

02;10

Генератор на основе вынужденного переходного эффекта

© С.Г. Оганесян

АОЗТ „Лазерная техника“, Ереван

Поступило в Редакцию 2 июля 2002 г.

Рассмотрена возможность генерации электромагнитного излучения пучком свободных электронов в пустом резонаторе с идеально проводящими стенками. Показано, что в случае, когда длительность электронного банча достаточно велика, возможен режим, при котором нарастание числа фотонов в резонаторе происходит по экспоненциальному закону.

Эффект излучения заряженной частицей при пересечении границы двух сред (переходное излучение) был предсказан Гинзбургом и Франком [1] и детально исследован в целом ряде теоретических и экспериментальных работ [2]. В случае, когда частица движется в поле внешней монохроматической волны (пересекающей ту же границу), этот эффект носит вынужденный характер [3]. В неоднородной среде внешнее монохроматическое поле представляет собой совокупность плоских волн с той же частотой, но произвольными волновыми векторами, поэтому среди них всегда найдется волна, движущаяся со скоростью электрона (как и в случае эффекта Вавилова–Черенкова). И именно через эту компоненту возможен обмен энергией между частицей и сигналом. Квантовый анализ позволил установить, что в процессах излучения и поглощения участвуют фотоны с разными волновыми векторами. Эта асимметрия позволяет осуществить усиление электромагнитного сигнала плотным пучком электронов [4]. Интересно отметить, что оптимальный режим усиления возникает в случае, когда эффективная длина электронного банча порядка размера зоны формирования излучения [5].

В случае, когда источник внешнего сигнала отсутствует, излучение плотного пучка электронов формируется из спонтанного шума [6]. Для селекции частот, многократного усиления и накопления излучения в такую схему можно внести резонатор, т.е. рассмотреть генератор на

свободных электронах. Для анализа физических процессов в генераторе на основе переходного излучения мы ограничимся простейшим случаем открытого плоского резонатора с идеально проводящими стенками (рассмотрение зеркал более сложной формы, учет дифракционных потерь могут быть выполнены на основе схем, рассмотренных в [7]). Отметим, что стенки резонатора не только удерживают излучение, но и являются той неоднородностью, на которой электроны генерируют излучение. Следовательно, в лазере такого типа отпадает необходимость в таком сложном элементе, как ондулятор [8].

Корректный анализ формирования излучения из спонтанного шума возможен только на основе квантово-электродинамического подхода. Если пренебречь потерями на стенках резонатора, то поле в резонаторе представляет собой совокупность стоячих волн. Векторный и скалярный потенциалы r -й моды, поляризованной вдоль оси x , определяются выражениями

$$A_x = \sqrt{\frac{4\pi\hbar c^2}{\omega_r V}} (c_r e^{-i\omega_r t} + c_r^* e^{i\omega_r t}) \sin(k_r z), \quad \varphi = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$k_r = k_z = r \frac{\pi}{L}, \quad k_x = k_y = 0, \quad \omega_r = ck_r = r \frac{c\pi}{L}$$

— проекции волнового вектора и частота поля, $r = 1, 2, \dots$ — номер моды резонатора, L — расстояние между стенками резонатора, V — его объем. Для перехода ко вторично квантованной картине необходимо с числа c_r и c_r^* заменить операторами уничтожения и рождения фотона \hat{c}_r и \hat{c}_r^+ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь одной r -й моды резонатора с частотой $\hbar\omega_r \ll mc^2$. В этом случае в операторе свободного электрон-позитронного поля можно пренебречь позитронными операторами и написать $\hat{\psi} = \hat{a}\psi_{p\sigma}$, где \hat{a} — оператор уничтожения электрона, а $\psi_{p\sigma}$ — решение уравнения Дирака с определенными 4-импульсом p^μ и спиральностью σ [9]. Вводя также волновую функцию вакуума $|0\rangle$, мы получаем все те определения, которые необходимы для анализа эволюции среднего числа фотонов $\bar{N}(t)$ в резонаторе на основе уравнения Шредингера.

Решая уравнение Шредингера по теории возмущений, мы находим амплитуды (и вероятности) излучения и поглощения фотона в случае, когда в моде имеется произвольное число фотонов N . После усреднения этих вероятностей по начальным спиновым состояниям электрона и суммирования по конечным и перехода к пучку электронов можно построить уравнение для скорости изменения среднего числа фотонов в моде

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = Q + G\bar{N} - \alpha\bar{N}. \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое описывает величину спонтанного шума в r -й моде, второе слагаемое ответственно за вклады вынужденного излучения и поглощения фотона, третье слагаемое введено для описания потерь в резонаторе. Если это потери на зеркалах, то $\alpha = -c \ln(r_1 r_2)/2L$, где r_1 и r_2 — коэффициенты отражения зеркал. Величины Q и G определяются выражениями

$$Q = \frac{32\pi^2}{3} \frac{c}{L} \rho_0 r_0 \frac{mc^2}{\hbar\omega_r} \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z} |F(q)|^2 \Big|_{q=\omega_r/v_z}, \quad (3)$$

$$G = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{c}{L} \frac{1}{r^2} \rho_0 r_0 L^2 \frac{(1 - \beta_z^2)^{3/2}}{\beta_z^2} \times \left[2k_r q |F(q)|^2 + k_r \left(q^2 - \frac{\omega_r^2}{c^2} \right) \frac{d|F|^2}{dq} \right] \Big|_{q=\omega_r/v_z}, \quad (4)$$

где функция $F(q)$ является Фурье-образом поля (1), ρ_0 — плотность электронов, r_0 — классический радиус электрона, β_z и $\beta_x = \sqrt{2(1 - \beta_z^2)}/3$ — проекции безразмерной скорости электрона. При расчете предполагалось, что разброс поля по волновому вектору q велик, что позволяет пренебречь угловым и энергетическим разбросами пучка электронов. Отметим, что величина β_x определена в результате оптимизации выражения (4).

Если система стартует из фотонного вакуума, $N(t=0) = 0$, то решение уравнения (2) имеет вид

$$\bar{N}(t) = \frac{Q}{G - \alpha} [\exp(G - \alpha)t - 1]. \quad (5)$$

Введем определение характерного времени для r -й моды резонатора

$$\tau_{ch} = \frac{1}{|G - \alpha|}. \quad (6)$$

Пусть плотность электронов невелика и величина $G - \alpha < 0$. Тогда в течение времени $t \geq \tau_{ch}$ система приходит в равновесное состояние с числом фотонов $\bar{N}^{(s)} = Q/|G - \alpha|$. Предположим теперь, что плотность электронов велика и система находится выше порога, $G > \alpha > 0$. Пусть длина электронного банча l_b также достаточно велика $l_b\beta_z/\beta \gg L$. Тогда в течение времени $0 < t \ll \tau_{ch}$ в генераторе происходит линейный (по времени) рост числа фотонов из спонтанного шума, $\bar{N} = Qt$. Затем, $t \geq \tau_{ch}$, излучение в основном формируется за счет вынужденных процессов. В результате, система переходит в режим экспоненциального роста среднего числа фотонов

$$\bar{N} = \frac{Q}{G - \alpha} \exp(G - \alpha)t. \quad (7)$$

Этот режим длится в течение времени $\tau_b > t > \tau_{ch}$, где τ_b — длительность электронного банча.

Если поле резонатора не очень велико, то роль нелинейных эффектов несущественна и формула (5) достаточна для описания работы генератора. Если поле велико, то при описании динамики электронов следует учитывать поправки по полю резонатора, что должно привести к насыщению усиления. Отметим, что механизм насыщения может быть связан с нелинейным сдвигом скорости электрона $\beta_z(\bar{N})$ в область, где величина $G(\beta_z) - \alpha = 0$. Описание работы генератора с учетом как спонтанного, так и нелинейного эффектов — сложная задача, выходящая за рамки настоящей работы.

Проиллюстрируем полученные результаты численными оценками. Из (4) следует, что коэффициент усиления генератора является функцией как от номера моды резонатора, так и от z -проекции скорости электрона, $G = G(r; \beta_z)$. Рассмотрим первую моду резонатора $r = 1$. Численное моделирование показывает, что $G(\beta_z)$ является осциллирующей функцией от скорости β_z . При $\beta_z = 0.7$ она имеет первый максимум. В этом случае $\beta_x = 0.6$ и средняя энергия пучка электронов $E = 1.3$ MeV. Если ток пучка $I = 1$ kA, а длина резонатора $L = 5$ mm, то коэффициент усиления (в обратных сантиметрах)

$g = c^{-1}G(1; 07) = 0.02 \text{ cm}^{-1}$ на длине волны 1 см. Характерное время для 1-й моды $\tau_{ch} = 1.76 \text{ ns}$. Следовательно, для электронных пучков с длительностями больше 2 ns возможен экспоненциальный рост числа фотонов (7). Отметим в завершение, что перестройка частоты излучения ω_r может осуществляться либо дискретно (по r), либо плавно (по L).

Работа была выполнена при поддержке Международного научно-технического центра, грант № А-87.

Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- [2] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М., 1984. 360 с.
- [3] Арутюнян В.М., Оганесян С.Г. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 465.
- [4] Оганесян С.Г., Енгибарян В.А. // Квант. электр. 1980. Т. 7. С. 2213.
- [5] Oganessian S.G. // Phys. Rev. 1999. E. 59. P. 4573.
- [6] Oganessian S.G. // Phys. Rev. 1997. E. 56. P. 4683.
- [7] Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М., 1979. 328 с.
- [8] Deacon D.A.G., Elias L.R., Madey J.M.J., Ramian G.J., Schwettman H.A., Smith T.I. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 892.
- [9] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1. М., 1968. 480 с.