology. New York, USA: Cambridge University Press, 1999.
- [2] *Guy E.D., Radzevicius S.J., Conroy J.P.* // Computers and Geosciences. 2003. V. 25 (5). P. 569.
- [3] *Balanis C.A.* Advanced Engineering Electromagnetics. New York, USA: Wiley, 1989.
- [4] *Brekhovskikh L.M.* Waves in Layered Media. New York: Academic Press, 1980.
- [5] *Born M., Wolf E.* Principles of Optics. Cambridge University Press, 1999.
- [6] *Ziomek L.J.* Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space Time Signal Processing, CRC Press, Ann Arbor, USA, 1995.
- [7] *Winokur R.S., Bohn J.C.* // Journal of The Acoustical Society of America. 1968. V. 44 (4). P. 1130.