

03;04

Коэффициент Таунсенда и характеристики убегания электронов в азоте

© А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН, Москва

Поступило в Редакцию 22 сентября 2003 г.

На основе аналитического рассмотрения и численного моделирования показано, что таунсендовский механизм ионизации (характеризуемый средней дрейфовой постоянной скоростью и энергией электронов в сочетании с экспоненциальным ростом числа электронов) справедлив даже для таких полей, при которых можно пренебречь ионизационным трением электронов о газ. Для азота проведены расчеты универсальной зависимости напряжения на электродах $U_{cr}(pd)$ от произведения давления на длину межэлектродного промежутка pd , разделяющей область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться. Кривая $U_{cr}(pd)$ имеет верхнюю и нижнюю ветви. Верхняя ветвь характеризует убегание электронов, нижняя — уход за счет дрейфа. Минимальное значение pd на кривой $U_{cr}(pd)$ соответствует максимуму зависимости коэффициента Таунсенда от E/p . На основе зависимости $U_{cr}(pd)$ построен аналог известной кривой Пашена, характеризующей зажигание самостоятельного разряда в азоте.

1. Введение

Таунсендовский механизм ионизации характеризуется экспоненциальным ростом числа электронов как функции расстояния от катода при постоянной средней скорости и энергии электронов. В работах [1,2] было показано, что таунсендовский механизм размножения справедлив даже для таких сильных полей, при которых можно пренебречь ионизационным трением электронов о газ и, согласно традиционной точке зрения [3–5], выполняется локальный критерий убегания электронов. На основе численного моделирования процесса размножения электронов в гелии [1,2] и в ксеноне [2] был предложен нелокальный критерий убегания электронов. Рассмотрение механизма формирования

убегающих электронов в газе сейчас приобретает дополнительную актуальность в связи с получением электронных пучков субнаносекундной длительности с рекордной амплитудой тока (в воздухе ~ 70 А, в гелии ~ 200 А [6,7]) при атмосферном давлении. В данной работе мы на основе простых соображений выявим причины, по которым таунсендовский механизм справедлив и при сильных полях, а также приведем результаты новых расчетов, аналогичных проведенным в [1,2], но для азота.

2. Локальный критерий убегания электронов

Традиционный подход. Остановимся кратко на основных моментах вывода локального критерия убегания электронов (подробнее см., например, [3, с. 53; 4, с. 71; 5, с. 74]). Считается, что в установившемся потоке электронов от катода к аноду распределение близко к моноэнергетическому [5]. Для энергии ε электрона, находящегося в электрическом поле напряженности E , используется следующее уравнение баланса [3–5]:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = eE - F(\varepsilon). \quad (1)$$

Здесь x — расстояние до катода, $F(\varepsilon)$ — сила трения, обусловленная столкновением электрона с атомами газа. Для силы трения в нерелятивистском случае часто используется простое выражение, основанное на приближении Бете:

$$F(\varepsilon) = \frac{2\pi e^4 ZN}{\varepsilon} \ln\left(\frac{2\varepsilon}{I}\right). \quad (2)$$

Здесь Z — число электронов в атоме или молекуле нейтрального газа; N — плотность частиц нейтрального газа; I — средняя энергия неупругих потерь. Несмотря на грубый характер приближения (2), оно, как и более точные расчеты, дает максимум зависимости силы от энергии электрона $F_{\max} = F(\varepsilon_{\max})$. Максимум выражения (2) имеет место при $\varepsilon_{\max} = 2.72 \cdot I/2$. Для гелия $I = 44$ eV, $\varepsilon_{\max} = 2.72 \cdot I/2 = 60$ eV, более точный расчет дает $\varepsilon_{\max} \approx 100$ eV. Для азота $I = 80$ eV, $\varepsilon_{\max} = 2.72I/2 = 109$ eV, более точный расчет дает $\varepsilon_{\max} \approx 103$ eV.

Согласно традиционному подходу [3–5], условием получения убегающих электронов в газе является требование большой напряженности

поля $E > E_{cr1}$, где критическая напряженность поля E_{cr1} определяется максимальным значением силы торможения $E_{cr1} = F_{\max}/e$. Например, если использовать выражение (2), то для критического поля имеем [4]:

$$E_{cr1} = 4\pi e^3 ZN / (2.72I), \quad \text{или} \quad E_{cr1/p} = 3 \cdot 10^3 Z / (I/eV) \cdot V / (\text{cm/Torr}). \quad (3)$$

Здесь p — давление газа при 300 К. Для гелия, например, $E_{cr1/p} \approx 140 \cdot V / (\text{cm/Torr})$, для азота $E_{cr1/p} \approx 590 \cdot V / (\text{cm/Torr})$.

Критерий $E > E_{cr1}$ является локальным в том смысле, что критическое поле E_{cr1} определяется только свойствами нейтральных частиц и плотностью газа в рассматриваемой точке пространства.

Приведем простые соображения, объясняющие, почему режим про-свиста, т.е. непрерывного ускорения основной доли электронов в газах, на самом деле не реализуется даже при $E \gg E_{cr1}$, если расстояние до катода достаточно велико.

Ограничение средней энергии размножением. Обратим внимание на важный факт. Даже при выполнении условия $E > E_{cr1}$ средняя энергия электронов вовсе не будет неограниченно расти с ростом x . Дело в том, что приведенное выше рассмотрение не учитывает принципиальный момент — размножение электронов. Для определения средней энергии электронов ε^* надо исходить не из (1), а из уравнения, учитывающего изменение числа электронов. В простейшей форме, на уровне приближения (1), закон сохранения энергии имеет вид:

$$\frac{d(N_e \varepsilon^*)}{dx} = eEN_e - F(\varepsilon^*)N_e. \quad (4)$$

Здесь $N_e(x)$ — плотность электронов в точке x . Учитывая, что $dN_e/dx = \alpha_i N_e$, где α_i — таунсендовский коэффициент размножения электронов, из (4) имеем:

$$\frac{d\varepsilon^*}{dx} = eE - F(\varepsilon^*) - \alpha_i \varepsilon^*. \quad (5)$$

В отличие от (1) это уравнение содержит в правой части отрицательный член $\alpha_i \varepsilon^*$, описывающий „размазывание“ энергии, приобретаемой электронами от поля на все электроны, включая новорожденные. Поэтому даже при полном пренебрежении торможением о газ (при $F(\varepsilon) = 0$) средняя энергия электронов ограничена: $\varepsilon^* < \varepsilon_{\max}^* = eE/\alpha_i$. Соответственно придавать уравнению (1) смысл уравнения для среднего значения электронов и считать распределение электронов мо-

ноэнергетическим нельзя. В случае, когда по каким-либо причинам ионизации нет ($\alpha_i = 0$), например, в полностью ионизованной плазме, традиционный подход, основанный на уравнении типа (1), становится справедливым.

Из сказанного следует, что для основного количества электронов таунсендовский режим размножения (в котором доля постоянно ускоряющихся электронов мала) реализуется даже в полях большой напряженности $E > E_{cr1}$, когда, согласно обычной точке зрения, все электроны непрерывно ускоряются. Разумеется, некоторое количество быстрых электронов действительно постоянно ускоряется. Более того, они могут играть существенную роль в предьонизации газа. Однако доля этих постоянно ускоряющихся электронов должна на некотором расстоянии от катода стать малой по сравнению с общим числом электронов, поскольку средняя энергия электронов на этом расстоянии перестает расти. Рассмотрим в связи с этим результаты численного моделирования.

3. Размножение электронов и убегающие электроны в азоте

Использованная модель. Ниже приведены результаты расчета ионизационных характеристик для азота в рамках модели [1,2,8,9]. Электроны рождались на катоде с хаотически направленной скоростью и начальной энергией, распределенной по Пуассону со средним значением $\epsilon_0 = 0.2 \text{ eV}$. На малых временных шагах решались уравнения движения всех электронов и с вероятностями, определяемыми сечениями элементарных процессов, разыгрывались упругие и неупругие столкновения. Используемые в работе зависимости сечений и неупругих энергопотерь от энергии налетающего электрона приведены на рис. 1. Полное сечение взаимодействия электрона с молекулой азота определялось по данным работ [10–13], сечения ионизации — по данным [14–17]. Учитывалось возбуждение 10 низших электронных состояний молекулы азота (использовались данные работ [18,19] и 8 низших колебательных уровней ([20–22])). Ниже приведены результаты для плоских электродов, находящихся на расстоянии d под напряжением U . О методе рассмотрения случая коаксиальных цилиндров см. [9].

Таунсендовский режим ионизации. Расчеты показывают, что при всех рассмотренных значениях приведенной напряженности поля $E/p = 10 \div 10^5 \text{ V}/(\text{Torr} \cdot \text{cm})$ при достаточно больших расстояниях между электродами d действительно имеет место таунсендовский режим

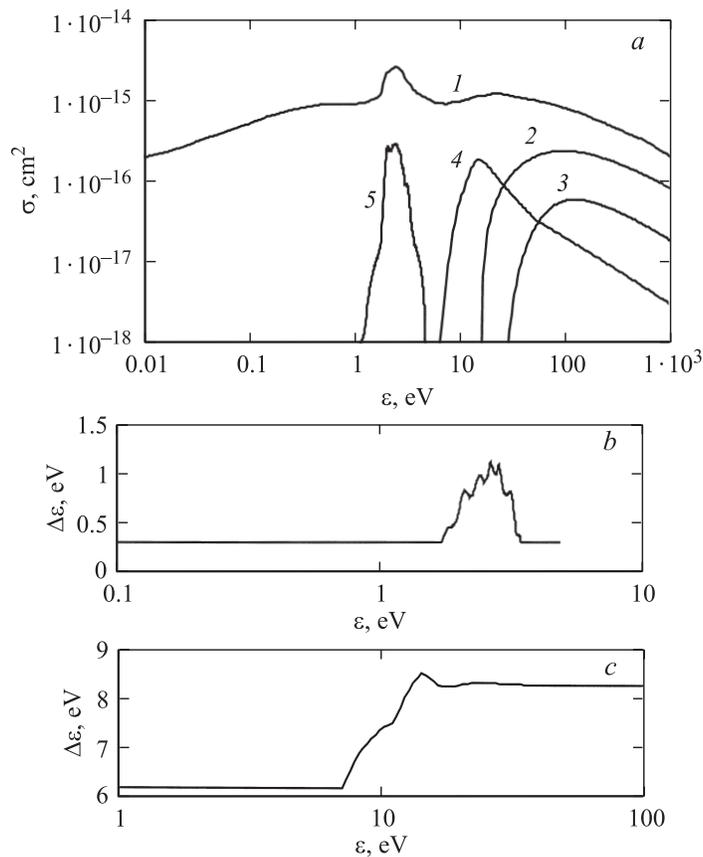


Рис. 1. Зависимость сечений столкновения электрона с молекулой азота (*a*) и энергопотери за счет возбуждения колебательных (*b*) и электронных (*c*) состояний от энергии: 1 — полное сечение столкновений; 2 — сечение ионизации; 3 — сечение диссоциативной ионизации; 4 — сечение возбуждения электронных состояний; 5 — сечение возбуждения колебательных состояний (по данным работ [10–21]).

ионизации, а убегающие электроны практически отсутствуют. Тот факт, что режим ионизации именно таунсендовский, подтверждается тем, что с ростом расстояния от катода x всегда, начиная с некоторых значений x , имеет место экспоненциальный рост числа актов воз-

буждения и рождения электронов. При этом на этих расстояниях устанавливаются независимые от x средняя энергия электронов ε^* и u_x — средняя проекция скорости на ось x . Максимум функции распределения электронов, долетевших до анода, приходится на малые энергии $\varepsilon^* \ll eU$.

Наклон логарифма числа актов ионизации и наклон тока определяет коэффициент размножения Таунсенда α_i . Величина α_i пропорциональна плотности газа (давлению) и может быть записана в виде $\alpha_i(E, p) = p \cdot \xi(E/p)$. Для азота известна следующая аппроксимация [5], базирующаяся на экспериментальных данных:

$$\xi(E/p) = A \cdot \exp\left(-B \cdot \left(\frac{p}{E}\right)\right), \quad (6)$$

где $A = 12 \cdot 1/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$, $B = 342 \cdot \text{V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$ — при $E/p = 100 \div 600 \text{ V}/(\text{Torr} \cdot \text{cm})$; $A = 8.8 \cdot 1/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$, $B = 275 \times \text{V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$ — при $E/p = 27 \div 200 \text{ V}/(\text{Torr} \cdot \text{cm})$.

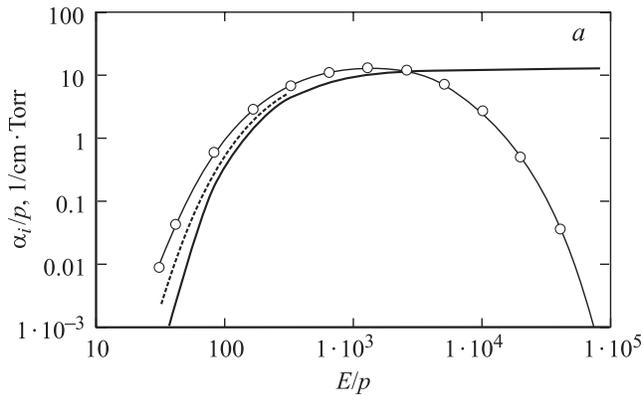


Рис. 2. Зависимость ионизационных и дрейфовых характеристик от приведенной напряженности поля E/p (в $\text{V}/\text{cm} \cdot \text{Torr}$) для азота N_2 . Точки получены при различных значениях напряженности поля и $p = 100 \text{ Torr}$ ($N = 3.22 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). *a* — нормированные на давление значения коэффициента Таунсенда α_i/p (черные кружки), полученные из моделирования при различных значениях напряженности поля. Жирная сплошная кривая соответствует аппроксимации (6), пунктир — результаты моделирования [18]. *b* — средняя проекция скорости электронов на ось x , направленную по электрическому полю u_x (кружки), пунктир — результаты моделирования [18]. *c* — средняя энергия электронов.

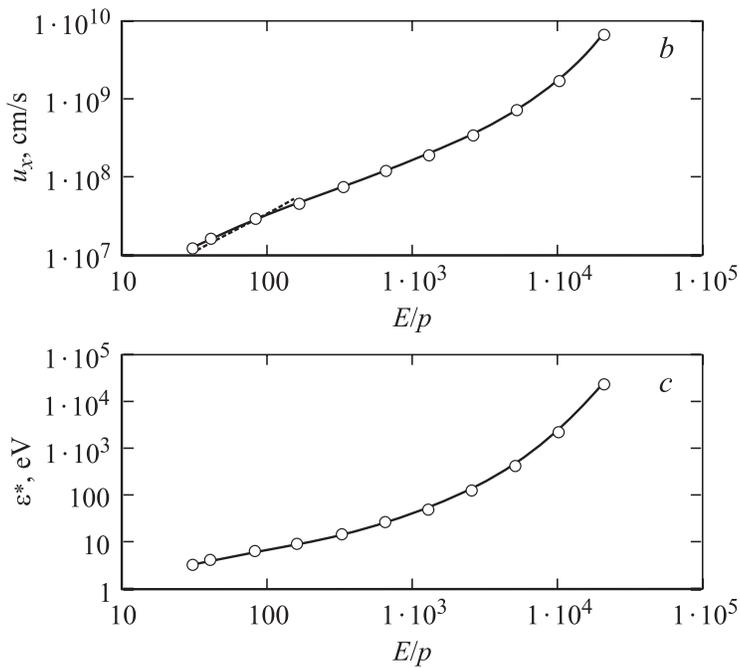


Рис. 2 (продолжение).

Расчеты показывают (рис. 2), что эта аппроксимация верна лишь до некоторого значения приведенной напряженности поля $E/p < (E/p)_{\max} = 1500 \text{ V}/(\text{Torr} \cdot \text{cm})$ — для азота. При больших значениях E/p коэффициент размножения α_i начинает падать.

Отметим, что значение пиковой напряженности поля E_{\max} в 2.5 раза превышает приведенное выше оценочное значение для $E_{cr1} = 590 \cdot \text{V}/(\text{cm}/\text{Torr})$, однако надо учитывать грубый характер формулы (2). Ясно, что величина E_{cr1} определяет в действительности не условие непрерывного ускорения основной массы электронов с ростом x , а условие падения коэффициента размножения Таунсенда при $E > E_{cr1}$. В этом смысле определенные здесь и в работах [1,2] значения E_{\max} есть просто уточненные значения E_{cr1} .

4. Нелокальный критерий

Критическое напряжение. Таунсендовский режим ионизации устанавливается на некотором расстоянии от катода $x \sim \alpha_i^{-1}$, соответствующем характерной длине размножения. Если же расстояние между электродами невелико, $d < \alpha_i^{-1}$, картина размножения электронов радикально отличается от таунсендовской. Существенная часть электронов непрерывно ускоряется: с увеличением расстояния до катода x растет как проекция скорости u_x на ось x , так и средняя энергия ϵ^* . При этом пик функции распределения по энергии электронов, долетевших до анода, приходится на максимальное значение энергии $eU = eEd$, приобретаемой электроном при пролете от катода до анода.

В заметках [6,7], в отличие от обычно принятого подхода [3–5], предложено считать, что убегающие электроны начинают преобладать в том случае, когда расстояние между электродами d становится сравнимым с характерной длиной размножения, т. е. обратным коэффициентом Таунсенда α_i^{-1} . При $\alpha_i d < 1$ убегающие электроны преобладают и в спектре электронов, долетевших до анода. Соответственно критерий, определяющий граничное значение напряженности поля E_{cr} , имеет вид:

$$\alpha_i(E_{cr}, p)d = 1. \quad (8)$$

Для плоских электродов ($E_{cr} = U_{cr}/d$) имеем:

$$pd \cdot \xi(E_{cr}/p) = 1, \quad \text{или} \quad pd \cdot \xi(U_{cr}/pd) = 1. \quad (9)$$

Последняя формула (9) дает неявную зависимость критического напряжения $U_{cr}(pd)$ от произведения расстояния между электродами на давление pd (рис. 3). Кривая $U_{cr}(pd)$ разделяет область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться. Она является универсальной для данного газа.

Нижняя и верхняя ветви кривой ухода. На кривой ухода электронов $U_{cr}(pd)$ можно выделить нижнюю и верхнюю ветви (рис. 3). Граничной точкой между ними будем считать точку поворота, т. е. точку, соответствующую минимальному значению $pd = (pd)_{\min}$. Эта точка соответствует максимуму функции $\xi(x)$. Покажем это. Рассмотрим pd как функцию U_{cr} . Для условия $\frac{d(pd)}{dU_{cr}} = 0$ из выражения (9), имеем $\xi'(x) = 0$, что соответствует максимуму зависимости $\xi(x)$. Итак, граничная точка,

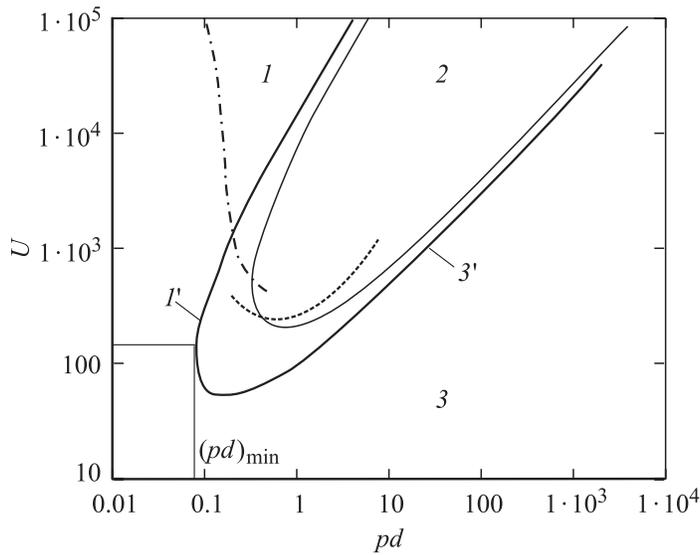


Рис. 3. Кривая $U_{cr}(pd)$, характеризующая критерий убегания электронов в азоте, (сплошная жирная) и кривая $U_{br}(pd)$, характеризующая критерий зажигания разряда (сплошная тонкая, $L = \ln(1 + 1/\gamma) = 4.0$). Пунктир — экспериментальные данные из [5], штрихпунктир — из [22]. 1 — область убегания; 1' — кривая убегания; 2 — размножение электронов, самостоятельный разряд; 3 — область дрейфа; 3' — кривая дрейфа.

определяемая как минимальное значение pd на кривой $U_{cr}(pd)$, как раз соответствует тому значению приведенной напряженности поля $E/p = (E/p)_{\max}$, при котором приведенный коэффициент Таунсенда $\alpha_i/p = \xi(E/p)$, проходит через максимум.

Область выше верхней ветви $U_{cr}(pd)$ соответствует ситуации, когда электроны, набирая большую энергию за свободный пробег, убегают из разрядного промежутка, не успевая эффективно размножиться ввиду малых сечений ионизации для больших энергий. Поэтому область выше верхней ветви кривой ухода естественно называть областью убегания (просвиста) электронов, а верхнюю часть кривой — кривой убегания.

В области ниже нижней ветви $U_{cr}(pd)$ электроны за время свободного пробега успевают набрать сравнительно небольшую энергию,

которая соответствует растущей части зависимости сечения ионизации от энергии электрона. Эта область соответствует ситуации, когда электроны дрейфуют от катода к аноду, не набирая энергии, достаточной для эффективного размножения. Поэтому область ниже нижней ветви кривой ухода естественно называть областью дрейфа электронов, а нижнюю часть кривой — кривой дрейфа.

Верхняя ветвь кривой зажигания самостоятельного разряда. Кривую, определяющую критерий зажигания разряда, обычно находят из условия того, что каждый электрон должен породить достаточное число ионов, чтобы за счет вторичной электронной эмиссии на катоде родился еще один электрон. Соответственно потенциал зажигания разряда $U_{br}(pd)$ определяют следующим условием (см., например, [5]):

$$\alpha_i(E, p)d = \ln(1 + 1/\gamma), \quad \text{или} \quad pd \cdot \xi(U_{br}/pd) = L,$$

$$\text{где} \quad L \equiv \ln(1 + 1/\gamma). \quad (10)$$

Здесь γ — коэффициент вторичной эмиссии электронов. Кривые ухода и кривых зажигания связаны соотношением $U_{br}(pd) = L \cdot U_{cr}(pd/L)$.

Отметим, однако, что кривая зажигания $U_{br}(pd)$ не имеет такого общего характера, как кривая ухода $U_{cr}(pd)$. Кривая ухода $U_{cr}(pd)$ является универсальной характеристикой данного газа, в то время как кривая зажигания $U_{br}(pd)$ зависит от модели, описывающей зажигание разряда. В частности, левая ветвь кривой Пашена определяется свойствами электродов.

5. Заключение

Итак, в данной работе на основе простого уравнения, учитывающего размножение электронов, показано, что на некотором расстоянии от катода устанавливается постоянное значение средней энергии электронов, даже если напряженность поля настолько велика, что трением электронов о газ можно пренебречь. Отсюда следует, что локальный критерий убегания (просвиста) электронов несправедлив в случае, когда имеет место размножение электронов.

Приведены подтверждающие эту точку зрения результаты численного моделирования размножения и транспортировки электронов в азоте. Получена универсальная функция, характеризующая критерий убегания электронов в азоте.

Авторы признательны В.Ф. Тарасенко за стимулирующие обсуждения.

Работа поддержана грантом МНТЦ-1270.

Список литературы

- [1] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. В. 5. С. 264–269.
- [2] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 16. С. 54–62.
- [3] Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А. // УФН. 1990. Т. 160 (7). С. 49–82.
- [4] Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. 224 с.
- [5] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с. С. 43 (рис. 3.3).
- [6] Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И., Орловский В.М., Ткачев А.Н., Шунайлов С.А. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. В. 11. С. 737–742.
- [7] Алексеев С.Б., Орловский В.М., Тарасенко В.Ф., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 16. С. 45–53.
- [8] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // Proceedings of SPIE. 2002. V. 4747. P. 271.
- [9] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // Laser physics. 2002. V. 12 (7). P. 1022–1028.
- [10] Engelhardt A.G., Phelps A.V., Risk C.G. // Phys. Rev. A. 1964. V. 135 (6). P. 1566.
- [11] Golden D.E. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17 (16). P. 847.
- [12] Blaauw H.J., Wagenaar R.W., Barends D.H., de Heer F.J. // J. Phys. B. 1980. V. 13. P. 359.
- [13] Dalba G., Fornasini P., Grisenti R., Ranieri G., Zecca A. // J. Phys. B. 1980. V. 13. P. 4695.
- [14] Krishnakumar E., Srivastava S.K. // J. Phys. B. 1990. V. 23. P. 1893.
- [15] Tian C., Vidal C.R. // J. Phys. B. 1998. V. 31. P. 5369.
- [16] Rapp D., Englander-Golden P., Briglia D.P. // J. Chem. Phys. 1965. V. 42 (12). P. 4081.
- [17] Schram B.L., deHeer F.J., Van der Wiel M.J., Kistemaker J. // Physica. 1965. V. 31. P. 94.
- [18] Campbell L., Brunger M.J., Nolan A.M. et al. // J. Phys. B. 2001. V. 34. P. 1185.
- [19] Cartwright D.C., Chutjian A., Trajmar S., Williams W. // Phys. Rev. A. 1977. V. 16 (3). P. 1041.
- [20] Schulz G.J. // Rev. Mod. Phys. 1973. V. 45 (3). P. 423.
- [21] Vicic M., Poparic G., Belic D.S. // J. Phys. B. 1996. V. 29. P. 1273.
- [22] Бабанин В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1974. Т. 44. В. 1. С. 102.