

01;09

## **Дифракция электромагнитных волн на двух шарах в приложении к проектированию антенн космического аппарата**

© И.П. Козлов

Московский государственный авиационный институт  
(технический университет)

*В окончательной редакции 20 сентября 2002 г.*

При проектировании антенн космических аппаратов с электрореактивным двигателем на борту обоснована необходимость строгого решения задачи дифракции волн на двух телах. Строго решена задача дифракции на двух шарах через скалярные потенциалы полей. Предложен метод преобразований амплитуд волн при смещении сферической системы координат. Даны результаты численных исследований.

**Введение.** Создание антенн в СВЧ-диапазоне радиоволн на космическом аппарате (КА) часто связано с жесткими ограничениями по месту расположения, весовым, габаритным и другим характеристикам и поэтому сопряжено со значительными техническими трудностями. Особенно это касается случаев расположения вблизи антенн острых выступающих частей и неоднородной холодной плазмы, например от струи электрореактивного двигателя (ЭРД), концентрация которой достигает критической. Математическое моделирование применено при предварительном проектировании антенн КА, когда для выбора оптимальной антенны используется строгое решение задачи дифракции электромагнитных волн на двух телах [1]. В качестве таких тел используются идеально проводящий диск с полусферами, моделирующий антенны и корпус КА, или неоднородный диэлектрический шар, моделирующий плазменное образование. Электродинамическая модель двух тел позволяет учесть взаимное влияние антенн между собой, корпусом КА, с его выступающими частями, особенно с острыми кромками, в присутствии плазменной струи ЭРД. Разработанный метод строгого решения задачи дифракции волн на двух телах при разделении

переменных в сферических координатах и метод расчета позволяют проводить вычисления при характерных размерах тел до нескольких длин волн [1–2].

Актуальность проведенных исследований возрастает в связи с теоретически предсказанным явлением качественной и количественной зависимости решения задачи распространения электромагнитных волн в плоскостом диэлектрике со „сверхмалым“ поглощением вблизи нуля  $\varepsilon$  от малых изменений параметров [3–4]. При  $\varepsilon \approx 0$  возможны нелинейные явления, что требует особого рассмотрения. Из-за этого при математическом моделировании взаимодействия электромагнитных волн с холодной плазмой вблизи критической концентрации (соответствующей нулю  $\varepsilon$ ) требуется применение строгого решения задачи дифракции электромагнитных волн на двух телах. Плазменная струя ЭРД представляется вложенными один в другой однородными непересекающимися диэлектрическими шарами, центры которых смещены по оси симметрии модели (рис. 1). Показана эффективность предложенного математического аппарата при проектировании антенн. Модель двух тел позволяет исследовать физические явления, связанные с электромагнитной совместимостью радиосистем КА в присутствии неоднородной плазмы, концентрация которой достигает критической.

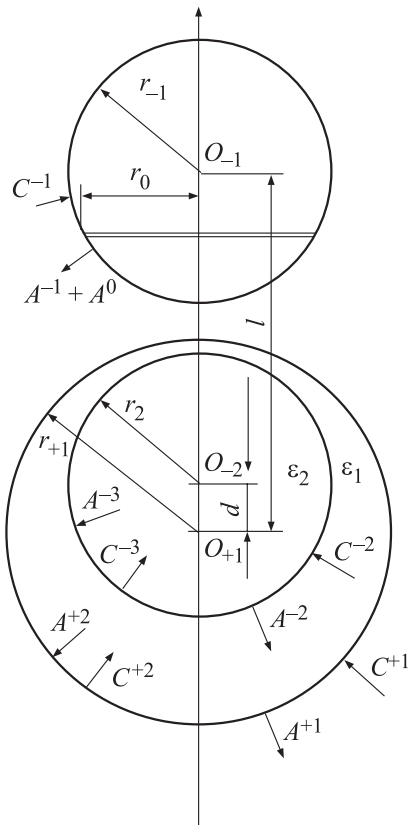
**Метод преобразований амплитуд волн при смещении начала координат.** Решения уравнений Максвелла при разделении переменных в сферической системе координат представляются скалярными потенциалами

$$V = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\bar{A}_{nm}}{\bar{C}_{nm}} \cos(m\varphi) + \frac{\bar{B}_{nm}}{\bar{D}_{nm}} \sin(m\varphi) \right\} P_n^m(\cos\theta) \xi_n^{(1)}(\rho), \quad r \langle r', \quad (1)$$

магнитных волн ( $E_r = 0$ ) и аналогично  $U$  электрических волн ( $H_r = 0$ ), если в (1) убрать черту над амплитудами волн, где  $\rho = \sqrt{\varepsilon\mu} kr$ , через  $r'$  обозначена область, занятая источниками,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости однородной среды.

Составляющие электрического  $E$  (и аналогично магнитного  $H$ ) полей в локальных сферических системах координат с центрами  $O_s$ ,  $s = \pm 1$  (рис. 2) связаны соотношениями

$$r_s E_{r_s} = (r_{-s} + sl \cos \theta_{-s}) E_{r_{-s}} - sl \sin \theta_{-s} E_{\theta_{-s}}, \quad (2)$$

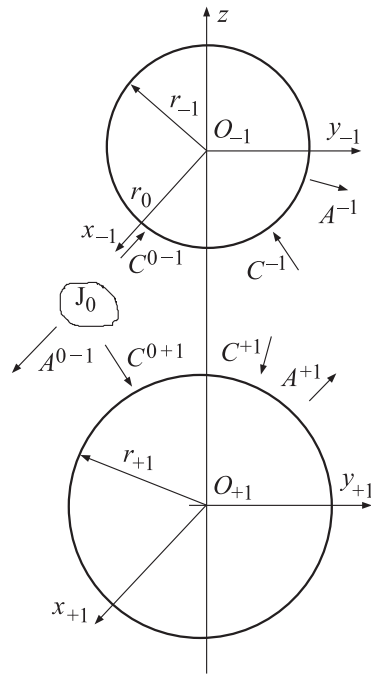


**Рис. 1.** Модель КА с расположенным вблизи плазменным образованием.

где  $s = \pm 1$ ,  $l$  — расстояние между центрами  $O_s$  и  $O_{-s}$ . Откуда, используя ортогональность собственных функций, получаются преобразования амплитуд волн для однородной среды в виде [5]

$$\frac{C_{nm}^s}{\bar{D}_{nm}^s} = \sum_j \left\{ \alpha_{nmj}^{-s} \frac{A_{jm}^{-s}}{\bar{B}_{jm}^{-s}} + \frac{I}{w_i} \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \frac{\bar{B}_{jm}^{-s}}{-A_{jm}^{-s}} \right\} \quad \text{при } r_s < l, \quad (3)$$

где  $s = \pm 1$ ,  $n, m = 0, 1, 2, \dots$  ( $n \neq 0, m \leq n$ ).



**Рис. 2.** Дифракция волн на двух телах. Амплитуды падающих электрических и магнитных волн ( $C_{nm}^s$ ,  $\bar{D}_{nm}^s$ ) схематично обозначены как  $C^s$ , а амплитуды отраженных волн ( $A_{nm}^s$ ,  $\bar{B}_{nm}^s$ ) —  $A^s$ ,  $s = \pm 1$ .

При этом  $w_j = \sqrt{\mu_j/\epsilon_j}$ , коэффициенты  $\alpha_{nmj}^{-s}$ ,  $\bar{\alpha}_{nmj}^{-s}$  определяются координатами нового начала координат в старой системе координат и зависят от расстояния  $kl$ , например  $\alpha_{nmj}^{-s} = f(kl, -s, n, m, j)$ . Из (3) видно, что один тип волн при переходе от одной локальной системы координат к другой приводит к появлению обоих типов волн. Преобразования амплитуд волн (3) показывают взаимную зависимость электрических и магнитных волн при смещении начала координат, наглядно демонстрируя неправомерность замены суперпозиции полей суперпозицией скалярных потенциалов полей, которая сделана в [6] при решении задачи дифракции на двух шарах [5].

Далее рассматривается осесимметричная система тел, когда амплитуды волн для различных азимутальных гармоник независимы. Поэтому приводится решение для произвольного  $m$ , а в целях сокращения записи рассматриваются решения для гармоник вида  $\cos m\varphi$  электрических волн и  $\sin m\varphi$  магнитных волн.

**Дифракция электромагнитных волн на двух шарах.** Рассмотрим задачу дифракции электромагнитных волн на двух шарах в пустоте (рис. 2). С каждым телом свяжем локальную систему координат с центром  $O_s$  ( $s = \pm 1$ ) и координатную поверхность радиуса  $r_s$ , ограничивающую тело, поверхности  $r_s$  не должны пересекаться. Пусть поле в общей области около  $r_s$  задается амплитудами волн сторонних токов  $A_{nm}^{Os}$ ,  $\bar{B}_{nm}^{Os}$ ,  $C_{nm}^{Os}$ ,  $\bar{D}_{nm}^{Os}$  и пока неизвестными амплитудами волн  $A_{nm}^s$ ,  $\bar{B}_{nm}^s$ ,  $C_{nm}^s$ ,  $\bar{D}_{nm}^s$ , обусловленными взаимным влиянием тел. После удовлетворения граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих полей на поверхности каждого шара решение задачи дифракции для амплитуд волн определяется следующим образом:

$$A_{nm}^s = a_{sn}(C_{nm}^s + C_{nm}^{Os}), \quad \bar{B}_{nm}^s = b_{sn}(\bar{D}_{nm}^s + \bar{D}_{nm}^{Os}),$$

$$s = \pm 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

где, например,  $a_{1n}$  и  $b_{1n}$  в случае идеально проводящей сферы выражаются через собственные функции следующим образом:

$$a_{1n} = -\frac{\psi_n'(kr_1)}{\xi_n^{(1)'}(kr_1)}, \quad b_{1n} = -\frac{\psi_n(kr_1)}{\xi_n^{(1)}(kr_1)}.$$

Поля в общей области между шарами около поверхности  $r_s$ ,  $s = \pm 1$ , задаются скалярными потенциалами (1) электрических и магнитных волн соответственно

$$U_s = U(A_{nm}^s, C_{nm}^{Os} + C_{nm}^s), \quad V_s = V(\bar{B}_{nm}^s, \bar{D}_{nm}^{Os} + \bar{D}_{nm}^s), \quad s = \pm 1.$$

Подставляя преобразования амплитуд волн (3) в (4), получаем относительно неизвестных амплитуд волн бесконечную систему линейных уравнений

$$A_{nm}^s - a_{sn} \sum_{j=m}^{\infty} \{ \alpha_{nmj}^{-s} A_{jm}^{-s} + \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \bar{B}_{jm}^{-s} \} = a_{sn} C_{nm}^{Os},$$

$$\bar{B}_{nm}^s - b_{sn} \sum_{j=m}^{\infty} \{ \alpha_{nmj}^{-s} \bar{B}_{jm}^{-s} - \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} A_{jm}^{-s} \} = b_{sn} \bar{D}_{nm}^{Os}, \quad s = \pm 1, n = 1, 2, 3, \dots$$

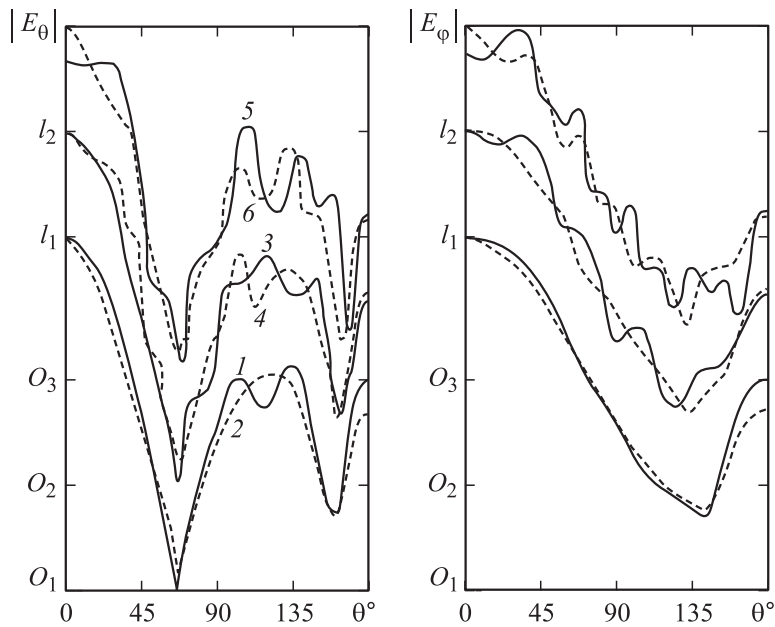
$$(5)$$

Решение системы (5) относительно  $A_{nm}^s, \bar{B}_{nm}^s, s = \pm 1$  методом усечения является искомым решением задачи. Суммарное поле в общей области представляется геометрической суммой полей, определяемых в локальных системах координат этими амплитудами волн и амплитудами волн сторонних токов, например,  $A_{nm}^{O-1}, \bar{B}_{nm}^{O-1}$ . В дальней зоне ( $r \gg r_s, kr \gg 1$ ) соотношения для полей существенно упрощаются.

В результате строгое решение задачи дифракции волн на двух шарах методом преобразований амплитуд волн строится следующим образом. Сначала поле в общей области вблизи поверхности каждого шара в локальной системе координат представляется заданными амплитудами волн сторонних токов и неизвестными амплитудами волн, обусловленными влиянием соседнего шара (рис. 2). Из граничных условий на поверхности каждого шара получается бесконечная система уравнений для неизвестных амплитуд волн. Преобразования этих неизвестных амплитуд волн при переходе от каждой локальной системы координат к другой дополняют систему уравнений до полной. Ее решение методом усечения является искомым.

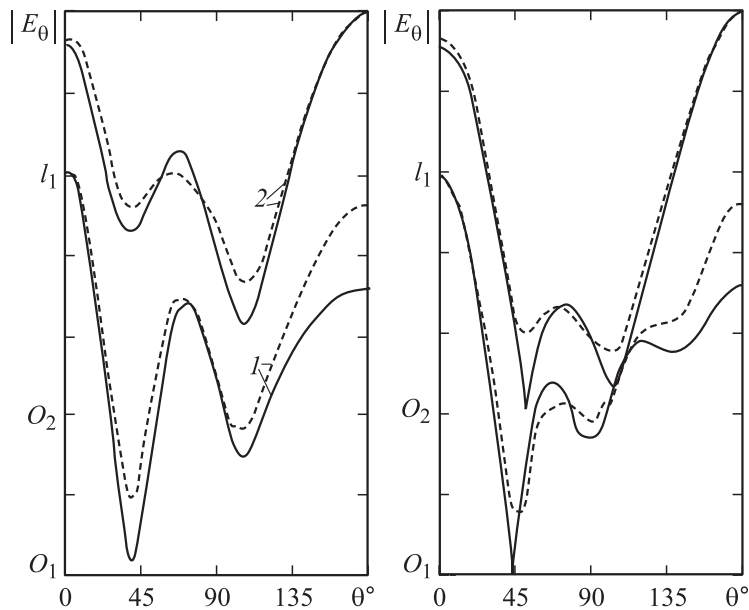
Если амплитуды волн  $A_{nm}^{s1} \equiv A_{nm}^s, \bar{B}_{nm}^{s1} \equiv \bar{B}_{nm}^s$  являются решениями полученной системы уравнений, то они не изменяются при многократном применении преобразований (3), т.е.  $A_{nm}^{sp} = A_{nm}^{s1}, \bar{B}_{nm}^{sp} = \bar{B}_{nm}^{s1}, p = 1, 2, 3, \dots$ . Это свойство преобразований амплитуд волн можно использовать для проверки решения бесконечной системы уравнений методом усечения. Если известно приближенное решение задачи дифракции, то его можно уточнить многократным применением преобразований (3) (если этот итерационный процесс сходится). На основе многократного применения преобразований амплитуд волн (3) разработан итерационный метод расчета для системы двух тел размера до нескольких длин волн [1]. Такой формализованный метод существенно упрощает проектирование антенн КА.

**Возбуждение двух сфер турникетной антенной.** Задача возбуждения двух сфер турникетной антенной сводится к решению системы (5), где  $C_{nm}^{O-1}, \bar{D}_{nm}^{O-1}$  задаются при  $m = 1$ . Суммарное поле в дальней зоне складывается из первичного поля сторонних токов с амплитудами волн  $A_{nm}^{O-1}, \bar{B}_{nm}^{O-1}$  и отраженного поля от сфер, определяемого амплитудами волн  $A_{nm}^s, \bar{B}_{nm}^s, s = \pm 1$ , по стандартным формулам через скалярные потенциалы  $U$  и  $V$  в (1). По программе на фортране произведен расчет возбуждения идеально проводящей сферы при  $kr_{-1} = 4$  турникетной



**Рис. 3.** Зависимость диаграммы направленности антенны на сфере при  $kr_{-1} = 4$ ,  $kz_0 = 4.8$ ,  $f_0 = 30^\circ$ ,  $kl_0 = 0.8$  от размера второй сферы и расстояния до нее (2 — результаты расчета для уединенной полусферы  $kr_{-1} = 4$ ): 1 —  $kr_{+1} = 0$ ; 3 —  $kr_{+1} = 4$ ,  $kl = 10$ ; 4 —  $kr_{+1} = 2$ ,  $kl = 10$ ; 5 —  $kr_{+1} = 8$ ,  $kl = 14$ ; 6 —  $kr_{+1} = 4$ ,  $kl = 14$ .

антенной в присутствии второй идеально проводящей сферы разных размеров. Параметры турникетной антенны:  $kz_0 = 4.8$ ;  $f_0 = 30^\circ$ ,  $kl_0 = 0.8$ , где  $z_0$  — расстояние от центра  $O_{-1}$  по оси  $z$  до точки подвеса антенны,  $f_0$  — угол наклона вибратора антенны, отсчитываемый от положительного направления по оси  $z$ ,  $l_0$  — длина вибратора с синусоидальным током. На рис. 3 изображены диаграммы направленности ДН при возбуждении уединенной сферы (кривая 1), уединенной полусферы (кривая 2) и двух сфер. Все ДН имеют подобный вид, в результате форма сферической антенны в зоне тени и присутствие там второго тела практически не меняют ДН антенны.



**Рис. 4.** Влияние на диаграмму направленности сферической антенны ( $kr_{-1} = 1$ ,  $kr_0 = 1$ ) параметров неоднородного диэлектрического шара, который расположен вблизи, при  $kr_{+1} = 2$ ,  $\varepsilon_1 = 4$ ,  $\varepsilon_2 = 8$ ,  $kl = 4$ ,  $kd = 0.5$ ; 1 —  $kr_2 = 0.5$ ; 2 —  $kr_2 = 1.5$ .

**Возбуждение сферы кольцевой щелью в присутствии неоднородного шара.** Осесимметричная система двух тел позволяет моделировать КА с расположенным вблизи препятствием в виде неоднородного шара, образованного вложенными друг в друга однородными диэлектрическими шарами, центры которых смещены (неоднородным шаром можно моделировать плазменную струю ЭРД (рис. 1)). Пусть на идеально проводящей сфере с центром  $O_{-1}$  сторонний кольцевой магнитный ток ( $kr_0 = 1$ ,  $\theta_0 \geq 90^\circ$ ) задается в виде  $e^{-i\varphi}$ . Строгое решение задачи возбуждения уединенного неоднородного шара с центром  $O_{+1}$  дано в [2]. Строгое решение задачи возбуждения двух тел в случае однородного шара с центром  $O_{+1}$  определяется системой типа (5) для заданных сторонних токов при  $m = 1$ . В общем случае для расчета сферической антенны с неоднородным шаром используется



итерационный метод переотражений [1]. Расчетные ДН приведены на рис. 4. Сплошными кривыми на рисунках показаны результаты расчетов на основе строгого решения задачи, пунктирными кривыми показаны результаты приближенного расчета (без учета взаимного влияния двух тел).

Исследования показывают, что при возбуждении сферы  $kr_{-1} = 1$  в присутствии шара результаты расчетов на основе строгого решения задачи и приближенного расчетов совпадают при расстоянии от шара, большем полутора длин волн. Точность расчетов по строгому решению вполне достаточна на этапе предварительного проектирования антенн КА. Применяемый в статье метод позволяет проводить расчеты для двух шаров радиусов до длины волны.

**Заключение.** Дан метод исследования дифракции электромагнитных волн на двух телах, описываемых сферическими координатами. Метод целесообразно использовать для проектирования антенн КА с учетом влияния плазменных образований. Взаимосвязь двух типов волн при учете дифракции волн на двух телах ухудшает поляризационную развязку приемной и передающей антенн. А кроме этого, возможность нелинейных явлений усугубляет проблему электромагнитной совместимости радиосистем. Приведенные в [7] данные экспериментальных исследований указывают на резкое возрастание СВЧ-шумов ЭРД при его выходе на максимальную мощность, чем тоже обостряется проблема. Метод исследования будет использован в дальнейших работах, связанных с решением проблемы электромагнитной совместимости.

## Список литературы

- [1] *Kozlov I.P.* Mathematical Modeling of the Electric Propulsion Plasma Plume Interaction with Spacecraft Radiotechnical Systems. Proc. of 26th Intern. El. Prop. Conf., Oct. 17–21. 1999. Kitakyushu, Japan. 7p. (IEPC-99-229).
- [2] *Козлов И.П.* // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 2. С. 180–185.
- [3] *Козлов И.П.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. В. 5. С. 8–9.
- [4] *Козлов И.П.* // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 2. С. 142–146.
- [5] *Козлов И.П.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 7. С. 997–1112.
- [6] *Иванов Е.А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Наука и техника, 1968. 584 с.
- [7] *Кирдяшев К.П.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. В. 14. С. 38–44.