

01;08

Особенности нелинейной динамики газового пузырька под действием резонансного и шумового акустических полей

© А.О. Максимов, Е.В. Соседко

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
Владивосток

E-mail: pacific@online.marine.su

Поступило в Редакцию 22 июля 2002 г.

Анализ нелинейной динамики пузырька в акустическом поле, состоящем из мощной гармонической и шумовой составляющих, показывает, что влияние стохастической компоненты существенно в области бистабильности динамических состояний пузырька. Поведение пузырька в этой области характеризуется значительным увеличением длительности переходных процессов и существенно не гауссовским распределением флуктуаций вблизи устойчивых траекторий.

Спектр акустического излучения при кавитации имеет вид отдельных линий, обусловленных нелинейной динамикой газовых пузырьков в поле мощной акустической волны [1–2], располагающихся на шумовом основании, которое формируется за счет генерации коротких импульсов при коллапсе одиночных включений [3–5].

Форма спектральных линий кавитационного излучения была описана в работе [6] в рамках простейшего обобщения традиционной модели, когда из реального спектра акустического давления, под действием которого пульсируют одиночные пузырьки в пленке, помимо основной гармоники учитываются шумовые составляющие. Анализ нелинейной динамики пузырька в поле мощного гармонического сигнала и малой случайной составляющей, выполненный в [6], основывался на использовании приближенных аналитических методов. Влияние флуктуаций, связанных со случайной составляющей поля, оказывается наиболее существенным в окрестности бифуркационных значений поля и расстройки, отвечающих изменению числа устойчивых колебательных состояний пузырька. Настоящая работа посвящена исследованию с

помощью численных методов этого, наиболее интересного режима (бистабильности) колебательных состояний пузырька и сопоставлению с результатами, полученными аналитическими методами.

Наличие шумовой составляющей в уравнении Рэлея–Плессета, описывающем радиальные пульсации пузырька, учитывается дополнительным слагаемым в выражении для внешнего поля, действующего на пузырек:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{P_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] + 2\delta R_0\dot{R} = -\frac{P(t) - P_0}{\rho_0}, \quad (1)$$

здесь P_0 , ρ_0 , P , R_0 , R — равновесные и текущие значения давления и плотности жидкости, радиусов пузырьков; γ — показатель политропы; δ — постоянная затухания; $P(t) = P_0 + p_m \sin(\omega_p t) + p_N(t)$ (p_m , ω_p — амплитуда и частота мощной гармонической составляющей, $p_N(t)$ — случайная составляющая). Воспользуемся, как и в [6], простейшей моделью, полагая, что p_N описывается гауссовским, дельта-коррелированным случайным процессом.

Результат решения уравнения (1) представлен на рис. 1 в виде карты фазовых портретов — зависимостей $y \equiv (TR/R_0)$ от $x \equiv ((R - R_0)/R_0)$, где $T = 2\pi/\omega_p$, для следующих значений определяющих параметров: расстройка $\eta = (\Omega_0^2(R_0)/\omega_p^2) - 1$ ($\Omega_0 = \sqrt{3\gamma P_a \rho_0^{-1} R_0^{-1}}$ — собственная частота пульсаций) меняется в пределах от -0.26 до 0.2 с шагом 0.06 ; добротность $Q = \Omega_0/\delta = 10$; амплитуда внешнего поля составляет $(p_m/P_0) \equiv s = 1.1$; интенсивность шума $\sqrt{(p_N^2/P_0^2)} = 0.1$. Данный выбор диктуется следующими обстоятельствами: анализируется окрестность основного (фундаментального) резонанса для значений расстройки η и амплитуды давления s , при которых возникает область бистабильности. В то же время степень нелинейности не столь велика, так что возможно качественное сопоставление с результатами аналитического рассмотрения, полученными в [6]. Длительность временной эволюции фазовых траекторий составляет 400 периодов внешнего поля. Мы не приводим результатов для больших временных интервалов, поскольку в этом случае нарушается применимость уравнения (1), и следует учитывать процессы выпрямленной диффузии, поступательные перемещения пузырька, а при описании внешнего воздействия — корреляционные поправки к среднему самосогласованному полю. Как

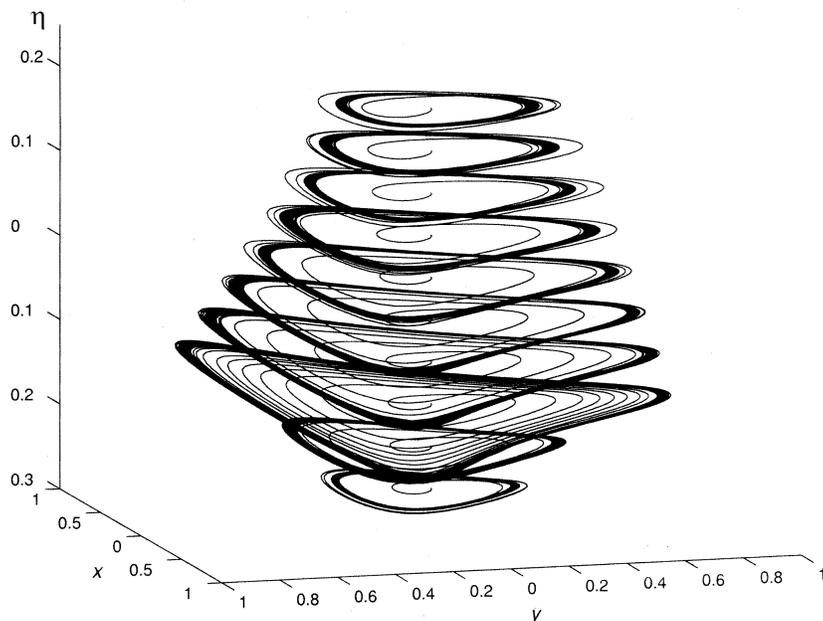


Рис. 1. Эволюция фазовых портретов в окрестности основного резонанса.

следует из рис. 1, имеется интервал значений расстройки (совпадающий с областью бистабильности пульсаций пузырька в отсутствие шума), для которых поведение траекторий характеризуется значительным увеличением длительности переходных процессов. В установившемся режиме траектории группируются вблизи одного из двух устойчивых состояний.

Для описания характера бифуркационных переходов более удобным инструментом является не „глобальное“ поведение траекторий на фазовой плоскости, а построение отображений Пуанкаре. Начиная с работы Лаутерборна [7], при анализе бифуркаций нелинейных колебаний пузырьков анализируется зависимость максимального радиуса пузырька от определяющих параметров [8–9]. Эта характеристика не является отображением Пуанкаре в течение начального промежутка времени,

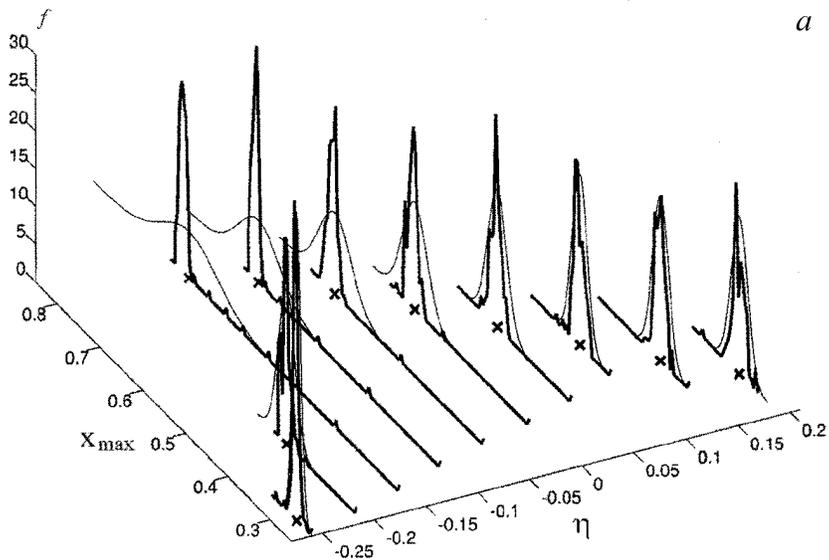


Рис. 2. *a* — плотность распределения максимальных радиусов колебаний пузырька; *b* — трансформация плотности распределения при бифуркации.

когда эволюция определяется переходными процессами, и становится таковой по достижении установившегося режима. Удобство этой величины состоит в том, что рассматриваемая как функция расстройки она описывает амплитудно-частотную характеристику пульсаций пузырька в приближении слабой нелинейности, т. е. позволяет проводить прямое сопоставление с результатами приближенного, аналитического рассмотрения.

На рис. 2, *a* представлены результаты расчета плотности распределения максимальных радиусов $f(x_{\max}, \eta)$ для значений расстройки $\eta (-0.26 \div 0.2)$ из области фундаментального резонанса. Плотность определяется как $f(x_{\max}, \eta) \equiv [N(x_{\max})/(N\Delta x)]$, где $N(x_{\max})$ — число значений максимального радиуса на интервале $[x_{\max} - \Delta x/2, x_{\max} + \Delta x/2]$, $x_{\max} \equiv (R_{\max} - R_0)/R_0$, N — общее число значений R_{\max} на интервале вычислений (в данном случае на 400 периодах). Для справочных

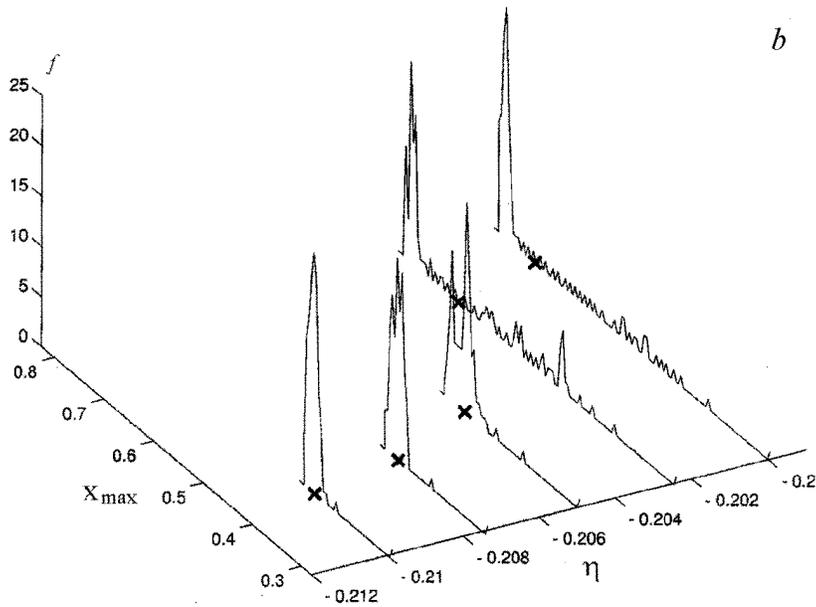


Рис. 2 (продолжение).

целей более тонкой линией изображены гауссовские распределения, имеющие такие же значения средних и дисперсии, что и ряд x_{\max} , по которому строится функция распределения. В плоскости x, η для тех же значений расстройки маркерами помечены значения x_{\max} (максимального радиуса) для установившихся колебаний в отсутствие случайной силы, что позволяет проводить сопоставление с известными данными [7–9]. Поскольку в области бистабильности реализация одного из двух устойчивых состояний зависит от выбора начальных условий и способа изменения расстройки, следует отметить, что приведенные результаты отвечают $R(0) = R_0, \dot{R}(0) = 0$ и росту η (уменьшению частоты внешнего поля ω_p при фиксированном радиусе пузырька). Детали трансформации функции распределения при переходе из одного устойчивого состояния в другое представлены на рис. 2, *b*.

Можно предложить следующую физическую интерпретацию полученных результатов. Вне области бистабильности влияние шума на

характер пульсаций мало; время переходных процессов невелико, так что достаточно быстро флуктуации будут описываться гауссовским распределением, что согласуется с результатами аналитического рассмотрения [6]. При появлении двух устойчивых состояний характер пульсаций пузырька, по крайней мере, на не слишком продолжительном временном интервале (400 периодов) в значительной мере отличается от физической картины, принятой в [6]: достаточно быстрое достижение одного из двух положений равновесия, малые флуктуации вблизи него и относительно редкие перебросы в другое положение равновесия. Как следует из рис. 2, a, b , распределение имеет сильно изрезанный характер и существенно отличается от гауссовского, что свидетельствует о слабоустойчивом характере пульсаций и значительном росте времени переходных процессов. Следует отметить, что анализ характера стохастических бифуркаций — P или D бифуркации реализуются в данном случае [10], требует анализа системы на временном интервале, существенно превышающем тот, на котором физически оправданно описывать динамику кавитационного пузырька относительно простым уравнением (1).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ–Приморье 01–02–96901.

Список литературы

- [1] Акуличев В.А. Пульсации кавитационных полостей // Мощные ультразвуковые поля / Под ред. Л.Д. Розенберга. М.: Наука, 1968.
- [2] Lauterborn W., Cramer E. // *Acustica* 1981. V. 49. P. 280–287.
- [3] Морозов В.П. // *Акуст. журн.* 1968. Т. 14. В. 3. С. 435–440.
- [4] Левковский Ю.Л. // *Акуст. журн.* 1973. Т. 19. В. 2. С. 200–206.
- [5] Latorre R. // *ACUSTICA-acta acustica*. 1997. V. 83. P. 424–429.
- [6] Максимов А.О. // *Акуст. журн.* 2001. Т. 47. В. 1. С. 110–119.
- [7] Lauterborn W., Cramer E. // *Acustica* 1981. V. 49. P. 226–238.
- [8] Lauterborn W., Holzfuß J. // *Physics Letters A*. 1986. V. 115. N 8. P. 369–372.
- [9] Kamath V., Prosperetti A. // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. N 4. P. 1539–1548.
- [10] Arnold L. *Random Dynamical Systems*. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1999.