

05

## Чувствительность дифракционной фокусировки рентгеновских лучей к межплоскостному рассогласованию при обратном рассеянии в изогнутом кристалле с эпитаксиальной пленкой

© Т. Чен

Московская государственная академия тонкой химической технологии  
им. М.В. Ломоносова  
E-mail: docent65@mtu-net.ru, ttchen@e-mail.ru

Поступило в Редакцию 18 июля 2002 г.

Теоретически исследуется дифракционная фокусировка рентгеновской волны толстым изогнутым кристаллом с автоэпитаксиальной пленкой, когда брэгговский угол  $\theta_B$  близок к  $\pi/2$ . Показано, что фокусировка рентгеновских лучей при их обратном рассеянии изогнутым кристаллом с пленкой чувствительна к величине межплоскостного рассогласования  $\Delta d/d$  в пленке относительно толстой подложки. Предложено использовать эту чувствительность фокусировки для определения  $\Delta d/d$  с точностью  $\sim 10^{-10}$ .

Дифракционное отражение рентгеновского излучения кристаллами в обратном направлении ( $\theta_B \cong \pi/2$ ) обладает следующими достоинствами: 1) высокая светосила  $\sim |\chi_{hr}|^{1/2}$  кристаллической оптики ( $\chi_{hr}$  — вещественная часть фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости) [1–4]; 2) отсутствие геометрических aberrаций [5]; 3) узкий спектральный интервал  $\Delta\lambda \sim \lambda(\Delta\theta)^2$  и энергетический интервал  $\Delta E = E(\Delta\theta)^2$  для обратноотраженных рентгеновских лучей ( $\lambda$ ,  $E$  и  $\Delta\theta$  — длина, энергия падающей волны и угловая расходимость соответственно) [6,7]; 4) высокая чувствительность обратного рассеяния к изменению межплоскостного расстояния  $\Delta d$  [8,9]. Используя изогнутые кристаллы, можно еще больше увеличить светосилу кристаллической оптики по сравнению со случаем, когда  $\theta_B \neq \pi/2$ .

Для экспериментальной реализации обратного рассеяния необходимо „отстроиться“ от точного брэгговского угла  $\theta_B = \pi/2$  и ис-

пользовать по возможности синхротронный источник рентгеновского излучения. В этом случае источник волны и его изображение („фокус“) разнесены относительно друг друга на достаточно большое расстояние.

В настоящей работе теоретически рассматривается дифракционная фокусировка рентгеновской волны слабо изогнутым кристаллом-подложкой с нанесенной на него автоэпитаксиальной пленкой. Сделаем несколько предположений. Во-первых, будем считать, что толстый плоский кристалл-подложка с эпитаксиальной пленкой изгибается затем одноосно по эллиптическому цилиндру. Отметим, что при „обычной“ дифракции ( $\theta_B \neq \pi/2$ ), когда угловая ширина кривой отражения  $\sim |\chi_{hr}|$ , хорошим приближением эллиптического цилиндра является параболический цилиндр. Во-вторых, пусть при изгибе кристалла не происходит „отслаивания“ пленки. В-третьих, величина рассогласования  $\Delta d/d$  постоянна по всей толщине пленки. Известно, что слабый упругий изгиб кристалла вызывает линейное изменение периода кристаллической решетки.

В данной работе мы пренебрегаем этим изменением периода решетки. В-четвертых, рассмотрим монохроматическую волну со степенью монохроматичности  $\Delta\lambda/\lambda \ll \Delta d/d$ .

Пусть угловая расходимость  $\Delta\theta$  падающего на кристалл излучения удовлетворяет условию:

$$\Delta\theta \geq (\Delta\theta)_{TRR} \cong 2|\chi_{hr}|^{1/2} > |\Delta d/d|^{1/2}, \quad (1)$$

где  $(\Delta\theta)_{TRR}$  — угловая ширина области полного отражения.

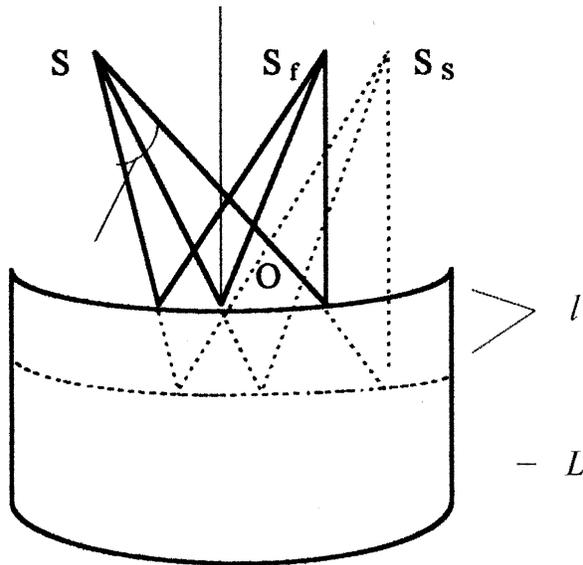
Тогда в плоскости изображения источника будут наблюдаться два изображения (рис. 1) — от подложки ( $S_S$ ) и от пленки ( $S_f$ ).

Изгиб толстого совершенного кристалла с эпитаксиальной пленкой будем считать „слабым“ с точки зрения динамической дифракции, чтобы амплитудный коэффициент отражения можно было аппроксимировать соответствующим выражением для неизогнутого (плоского) кристалла [10–12]:

$$R(\Delta\vartheta) = (R_1 - R_2q)/(1 - q), \quad (2)$$

$$\text{где } R_{1,2} = (-\tilde{y} \pm \{\tilde{y}^2 - 1\}^{1/2})(\chi_h/\chi_{-h})^{1/2}, \quad (3)$$

$$\tilde{y} = [2\{(\Delta\vartheta)|\Delta\vartheta| - (\Delta d/d)\} + \chi_0]/(\chi_h\chi_{-h})^{1/2}, \quad (4)$$



**Рис. 1.** Геометрия фокусировки рентгеновской волны при ее обратном дифракционном рассеянии на слабо изогнутом кристалле с пленкой.  $S$  — источник рентгеновской волны,  $S_f$  — изображение источника от пленки,  $S_s$  — изображение источника от подложки,  $|SO| = L_0 = R_x$ .  $l$  — пленка;  $L$  — толстая изогнутая подложка.

$\chi_0$  и  $\chi_h, \chi_{-h}$  — фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости,  $\Delta\vartheta = \vartheta - \pi/2$  — угловое отклонение от точного брэгговского угла для произвольной плосковолновой гармоники,

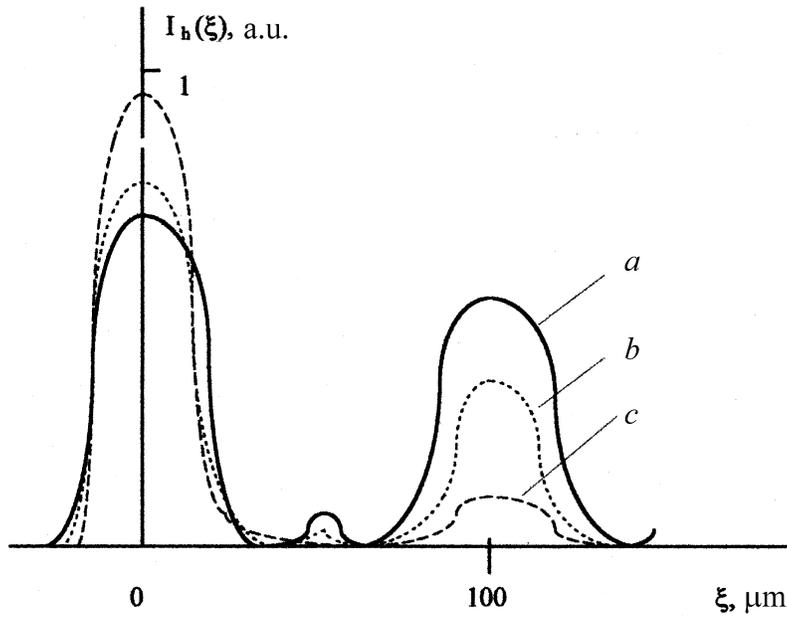
$$q = (R_1 - R_0) \exp[i2\pi(\chi_h\chi_{-h})^{1/2}(\tilde{y}^2 - 1)^{1/2} l/\lambda] / (R_2 - R_0), \quad (5)$$

$$R_0 = (-y + \{y^2 - 1\}^{1/2})(\chi_h/\chi_{-h})^{1/2}, \quad (6)$$

$$y = [2(\Delta\vartheta)|\Delta\vartheta| + \chi_0]/(\chi_h\chi_{-h})^{1/2}, \quad (7)$$

$l$  — толщина пленки.

В формулах (4), (7) учтено, что при обратном рассеянии  $\cos\theta_B \leq |\Delta\vartheta| \leq |\chi_{hr}|^{1/2}$ .



**Рис. 2.** Пространственное распределение интенсивности в плоскости изображения источника для пленок с различной толщиной.  $L_h = 10$  м,  $\Delta d/d = 10^{-10}$ ,  $a-l = 3\Lambda$ ,  $b-l = 2\Lambda$ ,  $c-l = 0.5\Lambda$ . Отражение (220),  $\text{CuK}_\alpha$ -излучение, кристалл Si,  $\Lambda = \lambda/|\chi_{nr}|$  — экстинкционная длина =  $17 \mu\text{m}$ . Поперечная координата  $\xi$  отсчитывается от направления волны, дифрагированной подложкой.

Амплитуда  $E_h(\xi_p)$  дифрагированной волны в плоскости дифракционного изображения в соответствии с теорией, развитой аторами работы [13], выражается интегралом по плосковолновым гармоникам:

$$E_h(\xi_p) \sim \int_{-(\Delta\vartheta)_x}^{+(\Delta\vartheta)_x} d(\Delta\vartheta) R(\Delta\vartheta) \times \exp\left[-i\kappa(\Delta\vartheta)^2(1/\alpha_0 + 1/\alpha_h)/2 - i\kappa\Delta\vartheta\xi_p(1 - L_h/R_x)^{-1}\right]. \quad (8)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $\kappa = 2\pi/\lambda$ ,  $\alpha_0 = L_0^{-1} - R_x^{-1}$ ,  $\alpha_h = L_h^{-1} - R_x^{-1}$ ,  $R_x$  — радиус изгиба кристалла с пленкой,  $L_0$  и  $L_h$  — расстояния от источника до центра кристалла и от центра кристалла до изображения источника соответственно,  $\xi_p$  — поперечная координата точки наблюдения,  $(\Delta\vartheta)_x = l_x/(2L_0)$ ,  $l_x$  — размер кристалла в плоскости дифракционного (обратного) рассеяния.

Будем считать, что плоскостной коэффициент отражения, определяемый формулой (2), меняется гораздо медленнее, чем экспоненты в интеграле (8). Тогда геометрическое условие фокусировки (формула линзы) выглядит следующим образом:  $\alpha_0 = -\alpha_h$ , т.е.  $L_0^{-1} + L_h^{-1} = 2R_x^{-1}$ .

Нами было проведено численное интегрирование интенсивности  $I_h(\xi_p) = |E_h(\xi_p)|^2$  при  $L_0 = 10$  м,  $l_x = 10^{-2}$  м,  $|\Delta d/d| = 10^{-10}$  м,  $R_x = 10$  м. Результаты представлены на рис. 2. Видно, что для пленок с толщиной  $l \geq 2\Lambda$ , где  $\Lambda = \lambda/|\chi_{hr}|$  — экстинкционная длина, наблюдаются два максимума интенсивности, соответствующие подложке и пленке. Расстояние  $\Delta\xi$  между этими максимумами хорошо описывается формулой:  $\Delta\xi = L_h|\Delta d/d|^{1/2}$ .

Полученные результаты указывают на теоретическую возможность прецизионного измерения величины  $\Delta d/d \sim 10^{-10}$  с использованием явления дифракционной фокусировки рентгеновской волны при ее обратном рассеянии.

К сожалению, предложенный метод нахождения  $\Delta d/d$  не годится для тонких пленок с толщиной  $l \leq 0.5\Lambda$ .

Заметим также, что, если не выполняется условие (1), наблюдается лишь один максимум интенсивности, соответствующий фокусировке от подложки или от пленки. И в этом случае результаты настоящей работы неприменимы.

## Список литературы

- [1] Kohra K., Matsushita T. // Z. Naturforsch. 1972. B. A27. S. 484.
- [2] Brümmer O., Höche H.R., Nieber J. // Phys. Stat. Sol. 1979. V. A53. P. 565.
- [3] Caticha A., Caticha-Ellis S. // Phys. Rev. 1982. V. B25. P. 971.
- [4] Kuschmir V.I., Suvorov E.V. // JETP Lett. 1986. V. 44. P. 262.
- [5] Чен Т., Бушугев В.А., Кузьмин Р.Н. // ЖТФ. 1990. Т. 60. С. 60.
- [6] Graeff W., Materlik G. // Nucl. Instr. and Meth-s. 1982. V. 195. P. 97.
- [7] Shvyd'ko Yu.V., Gerdau E. // Hyperfine Interactions. 1999. V. 123/124. P. 741.
- [8] Cusatis C., Udron D., Mazzaro I. et al. // Acta Cryst. 1996. V. A52. P. 614.

- [9] *Shvyd'ko Yu.V., Gerdau E., Jäschke J. et al.* // Phys. Rev. 1998. V. B57. P. 4968.
- [10] *Ковальчук М.В., Кон В.Г., Лобанович Э.Ф.* // ФТТ. 1985. Т. 27. С. 3379.
- [11] *Бушуев В.А., Чен Т.* // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика, астрономия. 1988. Т. 29. С. 58.
- [12] *Kohn V.G.* // Phys. Stat. Sol. 2002. V. B231. P. 132.
- [13] *Габриелян К.Т., Чуховский Ф.Н., Пискунов Д.И.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. С. 834.